



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

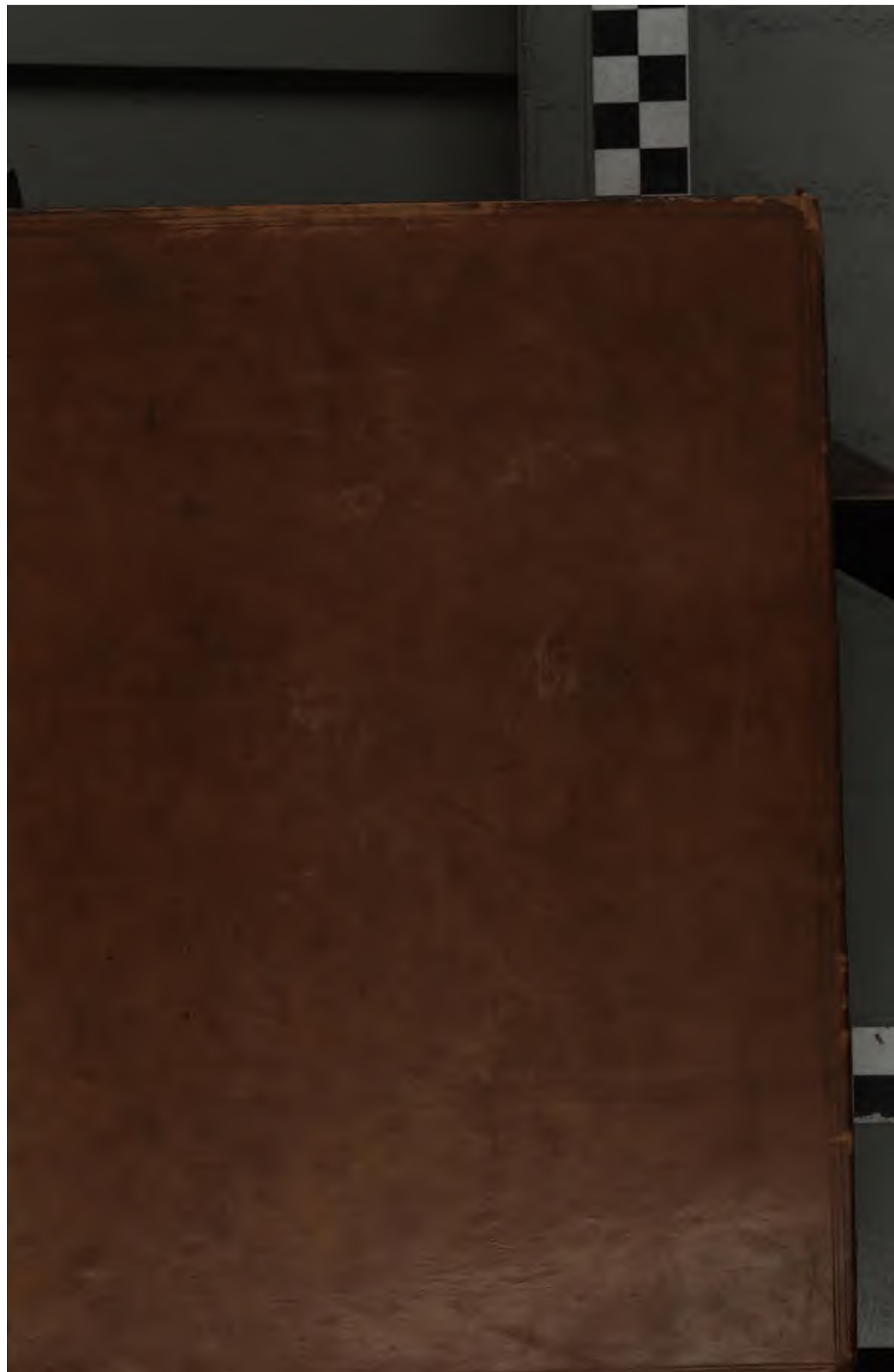
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

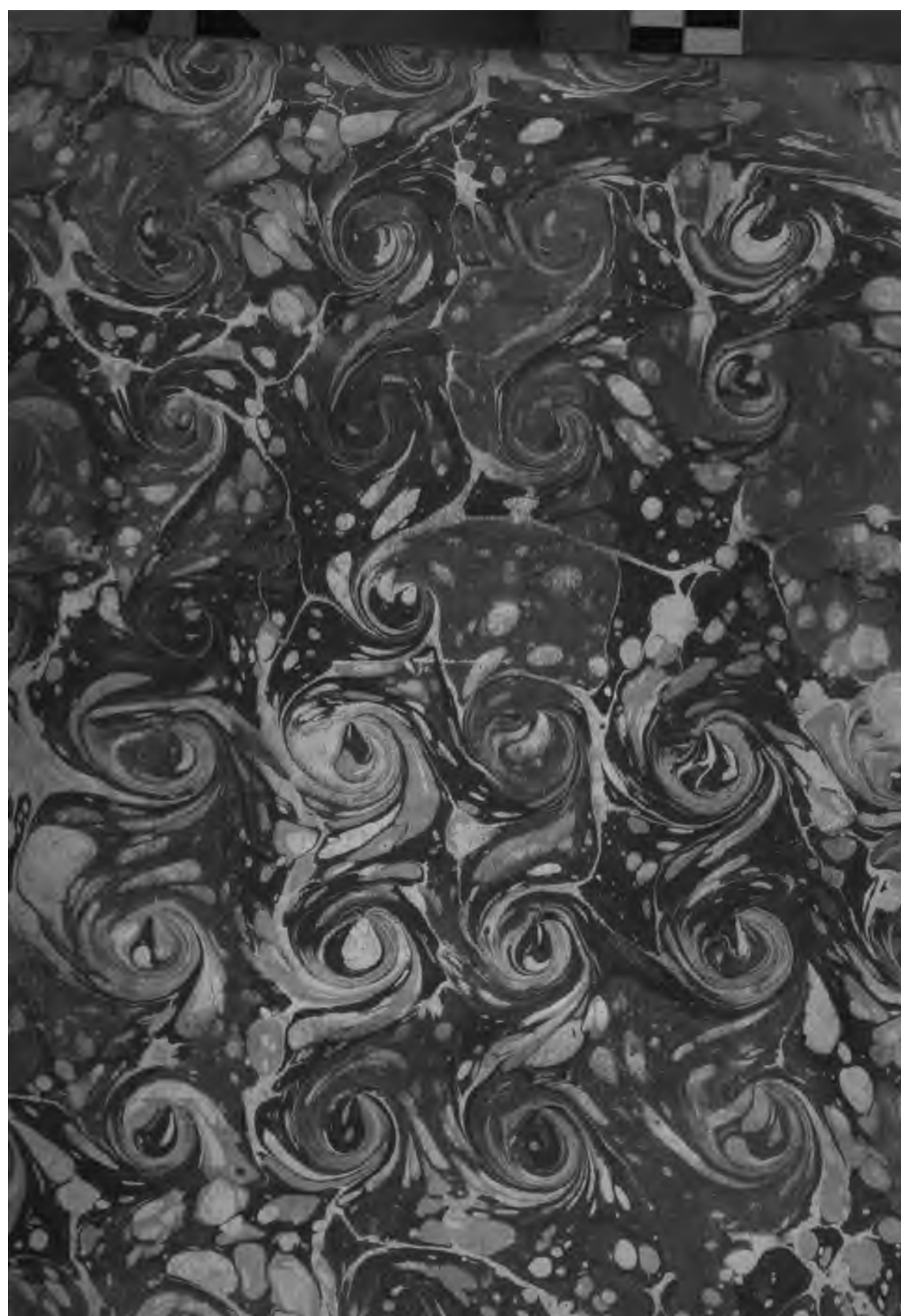
- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>











See 1991 d 89  
1731







L. Regent de France

J. B. de la Motte del.





HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

---

ANNÉE M. DCCXXXI.

---

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Académie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

---

M. DCCXXXIII.





T A B L E  
P O U R  
L' H I S T O I R E.

---

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>SUR l'adhérence des parties de l'Air entre elles, &amp; aux autres Corps.</i>	Page 1
<i>Sur le nouveau Thermometre.</i>	6
<i>Sur quelques expériences de l'Aiman.</i>	15
<i>Observations de Physique générale.</i>	19

---

A N A T O M I E.

<i>Sur l'Opération latérale de la Taille.</i>	22
<i>Sur le changement de figure du Cœur dans la Sístole.</i>	24
<i>Observation Anatomique.</i>	29

---

C H I M I E.

<i>Sur une nouvelle Espece de Végétations métalliques.</i>	31
<i>Sur le Sel de Seignette &amp; celui d'Ebsom.</i>	34

---

B O T A N I Q U E.

<i>Sur l'anatomie de la Poire.</i>	36
<i>Sur les Greffes.</i>	42

\* ij

## T A B L E.

G E' O M E' T R I E.	
<i>Sur les Lignes du quatrième ordre.</i>	45
A S T R O N O M I E.	
<i>Sur le mouvement réel des Cometes.</i>	55
G E' O G R A P H I E.	
	60
C H R O N O L O G I E.	
	61
M E' C H A N I Q U E.	
<i>Sur les Toits ou Combles de Charpente.</i>	62
<i>Sur la résistance de l'E'ther au mouvement des corps.</i>	66
<i>Sur le Jet des Bombes.</i>	72
<i>Sur les mouvements faits dans des Milieux qui se meuvent.</i>	76
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1731.</i>	90
<i>E'loge de M. Geoffroy.</i>	93
<i>E'loge de M. Ruysch.</i>	100
<i>E'loge de M. le Président de Maisons.</i>	109





# T A B L E

## P O U R

### L E S M E M O I R E S.

*O*BSERVATIONS Météorologiques faites à Aix par M.  
DE MONTVALON, Conseiller au Parlement d'Aix,  
comparées avec celles qui ont été faites à Paris en 1730.  
Par M. CASSINI. Page 1

*E*xamen des Lignes du quatrième ordre. Troisième Partie de la  
Section I. Dans laquelle on traite des Osculations, des Lem-  
niscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une  
nouvelle espèce de point multiple invisible, dont les Lignes du  
quatrième ordre sont susceptibles. Par M. L'Abbé DE  
BRAGELONGNE. 10

*D*e l'adhérence des parties de l'Air entr'elles, & de leur adhé-  
rence aux Corps qu'elles touchent. Par M. PETIT le  
Médecin. 50

*R*echerches sur la construction des Combles de Charpente. Par  
M. COUPLET. 69

*D*issertation sur la manière d'arrêter le Sang dans les Hémor-  
ragies. Avec la Description d'une Machine ou Bandage propre  
à procurer la consolidation des Vaisseaux, après l'Amputation  
des Membres, par la seule Compression. Par M. PETIT. 85

*S*ur la séparation des Indéterminées dans les E'quations différen-  
tielles. Par M. DE MAUPERTUIS. 103

*R*echerches géographiques sur l'étendue de l'Empire d'Alexandre,  
& sur les Routes parcourues par ce Prince dans ses différentes



# T A B L E.

• <i>Expéditions. Pour servir à la Carte de cet Empire, dressée par feu M. Delisle, pour l'usage du Roy.</i> Par M. BUACHE.	110
<i>Sur un Sel connu sous le nom de Polychreste de Seignette.</i> Par M. BOULDUK.	124
<i>Sur les Sections Coniques.</i> Par M. NICOLE.	130.
<i>Recherches sur l'opération de la Taille par l'Appareil latéral.</i> Par M. MORAND.	144
<i>Nouvelle Manière de trouver les formules des Centres de gravité.</i> Par M. CLAIRAUT.	159
<i>Extrait de diverses Observations astronomiques faites à la Louisiane par M. BARON, Ingénieur du Roy. Comparées à celles qui ont été faites à Paris &amp; à Marseille.</i> Par M. CASSINI.	163
<i>Suite de l'anatomie de la Poire. Seconde Partie. Des Vaisseaux.</i> Par M. DU HAMEL.	168.
<i>Du Quart de Cercle astronomique fixe.</i> Par M. GODIN.	194
<i>Expériences sur les Scorpions.</i> Par M. DE MAUPERTUIS.	223
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 20 Juin de l'année 1731, au matin.</i> Par M. CASSINI.	230
<i>Observation de l'Eclipse partielle de Lune du 20 Juin 1731.</i> Par M. <sup>rs</sup> GODIN & GRANDJEAN.	231
<i>Machine pour connoître sur Mer l'Angle de la Ligne du Vent &amp; de la Quille du Vaisseau; comme aussi l'Angle du Méridien de la Bouffole avec la Quille, &amp; l'Angle du Méridien de la Bouffole avec la Ligne du Vent.</i> Par M. D'ONZEMBAY.	236
<i>Sur une nouvelle Manière de considérer les Sections Coniques.</i> Par M. DE LA CONDAMINE.	240
<i>Second Mémoire sur la Construction des Thermometres, dont les</i>	

## T A B L E.

<i>degrés sont comparables ; avec des Expériences &amp; des Remarques sur quelques propriétés de l'Air.</i> Par M. DE REAUMUR.	250
<i>Balistique arithmétique.</i> Par M. DE MAUPERTUIS.	297
<i>Du Mouvement véritable des Comètes à l'égard du Soleil &amp; de la Terre.</i> Par M. CASSINI.	299
<i>Recherche du Sel d'Epsom.</i> Par M. BOULDUK.	347
<i>Suite d'un Mémoire qui a pour titre : De l'importance de l'Analogie, &amp; des rapports que les Arbres doivent avoir entr'eux pour la réussite &amp; la durée des Greffes. Seconde Partie. Où l'on propose de greffer les uns sur les autres des Arbres qui n'ont pas entr'eux une analogie bien parfaite pour avoir plutôt du fruit, &amp; affranchir plus efficacement les especes.</i> Par M. DU HAMEL.	357
<i>Méthode Analytique de tracer les Lignes correspondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.</i> Par M. PITOT.	370
<i>Observations de quelques Aurores Boréales qui ont paru cet Automne 1731 à Breuillepont en Normandie, Diocèse d'Evreux.</i> Par M. DE MAIRAN.	379
<i>Sur le Mouvement curviligne des Corps dans les Milieux qui se meuvent.</i> Par M. BOUGUER.	390
<i>Troisième Mémoire sur l'Aimant.</i> Par M. DU FAY.	417
<i>Sur la forme la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Tables Astronomiques.</i> Par M. GRANDJEAN.	433
<i>Description anatomique d'un Animal connu sous le nom de Musc.</i> Par M. DE LA PEYRONNIE.	443
<i>Probleme Astronomique.</i> Par M. DE MAUPERTUIS.	464
<i>Sur une nouvelle espece de Végétation Métallique.</i> Par M. DE LA CONDAMINE.	466
<i>Sur les Courbes que l'on forme en coupant une surface courbe</i>	

## T A B L E.

*quelconque, par un plan donné de position.* Par M. CLAIRAUT.

483

*Manière d'engendrer dans un Corps solide toutes les lignes du troisième ordre.* Par M. NICOLE.

494

*Observations Météorologiques faites pendant l'année 1731.* Par M. MARALDI.

511

*Observation d'un Abscès intérieur de la Poitrine, accompagné des symptômes de la Phtisie, & d'un déplacement notable de l'Épine du Dos & des Épaules ; le tout terminé heureusement par l'évacuation naturelle de l'Abscès par le Fondement.* Par M. CHICOYNEAU le Pere, de la Société Royale des Sciences de Montpellier,

515



HISTOIRE



# HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

*Année M. DCCXXXI.*



## PHISIQUE GENERALE.

*SUR L'ADHERENCE DES PARTIES  
de l'Air entre elles, & aux autres Corps.*



QUELLE que soit la cause qui lie entre elles V. les M.  
les parties d'un même Corps, ou qui fait qu'un p. 50.  
certain Corps s'attache plus aisément à certains  
autres, on s'apperçoit bien vite, sans être  
Observateur, que les parties de l'Huile, par ex.  
sont plus liées entre elles que celles de l'Eau, & que l'Huile  
s'attache plus aisément à la plupart des Corps que ne feroit

*Hist. 1731.*

A

l'Eau. C'est-là ce qu'on appelle *Adhérence*, & il ne s'agira ici que des faits, & non des raisons primitives.

Plusieurs expériences Physiques ont fait reconnoître dans l'Eau une viscosité, une adhérence de ses parties, quoique beaucoup moindre que celle de l'Huile. On en a soupçonné aussi une dans l'Air, beaucoup moindre encore que celle de l'Eau, mais on n'a pas passé ce soupçon, & même d'habiles Physiciens ont crû que l'Air étoit bien, à la vérité, un Fluide, à cause de la grande finesse de ses parties, qui les rend propres à se mouvoir indépendamment les unes des autres, mais non pas un Liquide, qui le fût à la manière des autres que l'on connoît, dont les parties sont plus liées ensemble. M. Petit le Médecin a voulu approfondir ce sujet plus que l'on n'a fait jusqu'à présent, & il le traite par un assés grand nombre d'expériences, dont nous ne rapporterons que les principales, celles qui demanderont le moins de discussion, & qui conclurront le plus sensiblement.

Dans des Solutions de Sels ou de Métaux, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de la liqueur jusqu'au haut, chargées de particules Salines ou Métalliques. Quand elles sont arrivées en haut, elles s'unissent à l'Air extérieur, & ces particules qu'elles avoient enlevées avec elles retombent. Comme elles sont spécifiquement plus pesantes que l'Air, il ne peut les enlever qu'en s'attachant à elles avec une certaine force, & de manière que le tout qu'il formera avec chacune d'elles soit plus léger que la liqueur qu'il traversera en montant. Il faut que dans ce petit tout la quantité d'Air soit d'un plus grand volume que la particule Saline ou Métallique, autrement il ne seroit pas assés léger. Donc la particule qui s'enlève n'est pas attachée à tout l'Air qui l'enlève, donc elle tend par son poids à séparer les parties auxquelles elle tient d'avec celles auxquelles elle ne tient pas, & puisqu'elle ne les sépare pas les unes des autres, elles ont donc ensemble une certaine union qui prévaut sur cet effort. Voilà une preuve assés manifeste, & de l'adhérence des parties de l'Air entre elles, & de leur adhérence à des corps étrangers.



Cette Méchanique très-simple étant conçûe, il est aisé d'imaginer les variétés qui arriveront au mouvement des Bulles d'Air chargées de particules plus pesantes. Quelquefois la Bulle n'ira pas jusqu'au haut, elle abandonnera en chemin sa particule, qui se précipitera aussi-tôt; quelquefois même chargée d'une particule trop pesante, elle n'aura pû du tout s'élever, & on verra une Bulle d'air au fond du Vaisseau sans sçavoir ce qui l'y retient, &c. On imaginera bien aussi qu'il doit naître beaucoup de variétés de la différence des Corps mis dans l'eau, sur-tout à l'égard de la grosseur des Bulles. Les plus grosses peuvent avoir près de 2 lignes de diametre; & il est à remarquer que quand elles vont jusque là, ou en approchent, elles sont allongées de haut en bas, parce que la pesanteur de la particule étrangere a pû altérer un peu sensiblement leur figure ronde. Mais nous laissons tout ce détail.

M. Petit a observé dans ses expériences que les Bulles d'Air, qui sont sur les Métaux ou Minéraux, sont principalement sur les endroits où les surfaces ne sont pas polies. L'Air s'est mieux attaché aux endroits raboteux, qui lui donnoient plus de prise, il s'est cantonné dans des cavités; & de plus l'Eau où ces Corps sont plongés chasse par son mouvement du dessus des surfaces polies l'Air peu adhérent qui s'y pouvoit trouver, & le pousse dans des endroits où il en rencontre d'autre qui l'arrête, & auquel il s'unit. C'est-là ce qui forme les Bulles les plus visibles, & c'est une suite de l'adhérence de l'Air.

L'Aiguille qui se soutient sur l'Eau, quoique le Fer ou Acier soit près de huit fois plus pesant que l'Eau, est un fait très-connu, dont la cause est d'un côté l'adhérence des parties de l'Eau entre elles, qui empêche l'Aiguille de les diviser; de l'autre l'adhérence de quelques parties d'Air à l'Aiguille; telle que cette Aiguille ne pose sur l'Eau que par le milieu de sa partie inférieure, & est du reste comme portée dans une petite Gondole d'Air. Cela est si vrai, que l'Aiguille tombera dès qu'on retranchera l'une ou l'autre de ces deux circonstances, soit en chauffant l'Eau, ce qui diminuera

#### 4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

l'adhérence de ses parties entre elles, soit en mouillant l'Aiguille, ce qui enlèvera l'Air qui s'y étoit attaché, ou empêchera qu'il ne s'y en attache de nouveau, ou enfin mettra de l'eau plus pesante que l'air à la même place où il y eût eu de l'air, & rendra le tout plus pesant.

Cette expérience a été poussée plus loin. Des feuilles de différents Métaux, très-minces, & d'une assez grande superficie, se soutiennent sur l'Eau, & si l'on veut qu'elles s'enfoncent, il faut les charger de quelque poids; elles en portent souvent plus qu'on n'auroit crû. Il vient d'abord dans l'esprit qu'à cause de la grandeur de leur surface par rapport à leur peu de pesanteur, un trop grand nombre de parties d'Eau résistent en même temps à se laisser diviser; mais si cela étoit, pourquoi ces mêmes feuilles, mises au fond de l'Eau, remonteroient-elles aussi-tôt, en surmontant cette même résistance de l'Eau à sa division, que rien ne les oblige à surmonter, puisqu'au contraire leur propre pesanteur, & celle de toute l'Eau qu'elles portent, ne tendent qu'à les tenir où elles étoient? Il est nécessaire qu'il y ait en elles un principe de légèreté par rapport à l'Eau dont elles doivent vaincre l'opposition, & ce principe ne peut être que l'Air qui leur est adhérent en une quantité d'autant plus grande qu'elles ont plus de surface.

M. Petit s'en est assuré par un moyen fort simple. Il lui a suffi de chiffonner ces feuilles entre ses doigts pour diminuer leur surface, & elles ne se sont plus soutenues sur l'eau.

Il ne faut pas omettre que quand on a chargé de quelque poids une feuille de Métal qu'on a mise au fond de l'Eau, & qu'on a voulu empêcher de remonter, comme on a placé naturellement ce poids au milieu de la surface de la feuille, on trouve que ses coins se sont relevés, parce qu'ils ont été plus libres que le milieu d'obéir à l'effort que faisoit la feuille entière pour monter. M. de Reaumur a fait le premier cette observation, & l'a indiquée à M. Petit qui l'a bien répétée.

Voilà donc l'adhérence de l'Air aux Corps solides assez prouvée. On sçait que les Liquides en sont pleins, mais on

## D E S S C I E N C E S.

peut ne pas ſçavoir combien il y eſt adhérent, & combien il eſt difficile, ou peut-être impoſſible de l'en tirer. Quand on a mis de l'Eau froide dans la Machine Pneumatique, & qu'on n'a encore fait le Vuide qu'à moitié, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de l'eau juſqu'à ſa ſurface où elles ſe diſſipent, cela ſe paſſe ſans beaucoup d'effervescence, & continue juſqu'à ce que le Vuide ſoit entièrement fait, après quoi il ne monte plus de Bulles, ou très-peu, quelque temps que l'Eau reſte dans la Machine.

Mais ſi on en retire cette même Eau, & qu'on l'y remette après l'avoir fait un peu chauffer, on la voit ſe rarefier à meſure que l'on pompe l'Air, il ſort des Bulles beaucoup plus groſſes que dans la première expérience, & il ſe fait une effervescence plus grande que celle qui ſeroit cauſée par le plus grand feu. Elle diminue à meſure que l'Eau ſe refroidit, & ne ceſſe que quand elle eſt entièrement froide.

Il eſt déjà ſorti de la même Eau bien de l'Air, & ce n'eſt pas à beaucoup près tout ce qu'elle en contenoit. Il n'y a qu'à la faire chauffer une ſeconde fois, mais un peu plus que la première, & on en tirera autant d'Air qu'on en avoit déjà tiré. Elle ceſſe de faire effervescence dès qu'elle n'eſt pas plus chaude qu'elle ne l'étoit la première fois au temps de ſa grande effervescence. On peut continuer ce manège tant qu'on voudra, pourvû qu'on mette toujours l'eau plus chaude. Il y a à cela un terme, qui eſt celui de la plus grande chaleur poſſible de l'Eau, apparemment paſſé ce terme on n'en tirerois plus d'Air, mais n'y en reſteroit-il plus?

Quoi qu'il en ſoit, il paroît par ces expériences que l'Air a différents degrés d'adhérence avec l'Eau où il eſt enveloppé, que plus elle eſt rarefiée par la chaleur, & , comme diſent les Chimiſtes, ouverte, plus il s'en échappe d'Air; parce que les degrés de cette adhérence ne viennent à ceder que les uns après les autres, les plus forts après les plus foibles.

L'Air mouille donc les Corps à ſa manière, comme fait l'Eau. D'ailleurs les effets de l'adhérence que les parties des Liqueurs ont entre elles, lui ſont communs avec ces Liqueurs.

16 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Ses Bulles ou gouttes affectent la figure ronde, & dès que deux Bulles se touchent, elles s'unissent. Que lui manque-t-il pour être un parfait Liquide? Il est si répandu par tout, qu'une plus grande connoissance de sa nature promet nécessairement de nouveaux avantages à la Phisique.

---

*SUR LE NOUVEAU THERMOMETRE.*

V. les M.  
p. 250.

\* p. 9.  
& suiv.

**L**E nouveau Thermometre de M. de Reaumur, dont la construction a été expliquée en 1730\*, étoit digne d'être porté à toute la perfection qu'on y pouvoit désirer, & ç'eût été dommage d'y épargner quelque travail de plus, quoique ces sortes de travaux mènent presque toujours plus loin que l'on n'a crû. Il restoit quelque indécision sur l'article par où nous avons fini ce que nous en avons dit dans l'année précédente, & l'Inventeur du nouvel Instrument n'a pas voulu laisser ce sujet de doute, tout léger qu'il étoit; & l'engagement même où il prévoyoit qu'il s'alloit mettre d'entrer dans des discussions de Physique fort délicates, a été pour lui une raison d'entreprendre cette matière.

Il s'agit de sçavoir si au haut du tuyau du Thermometre, on laissera de l'air naturel, & tel qu'il étoit au temps de la construction, ou si on le rarefiera autant qu'il sera possible. Nous en avons déjà rapporté le pour & le contre. Si c'est le 1<sup>er</sup>, lorsque l'air renfermé, & l'Esprit de Vin recevront l'impression du Chaud extérieur, ils tendront en même temps à se dilater. Outre que la liqueur n'aura plus son mouvement libre, & marquera mal les degrés, cet effort peut être tel qu'il cassera la boule du Thermometre sur laquelle il s'exerce. Si c'est le 2<sup>d</sup>, l'air contenu dans l'Esprit de Vin, car toutes les liqueurs en contiennent, n'étant plus comprimé par le poids de l'air du haut du tube s'échappera & s'élèvera dans cette espece de Vuide; on ne sçait s'il ne peut pas s'y en amasser assés pour former un volume d'air égal à peu-près en quantité & en qualité à l'air naturel qu'on auroit laissé

dans le 1<sup>er</sup> cas, & si par conséquent il n'y auroit pas les mêmes inconvénients à en craindre.

Il y a plus, lorsqu'on prend le parti de ce 2<sup>d</sup> cas, on fait chauffer la liqueur en construisant le Thermometre, afin qu'elle s'éleve jusqu'au bout du tuyau, ou bien près, après quoi on le scelle promptement, & par ce moyen on ne peut y renfermer qu'un air extrêmement rarefié. Mais M. de Reaumur a observé que les Thermometres ainsi construits se tiennent plus haut que ceux sur lesquels on les avoit réglés, avant qu'on les scellât. A la vérité, ces Thermometres dérangés se remettent d'eux-mêmes avec le temps, il y a même des moyens de leur aider, mais ils ne se remettent pas parfaitement. M. de Reaumur prouve que cet effet vient de l'air contenu dans la liqueur, & qui par la chaleur qu'elle a prise au temps de la construction s'est dégagé de ses parties, auxquelles il étoit intimement uni, moyennant quoi il s'est trouvé en état de se rarefier assés pour augmenter sensiblement le volume de l'Esprit de Vin. Nous expliquerons plus particulièrement dans la suite tout ce qui appartient à cet air contenu dans la liqueur, & après cela différemment modifié.

Cette observation n'empêcheroit peut-être pas que le parti moyen que nous avons proposé pour l'air du haut du tube ne subsistât. On ne chaufferoit la liqueur que médiocrement en construisant le Thermometre, les inconvénients seroient légers, & la Pihlique qui ne peut jamais être si exacte, seroit assés en droit de les négliger. Mais M. de Reaumur a conçu le dessein hardi & presque téméraire d'ôter absolument ces inconvénients.

Il seroit executé, si l'on pouvoit tirer de l'Esprit de Vin du Thermometre tout l'air qu'il contient; car alors on ne craindroit plus que sa marche ne fût troublée par cet air qui vient à s'en dégager en certains temps, la qualité de la liqueur seroit toujours la même, le haut du tube demeureroit, ou presque absolument vuide, ou rempli seulement de telle quantité d'air naturel qu'on voudroit. Mais toutes les expériences nous apprennent qu'il est impossible de tirer d'une



## 8 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

liqueur tout l'air qu'elle contient. Il n'y a que trois causes qui le fassent sortir des liqueurs, la diminution du poids de l'Atmosphère qui pressoit sur elles, une grande chaleur, un grand froid ; cette dernière cause, moins frappante que les deux autres, se manifeste bien sensiblement dans la glace, par les grosses bulles d'air qui s'y forment. Mais il est très-certain qu'aucune des trois ne tire entièrement tout l'air.

Une reflexion sur le sujet présent fait voir que ce mal n'en est pas un. Il s'agit de Thermometres, d'Instruments qui mesurent les degrés de chaud, & de froid de l'air que nous respirons sur la Terre, & non pas les degrés de chaud & de froid de Mercure ou de Saturne. M. de Reaumur a pensé que si, comme il étoit très-apparent, la chaleur faisoit sortir d'une liqueur, d'autant plus d'air qu'elle étoit plus grande, il y avoit un certain point au de-là duquel une chaleur déterminée n'en feroit plus sortir, quoiqu'il en restât, & que quand tout l'air que cette chaleur pouvoit tirer d'une liqueur en seroit sorti de manière à n'y pouvoir rentrer, il n'étoit plus possible qu'une chaleur moins forte tirât aucun air de cette liqueur. Certainement, il s'en faut beaucoup que nôtre air ne soit jamais, ni en aucun Climat, aussi échauffé qu'il peut l'être par l'eau bouillante, & par conséquent si on a tiré d'un Esprit de Vin, par une chaleur approchante, tout l'air qu'il aura pû lui donner, cet Esprit sera désormais à l'épreuve de toutes les chaleurs des Pays les plus chauds, on aura une sûreté plus que suffisante.

L'expérience s'est parfaitement accordée aux vûes de M. de Reaumur. La boule d'un Thermometre étant plongée dans l'eau bouillante, & l'Esprit de Vin s'étant élevé jusqu'au haut du tube, il a scellé le tube avec de la Cire, & ensuite l'a couché presque horizontalement, afin que l'air, dont la partie considérablement la plus grande, étoit contenue dans la liqueur de la boule, s'échappât avec plus de facilité. Il s'est formé en effet une grosse bulle d'air au haut de la boule. M. de Reaumur a remis son Thermometre dans la situation verticale & ordinaire : alors la bulle de la boule s'est élevée  
le

le long du tube, & en a gagné le haut qui a été déscellé pour la laisser sortir. Aussi-tôt on a remis le Thermometre dans de l'eau qu'on a fait chauffer jusqu'à bouillir, & on l'a rescellé pour recommencer la même opération, car il la faut recommencer, & plusieurs fois, toujours de la même façon, pour tirer toujours de nouvel air de la liqueur. Les bulles d'air du haut de la boule, qui diminuent de grosseur dans les opérations successives, promettent que l'air ne sera pas inépuisable. Cette diminution est sensible, tantôt dès les premières opérations, tantôt plus tard, mais elle va toujours en augmentant, & enfin après un nombre d'opérations, qui va au plus jusqu'à 20, & est souvent moindre, la liqueur est entièrement épuisée d'air, c'est-à-dire, de celui qu'elle peut donner par la chaleur de l'eau bouillante. On a beau laisser après la dernière opération le Thermometre couché horizontalement, il ne se forme plus de bulle d'air dans la boule. Le Thermometre construit à demeure, & ne devant plus être déscellé, a été scellé à la Lampe, au lieu qu'il ne l'étoit dans les opérations préparatoires qu'avec de la Cire qu'on ôtoit facilement.

Il a donné lieu à deux observations importantes, car nous en omettons plusieurs moins considérables, quoiqu'utiles au Sujet embrassé dans toute son étendue.

1.<sup>o</sup> Le Thermometre à Esprit de vin purgé d'air a été conforme dans sa marche à d'autres Thermometres bien réglés, mais dont l'Esprit de vin, le même en qualité, étoit chargé d'air autant qu'il pouvoit l'être. De-là il suit, contre l'opinion de plusieurs habiles Phisiciens, que l'air contenu dans l'Esprit de vin, & par conséquent, selon toutes les apparences, celui des autres liqueurs, ne contribue point à leur dilatabilité, du moins sensiblement, car s'il y contribuoit, il est clair qu'un Thermometre à Esprit de vin, purgé d'air, ne se seroit pas tant élevé que les autres par un même degré de chaleur.

2.<sup>o</sup> Quoique par les opérations successives qui ont purgé un Esprit de vin, il en soit sorti une grande quantité d'air,

*Hist. 1731.*

B

& telle qu'en faisant une somme de tous les degrés que cet air dégagé a occupés au haut du tuyau, on trouve quelquefois jusqu'à 54 degrés, cependant le Thermometre étant construit, & s'étant mis au degré que lui donnoit la chaleur de l'air extérieur, il n'a été que de  $\frac{1}{4}$  de degré plus bas, que si l'Esprit de vin n'avoit pas été purgé.

Cela paroît contraire à ce qui vient d'être dit, car enfin l'Esprit de vin purgé d'air étoit donc plus bas, moins dilaté, quoique de fort peu, & par conséquent l'air, qu'il avoit perdu, l'auroit rendu plus dilatable. Voici le dénouement de la difficulté, qui nous jette dans une considération, ou plutôt dans, une suite de considérations Physiques assés curieuses.

Le fait est constant qu'il y a de l'air dans toutes les liqueurs, elles en exhalent toutes dans la Machine Pneumatique, & on ne les en épuise jamais entièrement, M. Mariotte a observé qu'elles ont une grande facilité à en reprendre, & à s'en charger de nouveau autant qu'il est possible.

Cependant il y a peu d'affinité à certains égards entre ces deux substances, l'air & une liqueur quelconque. L'air se laisse aisément comprimer par les poids, & à proportion des poids, du moins dans les expériences que nous pouvons faire, & il se dilate à proportion de ce qu'il est soulagé de cette pression. Il se dilate aussi par le chaud, & se condense par le froid. On a éprouvé que l'eau est absolument incompressible par les poids, elle passera plutôt en vapeur par les pores d'un vase de métal où elle sera enfermée, que de se laisser comprimer par de violents coups de marteau, qui feront des enfoncements au vase, & en diminueront la capacité intérieure. Cette eau qui ne s'est pas laissée comprimer, avoit pourtant beaucoup d'air, & de-là il suit que l'air mêlé dans les liqueurs y perd la propriété d'être compressible par les poids, car ce que nous avons dit de l'eau, il se faut entendre des liqueurs en général qui contiennent toujours beaucoup d'eau, & peut-être ne sont liqueurs que parce qu'elles en contiennent.

Il y a cependant des cas où l'air des liqueurs est compressible. Quand M. de Reaumur, au moyen de l'eau bouillante,

avoit épuisé d'air, autant qu'il se pouvoit, l'Esprit de vin de son Thermometre, le Thermometre déscellé & ouvert à l'air extérieur, descendoit aussi-tôt de quelques degres, sans que ce mouvement pût être attribué à la température d'air que cet Instrument doit marquer. Nous observerons même, en passant, qu'il ne falloit ouvrir le Thermometre qu'en faisant un petit trou à la cire qui le scelloit, sans quoi l'irruption de l'air extérieur auroit été trop brusque & trop impétueuse, & même en ne déscellant qu'avec la précaution marquée, on voyoit encore des especes de vibrations de la liqueur, qui repoussée d'abord trop bas, remontoit ensuite comme par une vertu de ressort, & venoit enfin à s'arrêter à un certain point. Assûrément ce n'étoit pas dans cette expérience l'Esprit de vin qui se comprimoit par l'entrée de l'air extérieur dans le tube, il falloit que ce fût de l'air rarefié contenu dans cet Esprit.

L'air des liqueurs y est donc en deux états différens, dans l'un il est incompressible, dans l'autre, capable de compression. Il est naturel, & même nécessaire de concevoir que lorsqu'il est incompressible, il est uni à la liqueur le plus étroitement qu'il se puisse, & que quand il est capable de compression, il en est à demi dégagé, sans avoir pû en sortir, & en effet il n'est en cet état que par une grande chaleur.

Si dans le premier état il ne fait rien à la compressibilité des liqueurs, il ne fait rien non plus à leur dilatabilité. L'eau se dilate indépendamment de l'air, parce que ses parties deviennent plus ternées, s'écartent davantage les unes des autres, & se répandent dans un plus grand espace; ce sont-là les vapeurs, les brouillards, & cela n'empêche pourtant pas que l'air, qu'il n'est pas possible de tirer entièrement de l'eau, n'ait pû contribuer à la dilater. Pour l'Esprit de vin qu'on aura purgé de tout l'air qui en peut sortir par l'eau bouillante, il ne se dilatera plus à toute autre chaleur moindre que par sa partie huileuse & spiritueuse, qui de sa nature est susceptible d'extension. Peut-être aussi la partie aqueuse, car il n'est pas d'une substance homogène, comme l'eau, contribuë-t-elle de quelque chose aux grandes dilatations.

## 12 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

La distinction des deux états de l'air dans les liqueurs donne l'explication de la difficulté qui avoit été proposée. Mais cette explication elle-même en demande d'autres. Comment l'air est-il devenu incompressible dans une liqueur ? Ses différentes parties, qui y seront semées comme on voudra, y ont toujours un certain volume, & tous ces volumes y sont condensés au point de ne pouvoir plus l'être davantage, quelle force a été assez puissante pour les condenser à ce point-là ? nous n'en connoissons aucune qui soit à beaucoup près capable de cet effet. Il suffit qu'une liqueur soit présentée à l'air, elle le prend, s'en imbibe sans aucune violence & très-naturellement. Tout ceci, qui a paru aux Philosophes d'une difficulté effrayante, M. de Reaumur a trouvé moyen de le ramener à des idées si simples & si familières, qu'on sera peut-être étonné de l'embarras qu'on s'étoit fait.

Une liqueur prend l'air, comme une petite languette de Drap prend & boit l'eau où elle trempe par un bout. L'air mouillé par la première surface de la liqueur s'incorpore avec elle, il n'a plus que le mouvement de liquidité qu'elle a, & par ce mouvement celui qui étoit à la première surface est porté ailleurs, s'enfonce, si l'on veut, dans la liqueur, & il arrive à cette surface supérieure de nouvel air qui se mouille pareillement de la liqueur, s'y mêle, & toujours ainsi de suite jusqu'à ce qu'elle en ait bû tout ce qu'elle en peut boire.

Tous les interstices que laissent entre elles les parties propres de l'air se remplissent de la liqueur, & par conséquent le volume de l'air n'en est pas augmenté. C'est ainsi que le volume d'une Eponge ne l'est pas, quoiqu'à compter tout ce qu'elle a pris d'eau dans toutes ses cellules, il se trouvât qu'elle en a pris un volume beaucoup plus grand que celui de la matière propre.

Puisque du papier mouillé perd son ressort, & à tel point qu'il ne peut plus porter son propre poids, on concevra sans peine que l'air mouillé perd aussi son ressort, & qu'alors par conséquent il n'est plus ni compressible, ni dilatable. Mais il peut se sécher, c'est-à-dire qu'il peut être tiré des interstices

de cette liqueur où il s'est insinué, & cela arrive soit lorsque la compression de l'air extérieur devenuë moindre, le tient moins renfermé dans la liqueur, soit lorsqu'il survient une chaleur qui agitant plus vivement les particules où la liqueur & l'air sont unis occasionne leur séparation, soit au contraire lorsque le froid rapprochant davantage les unes des autres les parties propres de la liqueur, en chasse & en exprime celles de l'air.

De ces trois cas celui de la chaleur est le seul auquel il faille avoir égard en fait de Thermometres, car leur liqueur ne gele pas, & on a pris ses précautions contre les variations du poids de l'Atmosphère. Quand la chaleur n'a dégagé qu'à demi l'air de l'Esprit de Vin, on conçoit naturellement qu'il se trouve alors dans toute cette liqueur une infinité de petites bulles d'air semées de toutes parts, qui n'en sortent point, parce qu'elles ne sont pas encore assez agitées, parce qu'elles n'ont pas la force de vaincre la résistance du liquide, &c. C'est dans ce cas là principalement où arrivent les Phénomènes qui pouvoient embarrasser.

Nous avons vu que quand M. de Reaumur a voulu purger d'air un Esprit de vin autant qu'il pouvoit l'être par l'eau bouillante, il en avoit tiré par toutes les opérations successives jusqu'à 54 degrés, ces degrés étant de l'étendue de ceux du tube du Thermometre, & que cependant le Thermometre construit ne s'étoit trouvé que de  $\frac{1}{4}$  de degré plus bas qu'il n'eût été sans cette construction particulière. Le rapport de 54 à  $\frac{1}{4}$  étant celui de 216 à 1, le volume de la liqueur n'a donc par l'extraction de l'air été diminué que de  $\frac{1}{216}$ . C'est la même chose que si d'une Éponge bien imbibée d'eau, & qui représente ici l'air, on en retranchoit par la pensée toute sa substance propre, certainement le volume d'eau restant seroit presque égal à ce qu'étoit le tout auparavant. Il suit de-là, non que l'air fût 216 fois plus condensé dans l'Esprit de vin que dans l'état où nous le respirons, mais que d'un volume total de 217 parties, l'air en occupoit seulement 1, & l'Esprit de vin 216.

#### 14 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

M. de Reaumur ne prétend pas avoir encore épuisé ce sujet, & en épuise-t-on jamais quelqu'un? il prétend seulement que quand on voudra le suivre plus loin, ses nouveaux Thermometres se trouveront heureusement fort propres aux expériences qui pourront y être nécessaires.

Pour revenir à la construction de ces Thermometres, d'où nous nous sommes un peu écartés par des considérations incidentes, M. de Reaumur avertit que quand on veut purger d'air l'Esprit de vin, on n'est pas absolument obligé de passer par le grand nombre d'opérations, qui l'en purgeroient entièrement. Ce n'est pas que ce grand nombre doive faire tant de peur, ni qu'il demande tant de temps qu'on croiroit d'abord; M. de Reaumur le fait voir, mais un moindre nombre suffira, & le peu d'air qui restera dans l'Esprit de vin ne sera pas capable de troubler jamais sa marche sensiblement. Les objections qu'on a faites de ce chef contre la nouvelle invention, l'Auteur les croit pleinement résolues par cette construction seule bien conçue, ou bien exécutée.

On a fait une autre difficulté, qui pouvoit faire impression tant par le lieu d'où elle venoit que par le calcul géométrique dont elle étoit appuyée. Le nouveau Thermometre doit être plus grand & plus gros que les anciens, & contenir plus de liqueur. Le fond de la boule est toujours d'autant plus chargé, non-seulement qu'une plus grande quantité de liqueur pèse dessus, mais que la colonne de cette liqueur est plus haute, parce que, selon les principes de l'Hidrostatique, quoique le diametre du tube soit beaucoup plus petit que celui de la boule, le fond de la boule est aussi chargé que s'il l'étoit par une colonne de liqueur dont le diametre seroit dans toute sa longueur égal à celui de la boule. Lorsque dans le nouveau Thermometre la liqueur est à sa plus grande élévation, cette charge peut faire un effort de 130 livres, & il est à craindre que la boule qui n'est pas d'un verre plus fort que dans les Thermometres communs, ne casse. M. de Reaumur s'est rassuré contre cette crainte par des expériences, soit en faisant élever la liqueur par l'eau bouillante plus haut

qu'elle ne fera jamais dans les grandes chaleurs d'aucun Climat, soit en employant des boules fort éloignées de la figure sphérique, & par conséquent beaucoup moins capables de résister.

On pourroit dire qu'une plus grande charge, sans casser la boule, la dilateroit, ce qui feroit baisser la liqueur dans le tuyau, & par conséquent donneroit une marque trompeuse. Mais M. de Reaumur a encore trouvé que cet inconvénient étoit nul. Quand le Thermometre est dans sa position ordinaire, qui est la verticale, la boule est la plus chargée qu'elle puisse être, & par conséquent dilatée si elle peut l'être par cette cause. En inclinant le tuyau jusqu'à le rendre presque horizontal, on soulage la boule de presque tout le poids qu'elle portoit, elle se resserrera donc, & le Thermometre étant promptement redressé, la liqueur y sera plus haute qu'elle n'étoit auparavant. C'est cependant ce qui n'arrive point, preuve certaine que de ce chef, la boule ni ne se dilate, ni ne se resserre.

## SUR QUELQUES EXPERIENCES DE L'AIMAN.

C'EST ici une matière dont on ne verra de long-temps le bout, si on le voit jamais, & si on le voit d'aucune autre. M. du Fay continuë les recherches sur l'Aiman, dont nous avons parlé en 1728 \* & en 1730 \*, & par de nouvelles expériences, dont nous omettrons le détail, aussi-bien que la description des Machines, qu'il a été obligé d'inventer, il étend présentement, ou éclaircit, ou modifie ce qu'il avoit avancé.

V. les M.  
p. 417.

\* p. 1. &  
suiv.  
\* p. 1. &  
suiv.

Il s'agit de deux Questions.

- 1.° Dans un même Aiman un Pole a-t-il constamment plus de vertu attractive que l'autre ?
- 2.° Une plus grande vertu attractive n'emporte-t-elle pas la vertu de soutenir un plus grand poids ?



## 16 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Nous avons déjà dit en 1730 que M. du Fay n'admet qu'un Courant de la matière Magnétique, qui entre dans la Terre, comme en tout autre Aiman, par le Nord, & en sort par le Sud pour rentrer par le Nord, & par conséquent le Pole Boréal est toujours le Pole d'*entrée*, & l'Austral toujours le Pole de *sortie*, ce qui détermine nettement les dénominations des deux Poles, indépendamment de toute autre considération, qui pourroit y mettre de l'équivoque. On a crû, après Descartes, que le Pole Boréal d'un Aiman avoit plus de vertu attractive que l'autre, & cela parce qu'il étoit plus proche du Pole Boréal du monde, raison qui paroît assez légère. Quoique M. du Fay l'eût combattuë en 1730 par une expérience qui pouvoit suffire, il n'a pas voulu s'en tenir là, car le fait pouvoit être vrai, & avoir une autre cause. Il étoit important de sçavoir si les deux Poles d'un Aiman sont inégaux en vertu.

On auroit peut-être de la peine à croire combien il fut difficile d'imaginer des expériences qui menassent sûrement à une conclusion. Enfin après avoir remédié à tous les inconvénients qui se présentoient, & apporté les attentions les plus scrupuleuses, M. du Fay en approchant par degrés exactement mesurés un même Aiman de deux Aiguilles aimantées toutes pareilles, à la longueur près, qui étoit de 6 pouces dans l'une, & de 4 dans l'autre, trouva toujours que le Pole d'*entrée* de l'Aiman placé successivement à la même distance de l'une & de l'autre Aiguille en attiroit plus fortement le bout, ou lui faisoit décrire un plus grand arc de Cercle que ne faisoit le Pole de *sortie*, quand c'étoit à la plus longue Aiguille qu'on présentoit l'Aiman, & qu'au contraire quand c'étoit à la plus courte, le Pole de *sortie* étoit le plus fort. A toutes les différentes distances, & même avec plusieurs Aimans différents, les effets suivoient la même Règle.

On a dit en 1730, pourquoi dans l'hypothèse d'un seul Courant de la matière Magnétique, le Pole de *sortie* d'un Aiman doit naturellement être le plus fort. Je dis *naturellement*, car un Aiman peut être inégalement Aiman en ses différentes

différentes parties, il en aura de plus terrestres, de moins disposées à laisser passer librement la matière Magnétique. Si un Aiman avoit agi de la même manière sur les deux Aiguilles, si son Pole d'entrée avoit été le plus fort à l'égard des deux, on auroit pû croire que le vice étoit en lui, que sa constitution particulière transposoit l'inégalité naturelle de ses Poles ; mais il agissoit sur la petite Aiguille comme il le devoit, le vice n'étoit donc ni en lui, ni dans la petite Aiguille, mais dans la grande, & cela est d'autant plus certain qu'avec des Aimans différens, c'étoit encore la même chose. Il suit de-là que les deux bouts d'une Aiguille aimantée, & ce qui revient au même, les deux Poles d'un Aiman pouvant être plus forts ou plus foibles par eux-mêmes, & indépendamment de leur direction vers le Nord ou vers le Sud, il n'est pas possible de rien établir de général, ni de certain sur ce sujet.

Dans le cours des expériences, dont nous avons rapporté le résultat, M. du Fay observa qu'à mesure qu'il approchoit d'une Aiguille, qui tournoit sur son Pivots, la pierre d'Aiman, cette Aiguille toujours plus attirée décrivait un plus grand arc de Cercle assés proportionné d'abord aux différentes distances de l'Aiman, mais qu'ensuite cet arc devenoit tout d'un coup beaucoup plus grand qu'il n'eût dû être selon cette proportion, après quoi le mouvement de l'Aiguille se remettoit assés dans la proportion jusqu'à la fin. Pourquoi ce saut brusque de l'Aiguille vers le milieu de son mouvement ? cela vient de la différente position de l'Aiguille à l'égard du Tourbillon de l'Aiman. D'abord l'Aiman étant éloigné le Tourbillon n'atteignoit l'Aiguille qu'au milieu de sa longueur, & la moitié de cette longueur étoit le bras de levier par lequel agissoit la vertu attractive de l'Aiman. Ce bras changeoit peu, s'allongeoit peu pendant un temps. Mais l'Aiman étant beaucoup plus proche, & le bout de l'Aiguille fort enfoncé dans le Tourbillon, tout d'un coup le bras de levier étoit presque toute la longueur de l'Aiguille, & par conséquent l'action de la vertu attractive en étoit subitement & très-considéra-

blement fortifiée, & après cela elle ne pouvoit plus l'être de la même manière. Ce qui confirme bien cette explication, c'est que cette irrégularité apparente n'étoit bien marquée que dans les longues Aiguilles qui pouvoient fournir des bras de levier fort sensiblement inégaux.

Lorsqu'on a aimanté une Aiguille ou une Lame d'Acier, en la passant sur une Pierre d'Aiman, & qu'on lui a donné les deux différents Poles selon le sens dont on l'a passée, il n'y a qu'à la passer sur la même Pierre une seconde fois en sens contraire, le Pole qui étoit d'entrée devient aussi-tôt celui de sortie. Par cette opération, M. du Fay a eu beau changer & rechanger les Poles d'une Lame, le même bout qui s'étoit trouvé une fois avoir plus de vertu attractive, la conservoit toujours, & à peu-près dans la même proportion, soit qu'il fût Pole d'entrée ou de sortie, soit, ce qui est la même chose, qu'il se dirigeât au Nord ou au Sud. C'étoit donc uniquement quelque disposition intérieure de cette Lame qui donnoit plus de vertu à l'un de ses bouts, & ce qui le prouve encore, il se trouvoit d'autres Lames toutes pareilles, dont les deux bouts n'avoient point cette inégalité de vertu.

Il est fort naturel de croire qu'une plus grande vertu attractive est liée avec celle de soutenir un plus grand poids, ou plutôt que ces deux vertus ne sont que la même ; car pourquoi un Aiman soutient-il un poids qui de lui-même tomberoit, si ce n'est parce qu'il l'attire, & se l'attache par cette attraction, & ne se l'attache-t-il pas davantage, ou, ce qui revient au même, ne doit-il pas soutenir un plus grand poids, à proportion que cette attraction est plus forte ? cependant les expériences de M. du Fay lui ont appris que le Pole qui attiroit de plus loin n'étoit pas toujours celui qui levoit le plus grand poids. Il en a été surpris d'abord, & a cessé de l'être en y pensant un peu. Un Tourbillon Magnétique est composé de petits Torrents, de filets, qui agissent & selon leur quantité plus ou moins grande, & selon qu'ils sont plus ou moins ferrés les uns contre les autres. C'est par

une plus grande quantité. précisément qu'ils soutiennent un plus grand poids, c'est par une plus grande union qu'ils attirent de plus loin. On voit assés ce qui résulte de cette distinction. La Nature en sçait bien faire une infinité d'autres, & de plus fines, dont notre Raison ne s'avise point, si elle n'est avertie par les faits, & dont elle ne s'avise pas toujours, quoiqu'avertie.

## O B S E R V A T I O N S DE P H I S I Q U E G E N E R A L E.

### I.

**L**E P. Dom Halley, Prieur des anciens Bénédictins de Lessay, proche Coutances, a écrit à M. de Mairan que le 3 Juin sur le soir, le jour suivant au matin, & le même jour au soir, il y avoit eu à Lessay des Tonnerres extraordinaires. Tout le Ciel étoit en feu depuis l'Horison jusqu'au Zénit, on voyoit, ainsi que dans un feu d'artifice, le jeu d'une infinité de fusées volantes, il tomboit de toutes parts comme des gouttes de métal fondu & embrasé, & le spectacle eût été charmant sans la violence des coups de tonnerre, qui causoient de l'effroi aux plus hardis. Les édifices en étoient ébranlés, quelques-uns furent réduits en cendres, & des Bestiaux tués. Cependant la pluie ne fut pas des plus abondantes, au contraire la sécheresse, dont on se plaignoit, continua toujours. Apparemment elle avoit beaucoup contribué à ce terrible Météore; les exhalaisons sulphureuses n'ayant point été détrempées, comme à l'ordinaire, s'étoient amassées en plus grande quantité, & avoient pris feu avec toute la force dont elles sont capables.

### II.

Le 15 Juin il y eut dans la Ville de Cavaillon, entre 10 & 11 heures de nuit, un si grand tremblement de Terre, qu'il sembloit que toute cette Ville allât être entièrement renversée. Le Dome de la Porte de la Couronne tomba. On ne

20 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
se souvenoit point d'avoir jamais vû de tremblement de terre  
à Cavaillon.

### III.

Il y a à Marseille une Tour située sur le haut d'une Col-  
line, & où une Cloche de 6 pieds de diametre est suspenduë  
sur deux barres de Fer longues de 3 toises, épaisses de  $3\frac{1}{2}$   
pouces, & posées horisontalement de l'Est à l'Oüest. Suivant  
les Archives de la Ville il y a environ 420 ans qu'elles ont  
été mises au haut de cette Tour, retenües par les deux bouts  
dans les épaisseurs de deux piliers d'une pierre de taille assés  
tendre.

M. Chevalier, Ingénieur à Marseille, travaillant à un Plan  
de la Ville, monta au haut de la Tour, & remarqua qu'aux  
deux bouts des barres de Fer, & dans les piliers qui les por-  
tent, il y avoit une épaisseur de Rouille assés considérable,  
qui s'étoit formée du fer & de la pierre, & il jugea que cette  
Rouille pouvoit bien avoir été convertie en Aiman, comme  
il étoit arrivé à Chartres & à Aix. Il en fit détacher un  
morceau avec un Marteau, & il fut convaincu sur le champ  
que sa conjecture étoit vraie, car les petites parties qui  
s'étoient rompuës autour du morceau, en le détachant de la  
barre, y demeuroient attachées, & s'y hérissoient comme la  
limaille de Fer sur l'Aiman. Il reconnut ensuite cette matière  
pour un excellent Aiman par la quantité de limaille dont elle  
se chargeoit.

M. du Fay, à qui cette Relation a été adressée, en a fait  
voir à l'Académie deux morceaux d'égale bonté à peu-près,  
& d'une force assés uniforme dans toutes leurs parties. Il a  
détaché de l'un le poids d'un peu plus de 3 gros  $\frac{1}{2}$ , & ce petit  
morceau, quoique brut, & sans avoir aucune de ses faces  
applanie, se soutient contre du Fer, & par conséquent doit  
être mis au rang des meilleurs Aimans. Extérieurement il  
ressemble à du Fer rouillé, & rongé par les injures de l'air,  
mais intérieurement il est de la couleur de l'Aiman de la Chine,  
& brillant dans les cassures. Il est disposé en lames aisées à  
séparer. Il se lime très-difficilement, & paroît aussi dur que

L'Aiman ordinaire, cependant on le casse sans peine. Enfin lorsqu'il est travaillé, il ne conserve plus aucunes marques de son premier état, & n'est plus qu'un Aiman d'une très-bonne qualité.

Voilà donc du Fer qui s'est changé en Aiman. Il semble jusqu'à présent que les conditions nécessaires pour cette métamorphose sont que le Fer qui la doit recevoir soit environné de pierre, & que les lieux où elle se fera soient élevés, car les barres de la Cloche de Marseille étoient 58 Toises au dessus du Niveau de la Mer, & les deux autres exemples, que l'on connoît, appartiennent à des Clochers. Mais peut-être nous pressions-nous trop de conjecturer.

## I V.

Nous avons rapporté en 1719 \* le fait peu vraisemblable \* p. 39. & bien attesté d'un Crapaud trouvé vivant & sain au milieu & 40. du Tronc d'un assés gros Orme, sans que l'Animal en pût jamais sortir, & sans qu'il y eût aucune apparence qu'il y fût jamais entré. M. Seigne de Nantes a écrit précisément le même fait à l'Académie, à cela près qu'au lieu d'un Orme, c'étoit un Chêne plus gros que l'Orme, selon les mesures qu'il en donne, ce qui augmente encore la merveille. Il juge par le temps nécessaire à l'accroissement du Chêne que le Crapaud devoit s'y être conservé depuis 80 ou 100 ans sans air & sans aliment étranger. M. Seigne ne paroît pas du tout avoir connu l'autre fait de 1719, & l'extrême conformité du sien en est d'autant plus frappante.

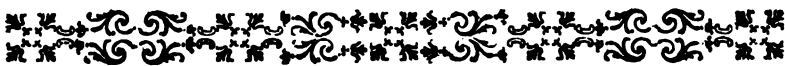
---

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires Les Observations Météorologiques de M. Cassini en V. les M. 1730, comparées à quelques autres faites en différents lieux. P. 1.

Et celles de M. Maraldi pour l'année 1731. p. 511.

Les Observations de quelques Aurores Boréales par M. de Mairan. p. 379.





## ANATOMIE.

---

 SUR L'OPERATION LATÉRALE  
DE LA TAILLE.

V. les M.  
P. 144.

\* p. 27.  
& suiv.

Nous avons dit en 1728 \* quelles sont les quatre Opérations pratiquées jusqu'à présent pour la Taille, & nous en avons fait d'après un Livre de M. Morand une petite Histoire abrégée, qui se termine par le changement qui commençoit à se faire en Angleterre à l'égard des différentes Méthodes successivement éprouvées ; on abandonnoit alors le *Haut Appareil* pour l'*Opération latérale* de M. Rau.

M. Morand continuë ici cette histoire, dont une partie s'est passée sous ses yeux, lorsqu'il étoit à Londres où l'avoit attiré la curiosité de voir opérer le fameux M. Cheselden, & de s'instruire avec lui. Ce grand Chirurgien, quoique content du *Haut Appareil*, voulut aussi éprouver l'*Opération latérale*, parce qu'on ne peut trop en matière si importante se tourner de tous les côtés, & il eut de si grands succès que M. Morand revint en France, très-persuadé des avantages de l'*Opération latérale*, qui lui furent encore confirmés par tout ce qu'il en apprit dans la suite.

Cette opération avoit eu le malheur de débiter très-mal à Paris, où feu M. Méry l'avoit rudement condamnée, & elle le méritoit par la manière incertaine, périlleuse, & presque aveugle, dont la pratiquoit le Frere Jacques, son premier Auteur. Mais il se corrigea, se perfectionna, soit par ses réflexions, soit par des conseils, il réussit en Hollande avec tant d'éclat, qu'on lui rendit des honneurs publics, & enfin M. Rau adopta sa Méthode, ou du moins en prit le fond. C'est de-là qu'elle a passé en Angleterre, revêtuë du

nom de M. Rau. Nous ne touchons que le plus légèrement qu'il soit possible tous ces points & quelques autres traités avec toute l'étendue nécessaire dans le Mémoire de M. Morand, notre intention n'est que d'en venir à ce que le Mémoire ne dit pas, & qu'il est cependant important que le Public sçache.

M. Morand convaincu de la bonté de l'Opération latérale & par le grand nombre des succès de M. Cheselden, & par les études qu'il avoit faites sur beaucoup de Cadavres, & par une recherche exacte de tout l'historique, qui appartenoit à cette matière, se met, avec l'aveu de ses Supérieurs, à pratiquer cette Opération dans Paris. M. Perchet, un de ses Confreres, en fait autant, & de seize personnes taillées de cette manière, quatorze sont parfaitement guéries, quoique de ces quatorze il y en eût quatre qui au temps de la Taille étoient en très-mauvais état. Les Supérieurs, le premier Ministre même, applaudissent. L'Académie a vû onze de ces guéris, & elle a vérifié leurs cicatrices; les trois autres étoient retournés chés eux. Mais après cela M. Morand taille en 1731 deux Malades connus dans le monde, l'un principalement, & tous deux meurent le 6<sup>me</sup> jour. Il s'élève un cri dans Paris contre la nouvelle opération. On n'avoit pas entendu parler de toutes les Cures précédentes, mais tout le monde sçait qu'il s'est fait deux meurtres consécutifs. M. Morand obtint que les deux Cadavres fussent ouverts en présence de Médecins & de Chirurgiens, & ils attesterent en forme ce qu'ils avoient vû dans les Reins & dans la Vessie, c'est-à-dire des causes de mort sensibles, & indépendantes de l'opération, qui se trouva bien faite de part & d'autre. L'Académie vit les mêmes pièces, & en jugea de même. M. Morand bien muni de faits & de raisons justificatives, publia le tout dans des Ecrits imprimés, qui par cette raison n'entrent point dans le Mémoire qu'il donne présentement. Si nous en rappelons le souvenir, c'est moins pour son intérêt que pour celui du Public, à qui il importe qu'une bonne Opération ne tombe pas dans le décri, parce qu'il lui sera arrivé, ainsi qu'il



24 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
est presque absolument inévitable, quelques malheurs d'éclat,  
dont des jalousies particulières tâcheront de profiter.

---

*JUR LE CHANGEMENT DE FIGURE  
DU CŒUR  
DANS LA SISTOLE.*

**L**E Sang de toutes les parties du Corps rapporté par les Veines dans les deux Oreillettes du Cœur, l'une droite, l'autre gauche, n'y séjourne qu'un instant, pendant lequel ces deux Vaisseaux le tiennent renfermé au moyen de certaines Valvules, qui ne lui permettent pas de sortir. Mais dans l'instant suivant elles le lui permettent en s'abaissant vers la pointe du cœur, & s'applatissant vers ses parois, au lieu qu'elles étoient auparavant tenduës & soulevées, alors le sang entre dans les deux Ventricules, qui s'ouvrent & se dilatent pour le recevoir. C'est-là la Diaftole du Cœur. Enfin il faut que le sang sorte des Ventricules pour entrer dans les Arteres qui alors se dilatent, & ont leur Diaftole, & cela se fait par la contraction ou Sistole du Cœur, qui en diminuant la capacité des Ventricules en chasse le sang. Ce que nous avons appelé le premier instant est le même que ce dernier, qui ne doit pas être pris pour un troisième ; dans le moment de la Sistole du Cœur, les Valvules doivent empêcher que le sang contenu dans les Oreillettes n'en sorte pour tomber dans les Ventricules, lorsqu'ils doivent se vuider du sang qu'ils contiennent déjà. Le moment de la Sistole du Cœur est aussi le même que celui de la Diaftole des Arteres, pendant lequel on sent leur battement. Le Cœur étant certainement un Muscle, quoique d'une construction particulière, on compte sa Diaftole ou relâchement pour son état naturel, & sa Sistole pour un état en quelque sorte forcé par l'intervention d'une cause étrangere, tels que seroient les Esprits Animaux.

Lorsque le Cœur, qui étoit en Diaftole, vient à être en Sistole, il faut nécessairement qu'il change de figure pour ce  
second

second instant, & que par ce changement il chasse le Sang hors de ses Ventricules. Ce qui s'offre d'abord à l'esprit, c'est que le Cœur s'accourcira, c'est-à-dire, que la ligne qui va de sa base à sa pointe diminuera de longueur, mais il est possible aussi que la ligne qui diminuera sera la perpendiculaire à cette première, celle qui passe par le milieu des deux Ventricules, auquel cas le Cœur se rétrécira; il est visible que de l'une & de l'autre façon le Sang sera poussé hors des Ventricules. Dans le cas où le Cœur se raccourcit, on conçoit qu'il doit en même temps s'élargir, & dans le cas où il se rétrécit, on conçoit qu'il doit s'allonger, & qu'ainsi les deux cas du raccourcissement & du rétrécissement sont opposés, & incompatibles; mais en y faisant un peu d'attention, on voit qu'absolument le Cœur peut s'accourcir sans s'élargir, ou se rétrécir sans s'allonger, qu'il peut même se contracter en tous sens à la fois, comme feroit une Sphere d'une matière spongieuse, dont tous les diametres s'accourciroient ensemble, & également. Il se forme des opinions différentes, lorsqu'entre ces différentes manières, dont il est possible que la Sístole se fasse pour produire l'effet qu'elle produit certainement, on en choisit quelqu'une à l'exclusion des autres.

A Montpellier il s'éleva sur cette matière une contestation entre deux Prétendants à une Chaire de Professeur en Médecine, l'un soutenoit que dans la Sístole le Cœur s'accourcit, l'autre qu'il s'allonge, & la Question fut proposée à l'Académie des Sciences.

M. Hunaud, que l'on chargea d'un examen particulier, commença par ramasser les autorités des Anatomistes les plus célèbres. Harvé, Lower, Stenon, M. Vieussens, sont pour le raccourcissement, Schelegelius, Borelli, & quelques autres encore sont pour l'allongement, ou simplement nient le raccourcissement. Sur-tout M. Winslow, dans un Mémoire imprimé en 1725 parmi ceux de l'Académie, a semblé se déclarer pour ce dernier parti, puisqu'il traite d'erreur l'opinion que le Cœur s'accourcisse dans la Sístole. Son autorité faisoit une

*Hist. 1731.*

D

grande partie de la force de celui des deux Disputants , à qui elle étoit favorable.

On vint ensuite à l'expérience, M. Hunaud examina & fit voir les Cœurs de plusieurs Animaux ouverts en vie, Chiens, Chats, Pigeons, Lapins, Carpes, Grenouilles, Vipères. Cette voye, qui est en général la plus sûre, ne l'est pas tant ici. Les Cœurs de ces Animaux dans l'état où on les prend, ont des mouvements si irréguliers, si changeants, si convulsifs, tantôt si lents, tantôt si précipités, qu'il est très-difficile de sçavoir bien précisément ce qu'on voit, & ceux qui n'avoient pas les yeux bien accoutumés à ces sortes de spectacles n'osoient rendre aucun témoignage positif. Pour M. Hunaud il assura, sans hésiter, qu'il voyoit toujours le Cœur se raccourcir.

Il ne faut point se croire engagé d'honneur à soutenir ce qu'on a avancé, seulement parce qu'on l'a avancé, il y auroit bien plus d'honneur à s'en dédire, mais il est très-légitime de ne se pas laisser imputer plus que ce qu'on a dit, & de se renfermer dans ces bornes. M. Winslow, que l'on regardoit comme obligé à soutenir l'allongement du Cœur, ne l'étoit pas, à parler exactement; il n'étoit pas vrai, selon lui, que le Cœur se raccourcît dans la Sístole, & il étoit vrai qu'il se rétrécissoit, mais il pouvoit se rétrécir sans s'allonger, & cela suffisoit à M. Winslow.

Il avoit été autrefois dans l'opinion la plus commune, mais ayant fait attention à une remarque de l'illustre Alphonse Borelli, que les fibres longitudinales du Cœur, celles qui vont de la base à la pointe sont en beaucoup moindre quantité que les transverses, il conçût que dans la Sístole c'étoient donc les transverses qui faisoient le plus grand effet, & que par conséquent leur contraction ou raccourcissement devoit rétrécir le Cœur, tandis que la contraction des longitudinales pourroit ne pas l'accourcir. Il faut entendre ici par fibres longitudinales & transverses, non-seulement les directes, mais encore les obliques.

Tandis qu'on en étoit-là dans l'Académie, M. Bassuel, Chirurgien de Paris, y vint lire sur ce sujet un Mémoire qui fut écouté avec assés de satisfaction. Il tenoit pour le raccourcissement du Cœur, & se fondeoit principalement sur le jeu des Valvules.

Posées, comme elles sont, de chaque côté du Cœur, entre l'Oreillette & le Ventricule correspondant, il est certain que leur fonction est de laisser tomber le Sang de l'Oreillette dans le Ventricule pendant la Diastole du Cœur, & d'empêcher pendant la Sístole que le Sang ne continué de tomber ainsi, parce que le Ventricule trop plein ne permettroit pas au Cœur de se contracter, & de pousser dans l'Artere correspondante le Sang que le Ventricule contient. Pour cela; il faut que les Valvules s'abaissent dans la Diastole, & se relèvent dans la Sístole, de manière à fermer les Oreillettes; & à en empêcher la communication avec les Ventricules. Le mouvement des Valvules dépend des filets tendineux, auxquels elles sont attachées, & qui partent de certaines colonnes charnuës vers la pointe du Cœur. Quand ces filets qu'on peut d'abord supposer lâches, le deviennent moins; par quelque cause que ce soit, ils tirent les Valvules en embas; les appliquent contre les parois du Cœur, de sorte que le Sang passe librement des Oreillettes dans les Ventricules. Quand au contraire les filets sont plus lâches, ils permettent aux Valvules de se détacher des parois, elles remontent, & se placent entre elles de la manière nécessaire à fermer l'issuë de leurs Oreillettes. Il est visible que le premier mouvement des Valvules se fait dans la Diastole, & le second dans la Sístole. Donc le moment de la Sístole est celui où les filets tendineux sont relâchés. Or ils le sont quand la pointe du Cœur s'approche de sa base, car alors ils deviennent trop longs pour pouvoir tirer les Valvules en embas, donc le moment de la Sístole est celui où la pointe du Cœur s'approche de sa base, & il faut qu'elle s'en approche, afin que dans ce moment-là le Sang des Oreillettes ne tombe pas dans les Ventricules. Donc le Cœur s'accourcit dans la Sístole.

## 28 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Cela se peut confirmer par une observation que l'on fait sur les Cœurs morts. Les Valvules y sont appliquées contre les parois, ainsi qu'elles doivent l'être, pour laisser tomber le Sang dans les Ventricules, & l'on voit à l'œil que pour les relever, il faudroit que les filets tendineux, qui les avoient abaissées par leur accourcissement, vinssent à s'allonger, ou à devenir lâches, ce qui arriveroit si la pointe du Cœur s'approchoit de la base. Les Valvules qui étoient demeurées dans l'état où la Diastole les mettoit, se feroient donc relever dans la Sístole suivante par le raccourcissement du Cœur.

L'expérience, que M. Bassuel rapporte de Lower, étoit encore plus décisive. Lower, après avoir rempli d'eau un Ventricule, pressoit le Cœur du côté de sa pointe pour le raccourcir un peu, & on voyoit aussi-tôt les Valvules se hausser, & s'ajuster ensemble de façon à ne laisser point sortir la liqueur qui étoit au dessous d'elles. L'effet étoit encore mieux marqué, & plus complet, quand M. Bassuel ajoûtoit une légère pression du côté de la base, & une autre latérale.

Il a renversé aussi l'expérience de Lower, en allongeant par quelques petits artifices assés délicats, & en pressant ensuite un Cœur dont un Ventricule étoit plein d'eau; l'eau en est sortie très-facilement, & s'est jettée dans l'Oreillette. La Sístole feroit refluer de même le Sang dans les Oreillettes, si le Cœur s'allongeoit.

Ce qui fait conclurre ici que le Cœur ne s'allonge point, ou s'accourcit dans la Sístole, c'est que l'état des Valvules, qui doivent alors être élevées, demande que leurs filets tendineux soient relâchés, ou plus longs, & ce raisonnement cesse, si dans ce même temps, ces filets peuvent n'être pas plus longs. Or M. Winslow croit que ces filets peuvent ne l'être pas, & qu'il suffiroit que les colonnes, qui leur servent de base, s'allongeassent dans la Sístole.

On peut répondre aussi aux expériences de Lower, & de M. Bassuel, que quand dans un Ventricule rempli d'eau, &

ensuite comprimé, parce qu'on a rapproché la pointe du Cœur de sa base, les Valvules se soulèvent, & ferment le Ventricule, ce n'est-là qu'une suite du mouvement imprimé à l'eau, par lequel elle remonte un peu, & élève les Valvules qu'elle rencontre en son chemin. Les filets leur permettent ce jeu, mais ils n'en sont pas la cause.

Nous n'avons point parlé d'un article, qui n'a pas laissé d'être touché. Dans le moment de la pulsation des Arteres, qui est celui de la Sístole, on sent le Cœur qui vient battre contre les Côtes, & on juge que c'est par sa pointe qu'il bat. Il est assez naturel de croire qu'il s'est donc allongé, & qu'il étoit plus court, ou qu'il avoit sa pointe plus proche de sa base dans le moment précédent où cette pointe ne touchoit pas aux Côtes. Donc le Cœur s'allonge dans la Sístole. La conclusion seroit bien sûre, si le Cœur étoit fixe & inébranlable dans une place, mais il ne l'est pas, les Vaisseaux, avec lesquels il a connexion, lui souffrent un peu de mouvement. M. Winslow avoit déjà dit ailleurs que la masse du Cœur peut glisser dans le Péricarde dont elle est enveloppée, & M. Bassuel prouvoit par des expériences, que chacun peut faire sur soi-même, combien la position de cette partie peut varier.

Il faut avouer que tout ceci n'aboutit qu'à des incertitudes, mais les incertitudes sont des especes de lumières qui peuvent mener à la connoissance du vrai, au lieu que des décisions hardies & précipitées nous en éloigneroient. Il ne faut pas que l'Académie des Sciences abuse de son nom & de sa réputation pour décider trop vite.

### OBSERVATION ANATOMIQUE.

**M** HELVETIUS a fait part à l'Académie d'un fait arrivé au Bourg de la Tour de Trefme, Bailliage de Gruyere, dans le Canton de Fribourg, dont il a produit, & une Lettre de M. Michel Docteur en Médecine en ce pays, & un

### 30 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

témoignage authentique, pardevant Notaires, de gens qui ont vû, car la chose méritoit d'être aussi-exactement vérifiée.

En 1723, M.<sup>e</sup> Flandrin Sage-femme, de la Ville de Bulle, fut appelée pour accoucher Marguerite François, femme de Claude Magnin, de la Tour de Tresme, grosse de son premier Enfant, à l'âge de 48 ans. La tête de l'Enfant se présentoit au passage qui se trouvoit trop étroit. La Sage-femme ayant fait inutilement, pendant un jour & une nuit, toutes les tentatives possibles, consulta M. Michel qui ordonna de son côté tout ce qui pouvoit aider à causer des épreintes, & fortifier la Mere. Rien ne réussit. Le 4<sup>me</sup> jour de ce cruel travail, l'Enfant ayant été ondoyé sous condition, M. Michel fut d'avis que la Sage-femme le tirât avec un Crochet, ou que si elle ne le pouvoit pas, elle le fit reculer pour le tirer par pieces. Ces terribles expédients lui avoient réussi en quelques autres occasions, mais dans celle-ci elle les tenta sans succès. Enfin il ne restoit plus que le plus terrible de tous, l'opération Césarienne, qui fut résoluë le 7<sup>me</sup> jour. La Sage-femme la fit avec tant de dextérité & de courage que la Malade fut délivrée sans aucun accident. Deux mois après, elle alla remercier M. Michel, & elle a toujourns jouï ensuite d'une parfaite santé.

M. Michel ajoute que cette Sage-femme est fille de M. Savary, très-habile Chirurgien de la Ville de Fribourg, qu'elle avoit déjà fait l'opération Césarienne à trois femmes, un moment après leur mort, & que les Enfants avoient eu Baptême, qu'elle avoit pour la Chirurgie un talent héréditaire, dont elle avoit fait usage dès sa première jeunesse, & donné en plusieurs occasions des preuves éclatantes.

V. les M.  
p. 85.

V. les M.  
p. 223.

**N**Ous renvoyons entièrement aux Mémoires L'Écrit de M. Petit le Chirurgien, sur la manière d'arrêter les Hémorragies.

Les Expériences de M. de Maupertuis sur les Scorpions



## CHIMIE.

SUR UNE NOUVELLE ESPECE  
DE VEGETATIONS METALLIQUES.

IL a déjà été parlé de Végétations Métalliques dans les V. les M.  
Mémoires de 1710\*, & dans l'Histoire de 1722\*, mais P. 466.  
celles dont nous allons parler en sont tout-à-fait différentes, \* P. 426.  
non-seulement par leur figure, qui ne paroît pas d'abord \* P. 31.  
mériter si bien le nom de *Végétation*, mais par la manière  
dont elles se forment. Elles sont dûes à des expériences  
nouvelles de M. de la Condamine.

Il a mis sur une Agate polie, ou sur un Verre, posés  
horizontalement, un peu de Solution d'Argent, faite à l'or-  
dinaire par l'Esprit de Nitre, & au milieu de cette liqueur  
épanchée, qui n'avoit que très-peu d'épaisseur, il a placé un  
Clou de fer par la tête. Dans l'espace de quelques heures il  
s'est formé autour de cette tête de Clou un très-grand  
nombre de petits filets d'Argent, qui, à mesure qu'ils s'é-  
loignoient du centre commun, diminuoient toujours de  
grosseur, & se divisoient en plus petits Rameaux. C'est-là  
ce qui avoit l'air de Végétation. Car quoiqu'elle ne s'élevât  
pas comme les autres, & ne fût qu'horizontale, il lui suffisoit  
de ressembler aux Plantes rampantes.

M. de la Condamine juge avec beaucoup de vrai-semblance  
que la cause générale de ce fait est ce principe si bien établi  
en Chimie, qu'un Dissolvant qui tient un Métal dissous  
l'abandonne, dès qu'on lui présente un autre Métal, qu'il  
dissoudra plus facilement. Ici le Nitre a abandonné l'Argent  
pour aller dissoudre du Fer, ou la tête de Clou, & de-là  
s'en est ensuivi le reste qui sera examiné plus en détail. Mais  
sans aller plus loin, on peut déjà conclure de ce principe



### 32 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

qu'on fera la même expérience sur tous les autres Métaux, en substituant à la Solution d'Argent, une Solution d'un Métal quelconque, & au Fer un Métal plus aisé à dissoudre par le Dissolvant du Métal qu'on aura choisi, & c'est en effet ce que M. de la Condamine a trouvé par un grand nombre d'expériences différemment combinées. Il a toujours eu des Végétations horizontales, des Arbrisseaux plats, & l'on s'attend bien qu'il se fera trouvé beaucoup de variétés, soit en ce que les Arbrisseaux auront demandé plus ou moins de temps, soit en ce qu'ils auront été plus ou moins touffus, d'une ramification plus ou moins distincte, &c. A tout prendre, les plus aisés à voir, & les plus beaux sont ceux de l'expérience fondamentale, & nous nous y tiendrons.

Quand la tête du Clou est mise dans la Solution d'Argent, le Nitre, qui en quelque sorte sent qu'il est arrivé du Fer, se met en mouvement pour se séparer de l'Argent, & courir au Fer. Ce mouvement de fermentation se répand à la ronde, & agite les petites molécules où une parcelle de Nitre est unie à une parcelle d'Argent, supposé que l'espace occupé par toutes ces molécules ensemble ne soit pas trop grand. C'est pour cela qu'il ne faut que peu de Solution. Les particules de la Solution les plus proches du Clou sont les premières d'où le Nitre se détache pour aller s'insinuer dans le Fer, & quand elles y sont entrées, celles qui en sont devenuës les plus voisines, leur succèdent, & ainsi de suite, d'où il arrive, à cause de l'adhésion que toutes les particules de la Solution ont entre elles, que toute cette liqueur prend un mouvement circulaire de sa circonférence vers le centre. Dans le temps que les molécules d'Argent & de Nitre unis font ce chemin, le mouvement interne de fermentation détache le Nitre de l'Argent, sur-tout dans les molécules plus proches du centre, où à mesure qu'elles s'en approchent davantage, & cette séparation est d'autant plus aisée que la couche de Solution sur le Verre a le moins d'épaisseur qu'il soit possible, & que par-là tout l'aqueux de la Solution s'évapore bien vite. Les parcelles d'Argent sans Nitre

Nitre demeurent dans l'endroit de leur route, où la séparation s'est faite, parce qu'elles ne sont plus portées par une liqueur, & elles y sont collées par un petit reste d'humidité. Il doit donc se former un espace circulaire où l'on verra une infinité de rayons d'Argent, qui seront les traces des routes que tenoient les molécules lorsqu'elles s'acheminoient vers le centre commun. Ces rayons seroient droits, si leur rectitude n'étoit altérée par une infinité de petites causes, ou d'accidents, qu'il est facile d'imaginer. Un rayon ou courant de cette matière détourné de son cours, va se jeter dans un autre qu'il fortifie, & de-là vient l'apparence de ramification, de la même manière que dans une Carte Géographique, une petite Rivière paroît une branche d'une plus grande où elle tombe. On peut concevoir dans le fait dont il s'agit ces ramifications autant répétées que l'on voudra.

Il peut arriver fort naturellement que dans une molécule d'Argent & de Nitre, l'évaporation de ce qu'il y a d'aqueux dans le Dissolvant se fasse avant que le Nitre se soit détaché de l'Argent, & alors la molécule devient ce qu'on appelle en Chimie un *Cristal*. Ces Cristaux qui ne sont pas de la même nature que des parcelles d'Argent pures & dégagées du Nitre, empêchent que les courants formés par celles-ci ne coulent librement, & troublent la régularité que pourroient avoir les ramifications.

On a supposé jusqu'ici que le Verre, sur lequel se faisoit l'expérience, étoit posé horizontalement, mais il peut aussi être incliné. Toute la différence sera qu'il y aura plus de ramifications, que l'Arbrisseau sera plus touffu au dessus du centre où étoit la tête du Clou, qu'au dessous. La raison en est, qu'entre les Courants, qui doivent tous aller vers ce centre, les inférieurs y trouvent plus de difficulté, puisqu'ils n'y peuvent aller qu'en remontant.

L'expérience réussit même sur un Verre vertical.

Quoiqu'elle ne puisse se faire que fort en petit, M. de la Condamine a trouvé moyen de la faire beaucoup plus en petit encore, en exposant au foyer d'un Microscope, une

### 34 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

goutte de Solution. Là il a vû arriver ce qu'il avoit conjecturé dans le Siffeme que nous venons de rapporter d'après lui, & c'est un des plus grands plaisirs, dont la Phifique puisse payer les peines de ceux qui s'attachent à elle.

Les Végétations se font également bien sur des Verres ou Glaces de toutes couleurs. M. de la Condamine enseigne un moyen facile de couvrir d'une Glace transparente, la Glace colorée qui portera une Végétation, de sorte que le tout ne paroîtra qu'un seul corps, une seule Pierre, où l'on verra vers son milieu une agréable Végétation, pourvû qu'on ait eû soin de choisir celles qui auront le mieux réussi. Une Glace d'une certaine couleur fait mieux avec une Végétation d'un certain Métal, qu'avec une autre, & il faut avoir égard à cet assortiment pour pousser l'artifice jusqu'au bout. Les Curieux de la Nature, & une autre espece de Curieux, sont également intéressés à connoître ces sortes d'artifices.

### SUR LE SEL DE SEIGNETTE ET CELUI D'EBDOM.

V. les M.  
p. 124. &  
347.

Nous mettons ces deux Sels ensemble, non qu'ils aient aucune conformité par leur nature, mais parce qu'ils en ont beaucoup par leur histoire, qui est le seul point auquel nous toucherons, & même légèrement. Tous deux sont nouveaux, tous deux d'un grand usage dans la Médecine, & autorisés par de fréquents succès, tous deux d'une origine, ou d'une composition inconnue, qui a échappé jusqu'à présent à tout le monde, & tous deux viennent d'être découverts dans la même année.

M. Seignette, Médecin de la Rochelle, inventeur du Sel qui porte son nom, a eu le plaisir pendant sa vie que tous les Chimistes n'aient fait que des efforts inutiles pour découvrir son secret, & il l'a laissé *intacte*, pour ainsi dire, à ses Enfants qui en ont jouï. Mais les habiles Chimistes se piquent de ce qu'un Secret fameux leur échappe. On verra

dans le Mémoire de M. Boulduc les peines qu'il s'en est données, il a quelquefois desespéré, ensuite repris courage, & enfin il a trouvé que le Sel de Seignette étoit de la Crème de Tartre rendu soluble par l'Alkali de la Soude. Dans ce composé la Crème de Tartre étoit assés reconnoissable, mais c'étoit cette Soude qui se déroboit le plus obstinément, & qu'on ne s'avisoit point de soupçonner.

Le même jour que M. Boulduc apporta sa découverte à l'Académie, M. Geoffroy déclara qu'il l'avoit faite aussi, & le vérifia par les faits qu'il montra le jour même. Les deux Chimistes, quoiqu'amis, ne s'étoient rien communiqué de leurs vûës. Le mot de l'Enigme étoit d'autant plus sûrement trouvé qu'il l'étoit par eux deux, & ce fut un effet agréable du hazard, qu'il le fût précisément en même temps.

Le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718 \*, est un autre mystere dévoilé aussi par M. Boulduc. La principale difficulté consiste en ce qu'il s'en fait un très-grand débit, & qu'il est à bon marché. La source d'eau minérale d'Ebsom, d'où l'on suppose qu'il est tiré, ne fût-elle que du Sel sans eau, ne fourniroit jamais la quantité qui s'en voit, c'est donc un Sel travaillé par art, mais par quel art le fait-on à si peu de frais? \* p. 37. & suiv.

Il a paru sur ce sujet plus de vingt Mémoires imprimés, dont aucun n'a donné au but, & M. Boulduc met courageusement de ce nombre celui de feu M. son Pere, qui eût reconnu son erreur, s'il eût vécu. M. Boulduc raconte par quel heureux hazard il fut mis sur la voye, avec quel soin, & quelle attention il la suivit, & enfin comment il vint à découvrir que le Sel d'Ebsom, ou, si l'on veut, un Sel parfaitement semblable, se tire d'une matière qui ne coûte rien, que l'on jette comme inutile, & qui en fournit beaucoup. C'est une Eau, qu'on appelle *E'goute*, ou *Boitron*, qui après qu'on a fait le Sel commun ou par l'évaporation ou par la suite, reste ou dans les Marais salants, ou dans les Chaudières. Cette eau est amere, & chargée d'un Sel amer, qui est celui qu'on cherche, & qu'il est très-aisé d'en séparer. M. Boulduc

fait voir par un petit calcul très-court, combien ce Sel doit être abondant, & par conséquent combien il coûtera peu. Tout ce qui se laisse prouver par le calcul est bien prouvé; & il y a plus de choses qu'on ne pense, qui s'y réduisent.



## BOTANIQUE.

### *SUR L'ANATOMIE DE LA POIRE.*

V. les M.  
p. 168.

\* p. 159.  
& suiv.

**P**OUR continuer ce sujet déjà commencé en 1730\*, il va être presque toujours question des Vaisseaux que l'on trouve après qu'on a passé la Peau de la Poire, que nous avons décrite. Mais avant que d'entrer dans l'intérieur du fruit, il est bon de s'arrêter sur un doute qui pourroit naître légitimement; ce qu'on va traiter de Vaisseaux, ce qu'on en a même déjà traité sans en marquer de scrupule, sont-ce effectivement des Vaisseaux, des Canaux creux qui portent une liqueur? les plus grands Observateurs en cette matière, ou l'ont nié quelquefois, ou quelquefois ne l'ont pas voulu assurer positivement. M. du Hamel a coupé transversalement des tranches très-fines de quelques-uns des plus gros de ces Vaisseaux prétendus, & en les exposant au grand jour, il n'a point vû la lumière au travers, ni au moins un point de clarté qui auroit dû être plus fort vers le milieu, s'il y avoit eu là une cavité. Il n'a point non plus apperçû de cavité avec les meilleurs Microscopes. On ne voit qu'une espece de duvet ou de coton dont est rempli l'intérieur de ce Vaisseau, qui n'est donc plus qu'un simple filet solide.

Cependant l'idée de Vaisseau est trop nécessaire, trop analogue à tout ce qui est connu d'ailleurs, pour être abandonnée qu'à la dernière extrémité, & M. du Hamel la retient, fondé principalement sur les raisons suivantes.

Des Vaisseaux destinés à porter une liqueur, & à la distri-

buer dans toutes les parties d'un certain espace, ne manquent point par cette raison à se diviser & à se subdiviser presque à l'infini. Ce qu'on appelle *Vaisseaux* dans la Poire, ou en général dans les fruits, & plus généralement encore dans les Plantes, se ramifient de la même façon, ils portent donc une liqueur, ils sont donc de vrais Vaisseaux. On dira peut-être que les Nerfs se ramifient aussi sans porter de liqueur. A la vérité, ils ne portent pas du Sang, mais une liqueur infiniment plus subtile, les Esprits animaux.

Les Vaisseaux de la Poire sont visiblement ceux de la Queüe prolongés & épanouïs. Ceux-ci sont ceux de la branche prolongés de même, & ceux de la branche sont ceux du tronc, tout cela est continu. Or dans le tronc, ils y apportent & distribuent certainement une nourriture, des sucs tirés de la terre. Donc ils ont toujours la même fonction, & sont toujours Vaisseaux.

Lorsqu'on fait des incisions aux Plantes qui rendent beaucoup de suc & de suc coloré, comme la Chélidoine, les Tithymalles, on voit que ce suc sort, non de toute la substance ou de tout le parenchime de la Plante, mais seulement d'un très-grand nombre de petits points distincts, qui ne peuvent être que des orifices de Vaisseaux coupés. Or s'il y a de vrais Vaisseaux dans le parenchime de quelques especes de Plantes, il n'est point trop hardi de conclure qu'il y en a dans toutes. Ils seront seulement moins aisés à reconnoître pour ce qu'ils sont.

Si le parenchime d'une Poire, d'un fruit, n'étoit qu'une espece de substance cotoneuse, dont les cellules s'imbibassent des sucs qui y seroient portés, on verroit ces sucs exuder de toutes parts, dès que la peau du fruit seroit enlevée. Il en exude en effet une certaine quantité, mais elle sera beaucoup plus grande, & plus sensible, si on ratisse le fruit, parce qu'alors on détruit beaucoup de Vaisseaux, qui laissent échapper ce qu'ils contenoient.

Enfin rien ne prouve si bien des Vaisseaux, que les injections, qui sans cela n'auroient pas lieu. M. du Hamel les

### 38 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

a transportées des Animaux aux Plantes, & a trouvé moyen d'en faire dans quelques-unes, qui étoient du genre des Roseaux. De celles-là à celles dont il s'agit on voit assés la conséquence.

La cavité invisible des Vaisseaux ne les empêchera donc pas d'être de véritables Vaisseaux, sur-tout si elle est garnie d'un coton fort fin qui la remplira en partie, & la rendra opaque. Ce coton n'est point imaginé pour le besoin d'une explication, c'est un fait vû au Microscope. De plus, les Vaisseaux que l'on considère ne peuvent être que dans un état où ils sont extrêmement affaiblés, & par les longues macérations, comme nous l'avons dit ailleurs, & parce qu'il n'y coule plus rien.

Venons maintenant à l'examen des Vaisseaux, bien établis pour Vaisseaux. Il faut les prendre à leur origine commune, qui est la Queüe de la Poire, où ils sont rassemblés en un faisceau long & étroit, posés parallèlement les uns contre les autres. Pris avec les Téguments de cette Queüe, ils en formeroient toute la substance, s'ils ne laissoient pas vers le milieu, à l'endroit où l'on en peut concevoir l'axe longitudinal, une espee de vuide rempli par une substance plus molle & plus fine, qui ne leur appartient point. Ce faisceau entre dans la Poire, & y pénètre sans se désunir jusqu'à l'endroit de la Peau, où commence la substance pierreuse, ou un peu au dessous des loges des Pepins. Arrivé-là, il se partage en plusieurs faisceaux moindres, qu'on peut diviser généralement en trois classes. Ceux de la 1<sup>re</sup> se jettent dans toute la substance charnuë de la Poire, en s'épanouissant par une infinité de petits rameaux, sans aucune régularité apparente, & par cette raison M. du Hamel appelle ces Vaisseaux *vagues*. Ceux de la 2<sup>de</sup> classe se courbent en arc comme pour éviter le milieu de la Poire, & après ce détour qui les a écartés les uns des autres, ils se rapprochent pour aller se rendre tous à l'Ombilic, ou au Rocher, & parce que c'est de cet Ombilic que partent les Etamines & les Pétales, parties essentielles à la génération des Plantes, M. du Hamel

**comme ces Vaisseaux spermatiques.** Les faisceaux qui font la 3<sup>me</sup> classe se prolongent suivant l'axe du fruit, & vont se terminer aux Pepins & à leurs enveloppes, & M. du Hamel les appelle *nourriciers* par excellence, parce qu'ils nourrissent la semence, qui est le grand objet de tout le mécanisme de la Nature dans les Plantes.

Il est bon de remarquer que les Vaisseaux des Plantes, quoique si analogues à ceux des Animaux, ne se divisent pas de la même manière. Du tronc d'un gros Vaisseau sanguin sort un tuyau plus petit, de celui-ci un plus petit encore, &c. Mais un faisceau de Vaisseaux de la Poire ne se divise qu'en ce qu'une partie du faisceau qui étoit unie & parallèle à l'autre, s'en détache, & ne conserve plus le parallélisme, & ainsi de suite.

Tous ces Vaisseaux sont hérissés de Vaisseaux Capillaires, & en cet état ils forment apparemment tout le parenchime du fruit, comme les Vaisseaux sanguins devenus capillaires forment la chair des Animaux. Non seulement les dernières & plus fines branches de Vaisseaux de même espèce tels que les Vagues, s'entrelacent ensemble, mais celles de différente espèce, tels que les Vagues & les Spermatiques peuvent s'entrelacer aussi, & c'est de cet entrelacement sous les premiers Téguments que résulte ce qu'on a appelé la peau de la Poire. Il est probable aussi que l'entrelacement des Vaisseaux Capillaires forme du moins en partie les Glandes qui feront des filtrations & des sécrétions de suc.

Ce sont ces Glandes, qui, comme nous l'avons déjà dit en 1730, sont les pierres des Poirs. Il est visible qu'elles seront plus dures, formées de vaisseaux plus ligneux, & plus compactes, dans les Poirs cassantes que dans les fondantes.

Les Glandes doivent s'endurcir aussi & se pétrifier davantage, quand elles perdent leur fonction de Glandes, & qu'elles cessent par conséquent d'être toujours humectées d'un nouveau suc. C'est de quoi on a un exemple remarquable dans toute l'économie végétale qui appartient au Rocher de la Poire.



#### 40 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Les Vaisseaux Spermatiques, après avoir fait leur arc, vont aboutir à ce Rocher, qui est la Glande où se filtrent & se préparent les liqueurs, dont se nourrissent les Etamines & les Pétales. Mais ces Etamines & ces Pétales ne sont que des parties passageres qui périront bien-tôt. Elles périssent, parce que la Glande par sa disposition particulière vient à s'engorger, à s'obstruer, & cesse de les nourrir. Les suc's qu'elle ne reçoit plus, refluent dans les Vaisseaux Spermatiques, qui n'y pouvant plus rien porter, ne servent plus qu'à répandre leur liqueur dans le parenchime de la Poire, & ne sont que l'office des Vaisseaux vagues. Le Rocher devient toujours plus dur, & la Poire grossit plus à proportion qu'elle ne faisoit dans le temps où elle n'étoit nourrie que par les Vaisseaux vagues, & où les Spermatiques ne s'occupoient que des Etamines, & des Pétales.

Il ne reste à considérer que la partie la plus importante de tout le fruit, celle à laquelle tout le reste paroît subordonné, parce qu'elle assure la perpétuité de l'espece, les Pepins ou Semences de la Poire. Ils sont logés deux à deux en cinq Capsules vers le milieu de l'axe, & même de tout le corps du fruit, & il est à remarquer que les Vaisseaux Spermatiques, qui en se courbant chacun en arc, sont de ce milieu une espece de globe qu'ils enveloppent, ont dix branches plus grosses que les autres, dont cinq répondent assés exactement à ces Capsules des Pepins, & les cinq autres aux intervalles qu'elles laissent entre elles, de sorte que toute la Poire divisée selon la position & dans le sens de ces Vaisseaux, le seroit en dix parties égales, tant il y a de symétrie cachée dans toute cette structure. Mais les Vaisseaux qui se rapportent le plus particulièrement & le plus visiblement aux Pepins, ce sont, comme nous avons dit, les Nourriciers.

La Méchanique des Pepins, & de tout ce qui leur appartient, est aussi compliquée & aussi enveloppée qu'importante par son usage. M. du Hamel a imité les Physiciens qui ont suivi avec attention tous les changements par où un Oeuf de Poule passe de jour en jour, & presque de moment en moment

moment pour devenir Poulet. Il a pris un Bouton à fruit de Poirier dès le mois de Janvier, dès qu'il a pû être reconnu pour Bouton à fruit, & a examiné toutes les différences qui se trouvoient dans d'autres Boutons toujours plus avancés jusqu'à l'âge de leur perfection. C'est un détail curieux, mais presque infini, où nous ne pouvons entrer. Au bout de tout cela le plus fin de tout le mystère, la manière dont se fait la génération du fruit, échappe. On voit bien naître peu à peu les parties masculines de la fleur, les Étamines, les Pétales, ensuite le Pistille qui est la féminine, car le système des deux Sexes des Plantes est communément adopté, on voit leurs Enveloppes, leurs Appendices, on voit même une espèce de Placenta, & l'on soupçonne tout au moins avec assez de fondement où sont les Vaisseaux qui nourrissent toutes ces parties, mais on ne voit point comment la poussière des Étamines va féconder le Pistille, ou les Pepins naissans qui y sont renfermés. M. du Hamel doute si c'est cette poussière qui fait la fécondation, ou une liqueur que les grains peuvent contenir. L'analogie que l'on conçoit entre la génération des Animaux & celle des Plantes ne se trouve que trop fondée, puisqu'elle subsiste même en ce que le point principal de l'une & de l'autre est également inconnu.

M. du Hamel croit qu'à la réserve d'une très-petite partie de la substance du Pepin, qui est le Germe d'un Poirier, un Poirier en petit, tout le reste n'est fait que pour nourrir ce Germe, tant que le Pepin croît, & ensuite pour être le premier aliment de l'Arbre naissant, quand le Pepin sera mis en terre. Tout cela est fort analogue aux Oeufs des Animaux Ovipares. Ce n'est pas que M. du Hamel ait pû parvenir à voir ce Germe du Poirier aussi distinctement qu'on voit celui du Poulet dans l'Oeuf, mais il s'est assuré par une expérience que presque toute la substance du Pepin est la nourriture de quelque partie, & cette partie ne peut être qu'un Germe.

Il a pris un Cerneau de Noix qui n'étoit presque encore que de la glaire, il l'a mis à la Cave, & au bout d'un temps il l'a trouvé presque aussi dur, & aussi bien formé que s'il

*Hist. 1731.*

F

## 42 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

fût resté à l'Arbre. Cette Noix naissante s'étoit donc nourrie d'une substance avec laquelle elle étoit enfermée, car il n'y a nulle apparence que l'humidité de la Cave eût suffi pour cela, elle ne faisoit que prévenir & empêcher le desséchement de cette substance. De même l'Amande des fruits à noyau, tels que les Pêches & les Abricots, croît & se forme pendant un certain temps sous une enveloppe très-dure & très-compacte, au travers de laquelle des Vaisseaux ou ne peuvent passer, ou ne portent guere de nourriture. Les Pepins, les Amandes des fruits à noyau sont si propres à être une nourriture fine & délicate, que nous en faisons nos Emulsions.

Il sera très-aisé de distinguer dans tout ceci les simples conjectures d'avec les faits observés, qui pourront donner lieu à d'autres conjectures. Pour mettre les Phisiciens en état ou de constater ces faits, ou de les suivre plus loin, M. du Hamel les instruit de toutes les attentions auxquelles il a été obligé, de toutes les adresses, des especes de stratagemes dont il s'est servi avec succès. On peut quelquefois avoir des raisons pour se réserver des secrets, mais en général cette conduite ne sent guere le vrai Philosophe.

---

## S U R L E S G R E F F E S.

V. les M.  
P. 357.  
\* P. 55.  
& suiv.

**I**L résulte de ce que nous avons dit sur ce sujet en 1730 d'après M. du Hamel, que d'un côté la Greffe affoiblit toujours les Arbres, les rend moins vigoureux, & de moins de durée, & que de l'autre elle rend les fruits meilleurs; pourvû qu'il y ait entre le Sujet & la Branche greffée un certain rapport. Les Arbres laissés dans leur naturel poussent beaucoup en bois, & donnent tard des fruits, qui ordinairement se sentent de leur naturel sauvage, c'est-à-dire, qui ont beaucoup d'aigreur, d'acreté, de desagrément au goût; mais ces mêmes Arbres greffés ne se chargent plus tant de bois, & produisent beaucoup plutôt des fruits, qui sont devenus agréables. Le bois & les fruits sont deux dépenses

auxquelles les Arbres ne peuvent suffire également en même temps, l'une prend sur l'autre, & c'est celle du bois à laquelle ils ont le plus de disposition naturelle.

M. du Hamel rapporte l'exemple affés remarquable d'un Poirier qui se chargeoit beaucoup de fruit, & très-peu de bois, parce qu'il s'épuisoit en rejets, & que d'ailleurs un Gazon voisin lui déroboit beaucoup de nourriture. Les rejets coupés, & le gazon arraché, il s'est mis à pousser en bois, & a cessé de se mettre à fruit, tant ces deux productions se font aux dépens l'une de l'autre.

Il ne faut donc pas greffer les Arbres, quand on ne leur demande que du bois, de la vigueur, & de la durée, comme à ceux dont on plante des Avenües. M. du Hamel en connoît une d'Ormes femelles, non greffés presque tous, & beaucoup plus vigoureux que d'autres du même Pays, qui l'ont été selon la coutume, qui s'y est établie depuis un temps.

Mais quand l'intention est d'avoir des fruits, il faut greffer, ce qui non seulement les rend meilleurs, mais encore détermine la production de l'Arbre à se tourner de ce côté-là, & non du côté du bois, & par conséquent fait naître des fruits en plus grande abondance. Comme les Buissons & les Espaliers sont des Arbres auxquels on a retranché de leur grandeur naturelle, & qui par cette raison tendent toujours à la reprendre, & à pousser en bois, ce sont ceux auxquels la Greffe est la plus nécessaire pour l'effet qu'on se propose.

Ne sera-ce pas un avantage considérable, si cet effet de la Greffe peut être augmenté? heureusement il peut l'être selon M. du Hamel par deux moyens.

1.<sup>o</sup> Que l'on réitere la Greffe, c'est-à-dire, que sur une Branche qu'on a déjà greffée sur un Sujet, on en greffe une seconde, on donnera à l'Arbre qui viendra une espece de Glande de plus, ou, si l'on veut, un Nœud, dont la fonction est, comme nous l'avons dit, de raffiner les suc, un nouveau Viscere végétal, qui travaillera à perfectionner le fruit. Ce n'est pourtant pas que cette réitération de la Greffe puisse aller bien-loin, il y aura certainement des bornes, qui se

#### 44 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

trouveroient assés tôt. Les suc se raffineront mieux par la difficulté multipliée des passages, mais il est nécessaire enfin qu'ils passent, & même avec une certaine facilité.

2.<sup>o</sup> Comme un Arbre tend plus naturellement à pousser en bois, il faut mettre un obstacle à cette production, en choisissant une Greffe qui n'ait pas trop de rapport au Sujet, par-là on détournera vers les fruits le cours d'une fécondité qui se seroit portée vers le bois.

Le premier moyen paroît plus propre à perfectionner les fruits, & le second à en augmenter la quantité. Tous deux ne sont, & sur-tout le second, que pour les Arbres qu'on a de la peine à mettre à fruit, les Buissons & les Espaliers, car pour les Pleins-vents ils en portent assés dès qu'ils ont atteint leur cruë. Il en va de même des Arbres, qui portent les fruits à noyau.

Il est aisé de voir quel prodigieux nombre d'expériences ces deux moyens demandent pour être bien vérifiés. M. du Hamel les a entreprises, & en a déjà commencé, qui promettent un bon succès, mais elles ne peuvent être qu'extrêmement lentes. En fait de Botanique Phisique deux expériences consécutives sur un seul sujet, ont entre elles une année entière d'intervalle, & combien deux expériences consécutives sont-elles éloignées de suffire ? combien se multiplient-elles sur différents sujets ?

---

**M** Marchant a lû la description de la *Lunaria major siliqua rotundiore*. J. Bauh. T. 3.<sup>us</sup> 881. Lunaire grande.  
Et celle de la *Fraxinella officinis Dictamnus*. J. Bauh. T. 3.<sup>us</sup>  
494. Fraxinelle.





## G E O M E T R I E.

SUR LES LIGNES DU IV.<sup>me</sup> ORDRE.

ON ne sera pas étonné que la Théorie des Lignes du 4.<sup>me</sup> ordre, ou Courbes du 3.<sup>me</sup>, n'ait pas été épuisée parce que nous en avons dit en 1730\*, d'après M. l'Abbé de Bragelongne. Elle fourniroit matière à des Volumes, & c'est une partie du travail que de se borner & de se réduire. Les points multiples, dont ces Courbes, aussi-bien que celles de l'ordre immédiatement inférieur, sont susceptibles, mais plus susceptibles, demandent eux seuls beaucoup de discussion. Nous avons déjà parlé des points doubles & des points triples qu'elles peuvent avoir, & pour démêler davantage les idées, on a tenu ces deux especes fort distinctes. Mais il faut considérer présentement une troisième espece qui pourroit paroître moyenne entre ces deux, mais qui, bien examinée, se range sous celle des points doubles. Elle ne comprend que deux différents points.

V. les M.  
p. 10.  
\* p. 68.  
& suiv.

M. Bernoulli a appelé *Lemniscate*, c'est-à-dire, *Ruban*; une Courbe qui ressemble à un 8 de chiffre. Elle a deux *folium*, ou *feüilles*, que nous supposérons égales, & qui se coupent ou se noüent en un point bien sensible, au milieu de toute la Figure. Cette Courbe peut n'être qu'une partie d'une Ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, & une partie détachée ou isolée, comme nous avons vû que le sont quelquefois des Ovales, & en ce cas, ce sera une Lemniscate conjuguée. Si elle devient infiniment petite, ce sera certainement un point multiple, mais de quelle multiplicité?

On peut regarder la Lemniscate finie, comme formée de deux Ovales qui se noüent, & la Lemniscate infiniment petite, comme formée de deux Ovales devenus infiniment

#### 46 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

petites. Nous avons vû en 1730, qu'une Ovale infiniment petite étoit un point double, & par conséquent deux Ovals infiniment petites seront deux points doubles.

Il ne faut pas penser que ces deux points doubles puissent se confondre en un, de manière à faire un point mathématique quadruple, une Ligne du 4<sup>me</sup> ordre ne peut avoir un tel point, car on en pourroit toujours tirer une droite à quelque point simple de la Courbe, qui, par conséquent, seroit coupée en cinq points, ce qui n'est pas possible dans cet ordre. Les deux points doubles ne sont donc qu'infiniment près l'un de l'autre, & en effet il a été dit en 1730, qu'une Ligne du 4<sup>me</sup> ordre peut avoir jusqu'à trois points doubles, & à plus forte raison en aura-t-elle deux.

Elle pourra même en avoir encore un double, pourvû qu'il ne soit pas sur la même ligne droite où sont les deux premiers qui restent de la Lemniscate finie, car ces deux points, parce qu'ils sont deux, déterminent la position d'une droite, qui par conséquent passe par quatre points de la Courbe, & ne peut plus passer par aucun.

Puisqu'une Ligne du 4<sup>me</sup> ordre ne peut avoir plus de trois points doubles, elle ne peut avoir deux Lemniscates conjuguées infiniment petites, qui vaudroient quatre points doubles.

Quoique les deux Ovals qui formoient la Lemniscate finie, étant conçûs infiniment petites, ne fassent certainement chacune qu'un point double, il semble cependant qu'il faille concevoir quelque chose de plus, parce que ces deux Ovals n'étoient pas simplement contiguës, mais se coupoient, se noüoient pour former la Lemniscate. Qu'y aura-t-il ici qui représente cette intersection, ce nœud? on y satisferoit en imaginant les deux points doubles, ou comme un point triple, ou du moins comme équivalents à un point triple.

Mais on prendra une idée plus exacte, & plus sûre, en considérant ce même nœud par les deux Tangentes qui s'y peuvent tirer. Elles ne peuvent manquer d'être réelles, car

à l'intersection des deux feuilles de la Lemniscate finie, certainement ces feuilles avoient une position déterminée, par rapport à un axe de la Courbe, & il n'en étoit pas comme des Ovals conjuguées que nous avons fait voir, qui n'avoient aucune position, parce qu'elles les avoient toutes. De plus, les deux Tangentes dont il s'agit, sont égales, puisque les deux feuilles sont supposées égales & semblables. Plus les deux feuilles diminuent de grandeur, plus les Tangentes se rapprochent, & enfin elles viennent à se confondre, quand la Lemniscate totale est infiniment petite.

Un attouchement vaut deux points d'intersection, ou, ce qui est la même chose, une Tangente peut être considérée comme une droite qui seroit Sécante en deux points infiniment proches, & par conséquent deux Tangentes sont comme deux droites Sécantes chacune en deux points infiniment proches. Il n'y a point là, comme nous l'avons déjà dit, de point mathématique quadruple, la Courbe ne passe point quatre fois par un même point, mais deux fois par un point, & deux fois par un autre infiniment proche, & de plus ces points pris deux à deux déterminent une position, qui ne peut être dans un point mathématique. Il n'y a point là non plus de point triple, mais seulement deux doubles.

On trouve encore dans le 4<sup>me</sup> ordre une seconde sorte de point, dont la nature peut paroître douteuse. Lorsque deux branches d'une Courbe se coupent pour se continuer ensuite de part & d'autre, elles se coupent ordinairement, en faisant entre elles un angle, comme les deux branches de la Lemniscate que nous venons de voir. Ce sont proprement deux petits côtés, l'un d'une branche, l'autre de l'autre, qui se coupent en un point mathématique. Mais il est possible aussi que ces deux côtés, au lieu de se couper, se posent exactement l'un sur l'autre, après quoi les deux branches prendront chacune leur cours, comme elles eussent fait après une vraie & simple intersection. M. l'Abbé de Bragelongne appelle *point d'osculation*, celui où cette affection se rencontre, parce qu'effectivement elle est fort semblable à ce qu'on a



48 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
nommé *osculution* dans la Théorie des Développements.

Ce point d'osculution pourroit sembler ou quadruple, ou plus que double, comme la Lemniscate infiniment petite; mais M. de Bragelongne en l'examinant de la même manière que la Lemniscate le trouve de la même nature. Il y a là deux Tangentes infiniment proches, qui tombent l'une sur l'autre, & sont équivalentes à une Sécante en quatre points infiniment proches; il y a deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, parce que la Courbe passe deux fois par un même point, & deux fois par un autre, ce qui est assez clair.

Puisque les deux cas de la Lemniscate infiniment petite, & de l'osculution ne résultent l'un & l'autre que des deux Tangentes égales, il faudra pour avoir les valeurs de ces deux Tangentes, ou, ce qui revient au même, déterminer ces deux sortes de points dans une Courbe donnée, différentier deux fois le rapport de l'Ordonnée à la Souûtangente selon les Regles connus.

Mais ces deux Tangentes égales sont une détermination très-équivoque, qui convient non-seulement aux deux cas proposés, mais encore à celui d'un Rebroussement simple; où elle se trouveroit précisément la même. Il faut donc lever l'ambiguïté, & le moyen en sera fourni par des vûes que nous avons déjà insinuées.

Il est vrai que dans le Rebroussement simple, il y a deux Tangentes égales, mais elles ont un point commun, celui qui est le dernier où la Courbe arrive par son cours direct, & en même temps le premier d'où elle part pour le cours rebroussant, car nous avons dit en 1730 que le Rebroussement peut être conçu ainsi, & le doit pour être un point double. Les deux autres points qui sont les extrémités des deux petits côtés où se fait le Rebroussement, sont distincts entre eux. Ainsi il n'y a que trois points non confondus, & distincts. Il y en a quatre distincts, quoiqu'infiniment proches, dans la Lemniscate infiniment petite, & dans l'osculution. Voilà une différence qui doit avoir son effet.

Ce

Ce sera que dans le Rebroussement où il n'y a que trois points distincts, les deux Tangentes confonduës ensemble, ne vaudront qu'une Sécante en trois points, & que dans les deux autres cas elles vaudront une Sécante en quatre points.

Ainsi en prenant une expression générale d'une Sécante de la Courbe, & l'appliquant au point pour lequel on aura fait la 2<sup>de</sup> Différentiation, si l'on trouve ensuite par le Calcul trois valeurs égales de la Sécante en ce point, il est un point de Rebroussement simple. Si on trouve quatre valeurs, c'est ou une osculation, ou une Lemniscate infiniment petite.

Cette ambiguité qui reste encore demande une considération nouvelle. La Lemniscate infiniment petite a été une Lemniscate finie conjugée, c'est-à-dire, détachée de tout le reste de la Courbe, & par conséquent le point auquel elle est réduite, en est détaché. Donc de ce point à un autre quelconque de la Courbe, il n'y a point d'Ordonnées, ou, ce qui est la même chose, les Ordonnées de tout espace vuide sont imaginaires. Tout au contraire, d'un point d'osculation à un autre point de la Courbe, les Ordonnées sont nécessairement réelles. On voit assés combien il sera facile au Calcul de reconnoître cette extrême différence, & par conséquent de distinguer les deux points en question.

En joignant à cela ce qui a été dit en 1730 sur les points doubles, on aura tout ce qui leur appartient, & il sera bon de mettre le tout ici sous un même coup d'œil.

Il y a cinq especes de points doubles, des points d'intersection de deux branches, des points de rebroussement, des points provenus d'Ovales conjuguées, des points provenus de Lemniscates conjuguées, des points d'osculation.

Ils ont tous deux Tangentes, qui se trouvent par deux Différentiations consécutives.

Les Tangentes sont réelles, ou imaginaires, égales, ou inégales.

Si elles sont imaginaires, le point est provenu d'une Ovale conjuguée.

Si elles sont réelles, elles sont inégales, ou égales.

Hist. 1731.

G

Inégales, elles donnent un point d'intersection de deux branches.

Égales, elles sont équivoques entre trois cas, & il faut les considérer comme une Sécante en trois ou en quatre points.

La Sécante en trois points donne un Rebroussement simple.

La Sécante en quatre points est encore équivoque entre deux cas, dont on vient de lever l'indétermination par la différente nature de certaines Ordonnées. Pour des Ordonnées réelles, ce sera un point d'osculation, pour des imaginaires, un point provenu d'une Lemniscate.

Les cinq especes de points doubles dont le 4<sup>me</sup> ordre est susceptible diffèrent en ce que trois d'entre elles, qui sont les points d'intersection de deux branches, ceux de rebroussement, & les points provenus d'Ovales conjuguées, sont de *simples* points doubles, & les deux autres especes, qui sont les points d'osculation, & les points provenus de Lemniscates, sont de *doubles* points doubles, c'est-à-dire, deux points doubles infiniment proches, au lieu que les premiers étoient seuls & isolés. Ces deux points doubles, pour être infiniment proches, ne changent pas de nature, & n'en sont pas moins chacun un simple point double.

Il a été dit en 1730 qu'une Ligne du 4<sup>me</sup> ordre qui a un point triple n'en peut avoir de double, & que si elle n'en a point de triple, elle n'en peut avoir plus de trois doubles; donc une Courbe de cet ordre qui n'a point de point triple, & qui en a un double de la seconde espece, n'en peut plus avoir qu'un de la première, ou; ce qui est la même chose, elle ne peut avoir deux osculations, ni deux Lemniscates infiniment petites, ni une osculation & une Lemniscate infiniment petite, car ce seroient quatre points doubles, mais seulement outre une osculation ou une Lemniscate, elle pourra avoir un point d'intersection de deux branches, ou de rebroussement, ou provenu d'une Ovale conjuguée.

Venons maintenant aux points triples, qui commencent à se trouver dans le 4<sup>me</sup> ordre. A ceux que nous avons déjà vûs, M. l'Abbé de Bragelongne en ajoute ici un nouveau.

La Lemniscate finie n'a qu'un nœud, un seul point où deux branches s'entrelacent, mais il y a dans le 4<sup>me</sup> ordre d'autres Courbes, dont les branches s'entrelacent de façon qu'elles se coupent en trois points, & que le tout prend à peu-près la forme de ce qu'on appelle *Las-d'amour*, aussi M. de Bragelongne donne-t-il à cet entrelacement le nom Grec de *Lemnisceros*, qui signifie la même chose, ou plus précisément *Ruban d'amour*.

Dans le Lemnisceros, on peut imaginer trois droites, qui comme des especes de Parametres déterminent la hauteur & la largeur des trois feuilles de Ruban. Si ces trois droites deviennent infiniment petites, comme elles le pourront en certains cas, les trois points d'intersection ou d'entrelacement se confondront en un, & tout le Lemnisceros se réduira à ce seul point, qui sera triple.

Nous avons dit que quand une Lemniscate devenoit infiniment petite, les deux Tangentes de son point unique d'intersection venoient à n'en être plus qu'une; par la même raison il y aura dans le Lemnisceros infiniment petit trois Tangentes, puisqu'il contient trois points d'intersection confondus, & ces trois Tangentes seront égales, parce que prises deux à deux pour chaque point d'intersection, elles se rapprochent toujours de l'égalité à mesure que l'angle d'intersection diminue, & que quand il devient nul, elles arrivent à cette égalité, & que de même les trois Tangentes, formées chacune de deux Tangentes à chaque point d'intersection, arrivent à l'égalité entre elles en se rapprochant toujours pour partir toutes du même point.

Il faut donc ajouter le Lemnisceros infiniment petit aux points triples déjà établis en 1730, à celui de l'intersection de trois branches, à celui de rebroussement simple par où il passera encore une nouvelle branche de la Courbe, à celui qui sera provenu d'une Ovale adhérente.

## 52 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Si pour trouver un point double il faut un seconde différentiation du rapport de l'Ordonnée à la Soutangente, il est clair qu'il en faudra une 3<sup>me</sup> pour un point triple. On trouvera toujours trois valeurs de la Soutangente ou Tangente.

Lorsqu'il y a des valeurs imaginaires, il y en a nécessairement deux, & la 3<sup>me</sup> est réelle. C'est un point provenu d'une Ovale adhérente, on en a déjà vu la raison en 1730.

Trois valeurs inégales donnent un point d'intersection de trois branches.

Deux valeurs égales & une inégale donnent un point de rebroussement par où passe encore une 3<sup>me</sup> branche de la Courbe, les deux égales appartiennent au rebroussement, l'inégale à la nouvelle branche.

Trois valeurs égales donnent, ainsi que nous venons de le dire, un Lemnisceros infiniment petit.

Sur cette dernière détermination comparée à la première, on pourroit d'abord être surpris que les Ovals devenues infiniment petites n'ayent par elles-mêmes que des Tangentes imaginaires, & que les Lemnisceros devenus de même infiniment petits n'en ayent que de réelles. Quelle est donc la différence si essentielle de ces deux sortes de figures ou de Courbes?

Nous l'avons déjà insinuée, quand nous avons dit dans le Volume précédent que les Ovals conjuguées, car par elles on jugera aisément des adhérentes, n'avoient par rapport à toute autre partie de la Courbe aucune position déterminée, parce qu'elles avoient toutes les positions en même temps, & que par conséquent elles n'étoient pas susceptibles de Tangentes par rapport à la Courbe, & n'en devenoient pas plus susceptibles pour diminuer, même à l'infini. Il n'en est pas de même du Lemnisceros, il a nécessairement dans les trois points d'intersection des Tangentes déterminées, qui se conservent toujours.

Il est difficile qu'on ne soit surpris par réflexion de toutes les subtilités imprévûes, où l'on se trouve nécessairement

conduit, quand on veut suivre la Théorie de ces Courbes dans tous les recoins. Qui eût pensé aux points multiples, & à leurs différentes especes de multiplicité? qui eût crû que le Calcul dût se plier à ces différentes idées si fines, si Métaphisiques en quelque sorte, & , ce qui est encore plus, avoir le secret de les démêler sûrement, quand elles auroient le plus de ressemblance apparente?

L'ACADÉMIE a examiné un Écrit sur les Voûtes, présenté par M. Chardon. Il en considère de deux sortes, celles qui sont ceintrées ou en Berceau, comme les Arches d'un Pont, les Portes Cochères, &c. & celles qui sont en Dome comme les Fours. Il suppose leurs Voussoirs dirigés vers un même point, & en équilibre entre eux, selon les Théories que nous avons exposées en 1704\* & en 1729\*, \* p. 93. & principalement selon la dernière. La Courbe de l'Intrados & suiv. étant donnée, il cherche quelle Courbe pour l'Extrados \* p. 75. & suiv. devra resulter de l'équilibre des Voussoirs, & la détermine géométriquement par points pour l'une & l'autre espece de Voûtes.

Elles ont toutes deux cela de commun, que quelle que soit la Courbe de l'Intrados, celle de l'Extrados sera Asymptotique à une droite, horisontale dans la 1<sup>re</sup> espece, & à une verticale, & à une autre horisontale dans la 2<sup>de</sup>. Il entre toujours de l'Infini dans cette matière, nous avons vû en 1704, que géométriquement le dernier Voussoir devoit être d'une pesanteur infinie.

Le second cas, qui est le plus remarquable, consiste en ce que la Courbe de l'Extrados est d'un côté Asymptotique à une verticale tirée par le sommet du Dome, & de l'autre à l'horisontale qui est la base de la Voûte. Du premier Asymptotisme il suit que la Clé ou le Voussoir du milieu doit être infiniment long, & comme il faut cependant pour l'équilibre avec les autres qu'il ne soit que d'une pesanteur finie, il n'aura qu'une épaisseur infiniment petite, ce qui ne

#### 54 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

pouvant être réellement executé marque du moins que la Clé ne peut être trop longue & trop mince. Par le second Asimptotisme il se trouve que la base de la Voûte étant un Infini du 1<sup>er</sup> Ordre, la Courbe de l'Extrados, quoiqu'elle ait un cours infini, ne l'a pourtant qu'infiniment petit par rapport à cette base, & pour rendre raison de cette merveille inexplicable selon les idées ordinaires, M. Chardon a recours à celles des *Eléments de la Géométrie de l'Infini*.

On a trouvé que dans ce qui lui est commun sur ce sujet avec d'autres Géometres, sa Méthode a le mérite d'une grande simplicité, & dans tout le reste celui de l'invention.

ON a examiné aussi une Théorie de la Courbure des Courbes présentée par M. Fontaines. Il détermine cette Courbure, non par les Rayons des Développées, comme à l'ordinaire, mais par les Sinus des Angles de Contingence, comme dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini*, quoique différemment, & l'on a trouvé que dans la formule générale, & dans l'application qu'il en fait à différentes Courbes, il faisoit voir beaucoup de connoissance du Calcul Infinitésimal.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires L'Écrit de M. de Maupertuis sur la Séparation des Indéterminées.

V. les M.  
p. 103.

p. 130.

p. 159.

p. 240.

p. 464.

p. 483.

p. 494.

Celui de M. Nicole sur les Sections Coniques.

Celui de M. Clairaut sur les Centres de Gravité.

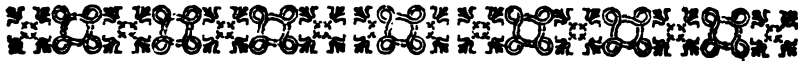
Celui de M. de la Condamine sur une Nouvelle Manière de considérer les Sections Coniques.

Celui de M. de Maupertuis sur un Probleme Astronomique de M. Mayer.

Celui de M. Clairaut sur les Courbes que l'on forme en coupant une surface courbe quelconque par un plan donné de position.

Celui de M. Nicole sur la Manière d'engendrer dans un Corps solide toutes les Lignes du 3<sup>me</sup> Ordre.





## ASTRONOMIE.

---

 SUR LE MOUVEMENT REEL  
DES COMETES.
 

---

**L**A Comete dont nous avons parlé en 1729\* & 1730\* V. les M.  
 a donné à M. Cassini, par ses circonstances heureuses P. 299.  
 & particulières, des vûes qui méritoient d'être suivies plus \* p. 68. &  
 loin, & qu'il a suivies en effet. Il a démontré que le mou- suiv.  
 vement de cette Comete, d'abord contraire à celui de tout \* p. 98. &  
 le Systeme Solaire, ne pouvoit cependant être que direct, & suiv.  
 n'y eût-il d'autre raison, sinon que ce mouvement d'abord  
 contraire ou retrograde a été ensuite direct, il seroit certain  
 qu'il n'a été réellement que l'un ou l'autre, & dans la né-  
 cessité de cette alternative, on devoit se déterminer pour  
 la réalité du direct, & l'apparence du retrograde, puisque  
 par-là la Comete devient conforme à toutes les Planetes  
 Solaires, ce qui est le plus simple en soi, & satisfait d'ailleurs  
 à l'intention commune de tous les Philosophes.

Mais ce ne seroit rien que le mouvement rétrograde de  
 la Comete de 1729 ne fût qu'apparent, il faut qu'il en soit,  
 ou qu'il en puisse être de même de tous les mouvements  
 rétrogrades que l'on a vûs à d'autres Cometes, il le faut pour  
 l'uniformité, il le faudroit aussi pour l'intérêt des Tourbil-  
 lons Cartésiens, & quoique cet intérêt ne soit pas une raison,  
 l'idée de ces Tourbillons est digne qu'on souhaite de les  
 conserver, ne fût-ce que par la crainte de ce qui leur suc-  
 céderoit.

M. Cassini a examiné toutes les Cometes dont on a des  
 Observations assez sûres & assez circonstanciées. L'Epoque  
 d'où il part, est celle de 1472, observée par Regiomontanus,  
 avant cela, ce n'est à cet égard qu'un temps *obscur & incertain*,



## 56 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

qui recommence pourtant ensuite, & dure jusqu'en 1531. Il se trouve dans l'espace des 200 années qui se sont écoulées jusqu'à présent 36 Cometes bien observées, sans compter celle de 1472, dont 20 n'ont paru avoir qu'un mouvement direct, & 16 un mouvement rétrograde, soit qu'elles n'en ayant pas eu d'autre, soit que quelques-unes aient eu aussi le direct. On peut voir par-là en passant que les Cometes ne sont pas rares, & qu'à prendre un nombre moyen il a dû y en avoir 1 pour chaque période de 5 années  $\frac{1}{2}$ , quoique dans ces 200 ans nous n'ayons pas compté 3 Cometes, dont on n'a point le détail, & encore moins celles qui auront pû être toujours cachées dans les rayons du Soleil.

Nous ne suivrons pas M. Cassini dans le détail, quoique curieux, qu'il fait de toutes ces Cometes. Il nous suffit d'exposer ce qu'il prétend, & les moyens généraux dont il se sert pour l'établir.

Il prétend que de toutes les Cometes qui ont paru depuis 1472 inclusivement, il n'y en a aucune parmi les rétrogrades dont on ne puisse représenter le mouvement en le supposant toujours réellement direct, de la même manière dont le mouvement toujours direct de toutes les Planetes Solaires vient dans certaines circonstances à paroître rétrograde. Ces circonstances sont pour les Planetes supérieures, que la Terre vienne à passer entre elles & le Soleil, & pour les inférieures qu'elles passent entre la Terre & le Soleil. L'apparence de la rétrogradation n'est pas bornée au moment de l'un ou de l'autre de ces passages, elle s'étend beaucoup en deçà & au delà. La plus longue rétrogradation, qui est celle de Saturne, est de 4 mois  $\frac{1}{2}$ , & la plus courte, qui est celle de Mercure, est de 18 jours. Nous avons expliqué plus à fond toute cette matière en 1709 \*. Une Comete peut se mouvoir toujours au dessus de l'Orbe annuel que la Terre décrit autour du Soleil, & en ce cas elle ne sera visible que quand elle sera la plus proche de cet Orbe, & on la pourra considérer comme une Planete supérieure. Si dans la partie visible de son cours elle est au dessous ou en dedans de notre Orbe annuel, c'est alors

\* p. 82.  
& suiv.

alors une Planete inférieure. Elle aura donc les accidents de Planete soit supérieure, soit inférieure, pourvû qu'elle soit dans les circonstances nécessaires à une Planete, c'est-à-dire, que quoiqu'elle soit toujours réellement directe, elle paroîtra rétrograde pendant un certain temps avant & après le passage de la Terre entre elle & le Soleil, ou avant & après son passage entre la Terre & le Soleil. Quant à l'arc, ou à la durée de la rétrogradation d'une Comete, on verra qu'il n'est pas possible d'en rien déterminer, si l'on se souvient de ce qui a été dit à ce sujet sur les Planetes en 1709, ainsi il n'y aura de ce côté-là nulle difficulté à supposer les Cometes directes.

Il est très-naturel de les rapporter à l'Orbe annuel de la Terre, puisqu'effectivement on ne les voit que dans leur plus grande proximité de la Terre. Après qu'on les y a vûës un certain temps, elles se dérobent à nos yeux, soit en s'éloignant & de la Terre & du Soleil si elles étoient hors de l'Orbe annuel, soit en s'éloignant de la Terre & s'approchant du Soleil, si elles étoient au dedans de l'Orbe, & alors ou elles se perdent dans les rayons du Soleil, qui les rendent invisibles, ou elles vont simplement à une trop grande distance de la Terre.

On peut très-bien concevoir qu'une Comete, tandis qu'elle est visible, traverse l'Orbe annuel, soit pour y entrer, soit pour en sortir. Ce cas est un composé des deux que nous venons d'expliquer, & il sera très-aisé d'en imaginer les suites. Les Cometes auront en quelque sorte un double principe de rétrogradation, d'abord comme Planetes supérieures, ensuite comme Planetes inférieures, ou au contraire.

M. Cassini suppose avec beaucoup de vrai-semblance, que les Cometes, puisqu'elles sont traitées de Planetes Solaires, ont d'autant plus de vitesse réelle qu'elles sont plus proches du Soleil. On ne doit pas s'attendre que ce soit tout-à-fait dans la même raison, qui est, comme l'on sçait, la raison renversée des Racines quarrées des distances au Soleil, car une Planete dont la distance au Soleil varie peu, prend une

## § 8 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

vitesse réelle à peu près constante, que rien n'altère, au lieu qu'une Comete sans comparaison plus ou moins éloignée du Soleil, dans un temps que dans un autre, peut avoir pris dans une grande proximité, par exemple, une si grande vitesse qu'elle en conservera encore quelque temps une partie dans un éloignement qui n'auroit dû lui donner qu'une vitesse moindre, ou bien elle ne prendra que successivement & par degrés toute la vitesse que doit lui donner une certaine proximité. De plus une Planete est toujours à peu-près dans un Cercle dont les parties ont la même position par rapport au Soleil, qui est le centre, mais une Comete décrit une Courbe extrêmement excentrique au Soleil, dont les parties ont par rapport à lui des positions fort différentes, de sorte qu'ayant une certaine vitesse réelle, elle paroîtra cependant ne décrire qu'un trop petit espace, à cause de la position qu'aura cet espace, ou au contraire. Il suffit donc que quand on suppose, par exemple, que la Comete traverse l'Orbe annuel, on puisse lui trouver une vitesse réelle approchante de celle de la Terre, & c'est à quoi M. Cassini s'assujettit pareillement dans toutes les autres déterminations.

Il s'assujettit aussi à les rendre telles qu'elles puissent représenter les variations de la grandeur du corps ou de la tête de la Comete. Le célèbre Hevelius les a prises pour réelles, & cela est en effet plus commode, car en ne les prenant que pour apparentes, elles dépendront certainement de la variation des distances, sur lesquelles on n'aura plus tant de liberté. Mais au fond, il n'est guere croyable que d'aussi grands corps que les Cometes, aussi durables, éternels dans le même sens que le Monde, fussent sujets à de très-grandes augmentations ou diminutions de grandeur, aussi promptes qu'elles devroient être, & qui quelquefois se succédoient les unes aux autres.

Assés souvent on peut en plus d'une manière supposer direct un mouvement de Comete qui aura paru rétrograde, & c'est une espece d'avantage pour le Systeme que M. Cassini soutient. Cela vient de ce que la distance réelle de la Comete

à la Terre ou au Soleil étant pour l'ordinaire absolument inconnüe, on est le maître de regarder la Comete dans la petite partie visible de son cours ou comme Planete supérieure, ou comme Planete inférieure, de mettre la Terre entre le Soleil & elle, ou de la mettre entre la Terre & le Soleil, ou le Soleil entre la Terre & elle, la première de ces dispositions appartenant aux Planetes supérieures, & les deux autres aux inférieures, & toutes trois faisant également l'effet de donner à un mouvement direct l'apparence de rétrograde. Mais il est rare que cette indétermination subsiste, quand on a égard à toutes les circonstances de la Comete, à sa variation de grandeur & de vitesse apparentes, à la vitesse réelle qu'elle doit avoir selon la Regle de Kepler dans les lieux où on la met, &c. Quelquefois toutes ces circonstances sont si fortes en faveur d'un certain mouvement direct déterminé, & conditionné de certaine façon, qu'il n'est plus permis d'hésiter.

A plus forte raison ne le fera-t-il pas alors d'hésiter entre le mouvement direct & le rétrograde, dont on peut toujours absolument supposer l'un ou l'autre réel; on le peut même quand le mouvement apparent ou observé n'a été que direct, & M. Cassini ne néglige pas de le faire voir, tant il reste encore d'indétermination dans la Théorie des Cometes, selon ce que nous en avons dit en 1725 \*. Mais s'il y a des cas où le mouvement direct ait un grand avantage sur le rétro-  
 \* p. 63.  
 & suiv.

grade pour satisfaire à tous les phénomènes, si au contraire il n'y en a pas où le rétrograde ait le même avantage, & c'est ce qui se trouve en effet, il sera difficile de résister à la conclusion générale qui se présente.

Dans le grand nombre de Cometes que M. Cassini a passées en revüe, il n'a pas manqué de remarquer celles qui pouvoient avec quelque fondement être prises pour les mêmes qui revenoient, mais outre que ce n'étoit pas là son objet principal, il ne trouve pas encore une certitude suffisante dans cette Hypothese des Retours. Les Retours douteux, & qui auront besoin qu'on les ajuste à l'Hypothese, prouveront

60 HISTOIRE DE L'ACADEMIE  
 peu, les incontestables, ou qui en approcheront  
 seront apparemment attendre long-temps.

V. les M.  
 . 163.

P. 194.

P. 230. 231.

P. 370.

P. 433.

**N**Ous renvoyons entièrement aux Mémoires  
 l'Extrait fait par M. Cassini d'Observations faites à  
 la Louïsiane.

L'Écrit de M. Godin sur le Quart de Cercle Astrono-  
 mique fixe.

Les Observations de l'Eclipse Lunaire du 20 Juin par  
 Mrs Cassini, Godin, & Grandjean.

La Méthode de M. Pitot pour tracer les Lignes correspon-  
 dantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.

L'Écrit de M. Grandjean sur la forme la plus avantageuse  
 qu'on puisse donner aux Tables Astronomiques.

## G É O G R A P H I E.

V. les M.  
 P. 110.

**N**Ous renvoyons entièrement aux Mémoires  
 Les Recherches Géographiques de M. Buache  
 l'Étendue de l'Empire d'Alexandre.





## CHRONOLOGIE.

---

Cette année M. Filliol, Professeur en Hidrographie à Agde, communiqua à l'Académie un assés gros Ouvrage Manuscrit, intitulé *Nouvelle Distribution politique du Temps*. L'Auteur s'est proposé de déterminer le jour de la Pâque par des Calculs tirés des Tables Astronomiques, & en abandonnant les déterminations établies par le Calendrier Grégorien. Il fait voir que le jour marqué par ce Calendrier devance quelquefois le vrai Équinoxe, & differe de celui qui résulte des Tablez. Pour cela il a besoin d'un grand nombre de Calculs, dont on a vérifié quelques-uns, qui ont fait juger qu'ils étoient tous de bonne main, & que tout l'ouvrage avoit été fait avec beaucoup de soin & d'exactitude. Il remonte jusqu'aux principes de la Chronologie, & à des recherches sçavantes sur les Calendriers des diverses Nations. Mais enfin il ne s'agit ici selon le Titre même que d'une Distribution politique du Temps, où la précision astronomique n'est ni nécessaire, ni même possible, puisque les Astronomes ne sont pas encore parfaitement d'accord sur les mouvements vrais des Astres. Il s'en suivroit même l'inconvénient que l'on pourroit ne pas célébrer la Fête de Pâques le même jour par toute la Terre. Tout considéré, il se trouve que l'Eglise a agi avec beaucoup de prudence de s'en tenir au Calendrier Grégorien, sauf à y faire dans la suite du temps quelque réforme, si on le juge nécessaire.



## M É C H A N I Q U E.

SUR LES TOITS OU COMBLES  
DE CHARPENTE.V. les M.  
p. 69.

LA coupe verticale d'un Toit simple & uni est un Triangle isoscele, dont la base s'appelle la *largeur* du Toit, & la hauteur, qui est la perpendiculaire tirée du sommet du Triangle ou *faîte* sur cette base, s'appelle en Architecture le *Poinçon*. Nous ne donnerons ici ce nom qu'à cette perpendiculaire entière, quoiqu'on le donne quelquefois aussi à une ligne qui n'en est qu'une partie, & ne va pas jusqu'à la base du Triangle.

Les deux côtés égaux du Toit ou Comble étant pesants ; puisqu'outre la Charpente des *Chevrans* dont ils sont construits, ils portent des Tuiles ou du Plomb, il est visible que le Toit entier, ou le Triangle qui le représente, a deux tendances, l'une à tomber, l'autre à s'élargir ou à s'ouvrir en tombant, la première a une direction verticale, la seconde en a une horizontale. De-là naissent différentes considérations sur la construction des Toits, & c'est ce que M. Couplet examine présentement, en suivant la vûe qu'il a prise d'appliquer plus qu'on n'a fait jusqu'ici à la pratique utile & nécessaire de l'Architecture la Théorie de la Méchanique.

On voit du premier coup d'œil que les deux côtés égaux d'un Toit, ou ceux du Triangle qui le représente, s'arcboutent l'un contre l'autre au *faîte*, & soutiennent mutuellement l'effort que chacun d'eux fait pour tomber. Ainsi cet effort étant détruit, ou rendu inutile, il ne reste que celui de la poussée horizontale. On lui oppose une *plate-forme* ou *sablière* aussi inébranlable qu'il se peut, contre laquelle il s'exerce. Il

tend à pousser horizontalement de dedans en dehors le point sur lequel s'appuie l'extrémité inférieure du Toit. Il suffira de considérer une moitié du Toit ou du Triangle. Si par le milieu d'un côté de ce Triangle où sera le centre de gravité de ce côté, on tire une verticale sur la demi-base ou demi-largeur du Toit, elle y déterminera un point qui sera à une certaine distance du point d'appui de la poussée horizontale. On trouvera aisément par la Théorie des Mouvements composés, qui domine par tout ici, que cette distance exprimera l'effort de la poussée horizontale, tandis que la hauteur du Triangle ou le poinçon exprimera la pesanteur du demi-Toit, ce qui donne en lignes, ou grandeurs connues le rapport de cet effort & de cette pesanteur.

Si le Toit étoit *brisé* ou en *Manfarde*, il faudroit, en supposant les deux lignes de la Manfarde égales, tirer une droite par le milieu de chacune, & par le milieu de cette droite la verticale où se trouveroit le centre de gravité du demi-Toit, & tout le reste demeureroit le même.

Qu'un Toit soit plus ou moins élevé, sa largeur étant toujours la même, ou en termes de l'Art, qu'il soit *surmonté* ou *surbaissé*, la charge que ses chevrons souffrent par les Tuiles dont ils sont couverts, est toujours égale, quoique certainement un Toit surmonté ait un plus grand poids qu'il donne à porter aux Chevrons. La raison de cette espèce de paradoxe est que quand un plan incliné porte un poids, il ne le porte pas entier, & que la partie qu'il en porte, ou sa charge, est au poids total, comme la base du plan est à sa longueur. De-là il suit que si, la base demeurant la même, la longueur augmente, ce qui arrive ici lorsque le Toit est plus surmonté, la charge des Chevrons qui sont le plan incliné, n'augmentera pas, quoique le poids de ce qui les couvre soit augmenté, ou, ce qui revient à la même chose, la charge des Chevrons demeure égale en elle-même, quoiqu'elle soit une moindre partie du poids total du Toit.

En même temps cette base du plan incliné des Chevrons exprime aussi la poussée horizontale du Toit, dont le Poinçon



#### 64 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

ou la hauteur exprime l'effort vertical, & par conséquent cette base, qui est la largeur du Toit, demeurant la même tandis que sa hauteur augmentera, ou qu'il sera plus surmonté, il est évident que les Toits surmontés auront par rapport à leur hauteur, & à leur poids moins de poussée horizontale, & agiront moins contre leurs Sablières.

De-là M. Couplet tire des conséquences favorables aux Toits roides ou surmontés. Ils feront certainement couler plus vite les eaux des Pluyes, & en seront par conséquent moins endommagés, ils donneront moins de prise à l'action du Vent, qui tend toujours à les découvrir, & l'on aura ces avantages sans que ni la charge des Chevrons, ni la poussée de ces Toits en soit plus grande. Ils seront donc plus solides, mais il faut avouer qu'ils seront moins agréables à la vûe, comme si le solide & l'agréable devoient toujours être en opposition.

Ce qu'il y a de plus important dans la recherche de M. Couplet sur cette matière, regarde les *Pannes*. Ce sont des pièces de bois posées horizontalement le long du demi-Toit qu'il suffit de considérer, & vers son milieu; de sorte que les Chevrons qui se divisent à leur égard en supérieurs & inférieurs s'appuyent sur elles chacun par une de leurs extrémités. Elles doivent s'opposer à l'effort que fait le Toit pour perdre sa rectitude & se fléchir, mais le plus souvent elles s'y opposent inutilement, & d'autant moins qu'elles tendent elles-mêmes à se fléchir par leur propre poids. Aussi est-il très-commun de voir des Toits qui se démentent & se courbent, d'où s'ensuit la ruine du faite, & tout ce qu'il est aisé d'imaginer d'inconvenients.

On pourroit faire les Pannes plus fortes, & d'un plus *gros équarrissage*, mais ce remède seroit cher, & chargeroit beaucoup le Toit; il y en auroit peut-être encore d'autres que nous omettons pour en venir à celui que propose M. Couplet.

Il faut faire en sorte que la Panne ait peu à travailler, que même elle ne travaille point du tout, auquel cas on pourroit absolument s'en passer, & ce ne sera plus qu'une  
sûreté

sûreté de surcroît, qui par conséquent pourra être aussi petite, & coûter aussi peu qu'on voudra.

Cela se trouvera si le Toit est composé de deux parties distinctes qui soient parfaitement en équilibre, c'est-à-dire, telles que tout l'effort de l'une soit soutenu & contrebalancé par l'autre.

Pour cet effet on voit d'abord qu'il faut que le Toit soit brisé ou en Mansarde. Deux Chevrons du même demi-Toit, l'un supérieur, l'autre inférieur, qu'on suppose égaux, s'appuieront l'un contre l'autre à l'endroit où le Toit est brisé, & où sera la Panne qu'on appelle alors Panne de *brisis*. Le Chevron supérieur s'appuie par son extrémité supérieure contre un Chevron de l'autre demi-Toit, & l'inférieur s'appuie par son extrémité inférieure contre la Sablière. Dans cet état les deux Chevrons s'arcboutent l'un contre l'autre, & il s'agit de les mettre en équilibre.

L'effort vertical du Chevron supérieur pour tomber étant soutenu par le Chevron de l'autre côté qui en a un pareil, il ne lui reste que l'effort horizontal par lequel il tend à faire tourner le Chevron inférieur sur son point d'appui de la Sablière, & par conséquent à la renverser de dedans en dehors; cet effort est horizontal, & comme il agit sur ce point fixe de la Sablière, il agit d'autant plus puissamment qu'il en est à une plus grande distance, ce qui se détermine par le lieu où est le centre de gravité du Chevron à l'égard de ce point fixe. C'est-là un bras de Levier par lequel il faut multiplier l'effort pour avoir l'énergie du Chevron supérieur. D'un autre côté l'inférieur résiste par sa pesanteur à l'effort du supérieur, il a aussi son bras de Levier par rapport au même point fixe, car son centre de gravité, où reside toute sa force pour résister, lui donne aussi une distance à l'égard de ce point, par conséquent une énergie de même nature que l'autre. Après cela ce n'est plus l'affaire que de l'Algebre & du Calcul de trouver les expressions des efforts, & de leurs bras de Levier, & de prendre les deux énergies pour égales; puisqu'elles doivent l'être dans le cas de l'équilibre cherché.

## 66 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Il est visible que la hauteur, & la largeur d'un Toit qui doit être brisé étant déterminées, on peut prendre pour les deux Chevrans égaux du demi-Toit plusieurs Chevrans différens, toujours égaux deux à deux. Les lignes verticales tirées de leur point de concours sur la base ou largeur du Toit tomberont sur différens points de cette droite. Mais quand on veut que les deux Chevrans soient en équilibre, toute cette indétermination est levée, l'équilibre est quelque chose d'unique, qui demande que les Chevrans soient d'une certaine longueur, & que la verticale tirée de leur point de concours ne tombe que sur un certain point de la base. Cela détermine aussi à ce point de concours la place de la Panne de brisis, soit que ce point soit plus ou moins élevé que le milieu du demi-Toit. De même la longueur des Chevrans, qui doivent faire équilibre, étant déterminée, la hauteur & la largeur du Toit le seront aussi en conséquence.

Nous ne parlons point des opérations, des Constructions géométriques, &c. où tout cela engage. L'art qu'on y emploie ne peut être séparé d'avec la manière de l'employer.

---

### *SUR LA RESISTANCE DE L'ETHER AU MOUVEMENT DES CORPS.*

LE Systeme général de Descartes étoit le Systeme dominant chés la plus grande partie des Philosophes, qui ne laissoient pas cependant de bien sentir les difficultés qu'il renferme, lorsque M. Newton ou donna plus de force à ces difficultés, ou en proposa de nouvelles, de sorte que les fondemens de tout l'Edifice Cartesien parurent absolument renversés.

Tout est plein selon Descartes, les plus petits interstices que les parties du Corps le plus solide & le plus dense puissent laisser entre elles, sont exactement remplis d'une matière subtile, ou Etherée, qui est elle-même le Corps le plus solide & le plus dense qui soit possible, puisque ses parties

intégrantes ne peuvent laisser d'interstices à remplir par une autre matière plus subtile. Dans un volume quelconque d'une grandeur déterminée, il y a autant de matière que dans tout autre volume de même grandeur, quelque différente que paroisse leur matière, il y en a autant dans un volume d'Air que dans un volume d'Or égal. Il est aisé d'appercevoir les premières difficultés qui naissent de-là presque d'elles-mêmes, sur-tout par rapport à la Pesanteur.

Mais M. Newton a été beaucoup plus loin. Il a prouvé géométriquement, & par les loix du Mouvement reçues de tout le monde, que si un Corps, qu'on peut supposer sphérique, se meut dans un fluide d'une densité égale à la sienne, il ne peut y parcourir trois fois la longueur de son diamètre sans avoir perdu près de la moitié de sa vitesse initiale, quelque grande qu'elle ait pû être. La raison générale en est qu'à chaque espace qu'il a parcouru égal à son diamètre, il a dû déplacer nécessairement autant de matière du fluide qu'il en contient lui-même, & une matière toute parçille à la sienne par la supposition. Or il ne l'a pû sans communiquer au fluide de sa force & de sa vitesse, & par conséquent sans en perdre autant, & cette perte se calcule. M. Newton n'avoit garde de se tromper au calcul, & sa démonstration n'a pas été attaquée.

Puisque selon les Cartésiens un volume d'air contient la même quantité de matière qu'un volume d'or, ou de fer, & toujours au fond la même matière malgré toutes les différences imaginables d'arrangement & de contexture, il faut donc qu'un Boulet de Canon, qui se meut dans l'air, ne puisse y parcourir trois fois son diamètre sans perdre près de la moitié de sa première vitesse. Mais il est énorme combien cela differe de l'expérience qui s'en fait tous les jours, combien de 100 fois au lieu de 3 le Boulet parcourt la longueur de son diamètre, sans avoir perdu, non pas la moitié, mais quelque petite partie sensible de sa vitesse initiale. De-là M. Newton conclut que le Boulet ne se meut donc pas dans un espace absolument plein, mais vuide en partie de toute

## 68 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

matière, & où par conséquent le Boulet trouvant moins de matière à déplacer, ou, ce qui est le même, moins de résistance, conserve plus long-temps son mouvement. Que l'on mette à la place de ce Boulet une Planete ou une Comete qui se meut dans l'Ether Cartésien, & il sera absolument inconcevable qu'elle s'y meuve depuis un si grand nombre de Siècles sans aucune diminution de sa première vitesse. Epicure auroit bien triomphé, s'il avoit eu cet argument pour son Vuide, mais le temps de ces sortes d'arguments n'étoit pas encore venu.

Les Cartésiens se sont tournés de tous les sens pour éluder la force de ce raisonnement. L'Ether, où les Planetes & les Cometes sont portées, est composé de parties presque infiniment subtiles, qui ont une vitesse, & se séparent les unes des autres avec une facilité presque infinie, une Planete est percée dans toute sa masse d'une infinité de pores, ou plutôt de canaux au travers desquels l'Ether passe sans faire aucune résistance au mouvement de la masse totale. Mais toutes ces réponses sont foibles, & M. l'Abbé de Molières s'attache beaucoup à en faire voir l'insuffisance, non qu'il veuille renoncer au Systeme Cartésien, mais parce qu'il veut le sauver par un autre moyen nouveau & meilleur.

Sans le suivre dans le détail, quoiqu'instructif, de tout ce qu'il dit à ce sujet, nous pouvons rassembler tout sous un seul point de vûë. La démonstration inébranlable de M. Newton suppose seulement que le Corps & le Milieu où il se meut soient de même densité, c'est-à-dire, que dans un volume du Milieu égal à celui du Corps mù, & dans ce Corps il y ait une égale quantité de matière, car de-là s'ensuivra le déplacement de matière nécessaire pour la démonstration, quelle que soit d'ailleurs la subtilité des parties du Milieu, quel que soit leur mouvement particulier, quelle qu'en soit la vitesse, quelle que soit la facilité qu'elles ont à se séparer, quelle que soit la contexture du Corps mù; toutes ces circonstances n'operent rien, & la même quantité de matière à déplacer se retrouve toujours dans le Systeme de Descartes.

Il reste à voir si l'on ne pourroit pas tirer quelque avantage de l'inégalité de densité qu'on supposeroit entre le Corps mù & le Milieu, entre la Planete & l'Ether, il semble qu'on ne seroit plus alors dans le cas de la démonstration.

Il est vrai que dans le Système du Plein on peut imaginer qu'un Corps sera plus ou moins dense, parce qu'il aura plus ou moins de sa matière *propre*, le reste de son volume étant rempli par une matière étrangere quelconque. Une Planete n'aura pas tout son volume rempli par sa matière propre, mais il n'en peut pas être de même de l'Ether, il ne sçauroit contenir que de sa matière propre, & il est ce qui peut être de plus dense dans la Nature. Il est donc toujours plus dense que la Planete, & l'on peut concevoir qu'elle déplace moins de ses parties, parce qu'elle n'en déplacera que par sa matière propre, ce qui en effet diminuera la résistance du Milieu par rapport au volume. Mais en ce cas-là même on retombe dans la démonstration de M. Newton. Que le volume de la Planete soit réduit à ne contenir plus que sa matière propre, voilà le même nombre qu'auparavant de parties du Milieu déplacées, & la démonstration subsiste en son entier.

Nous pouvons faire ici une remarque. En supposant qu'il n'y a que la matière propre du Corps mù qui déplace les parties du Milieu, & en concevant ce Corps réduit au seul volume que sa matière propre formeroit, on voit très-facilement pourquoi dans des expériences faites sur différents Pendules que l'on agite dans un même Milieu, une boule de bois perd plutôt son mouvement qu'une boule de plomb de même volume, c'est que l'une & l'autre boule étant réduite à sa matière propre, celle de bois auroit un moindre diamètre, & en parcourant trois fois sa longueur dans le Milieu, elle parcourroit un moindre espace que ne feroit celle de plomb, & par conséquent perdrait plutôt sa vitesse.

Pour trancher absolument le nœud de cette terrible objection fondée sur la résistance de l'Ether, M. l'Abbé de Molières prend le parti d'ôter à l'Ether toute résistance, en le laissant tel qu'il est chés les Cartésiens, aussi homogene, & aussi

dense, car enfin tant qu'il résistera aux Planetes, quelque foiblement que ce pût être, on n'échappera point à M. Newton, & depuis le long temps qu'on observe les Planetes, on leur auroit trouvé quelque diminution de vitesse, & même très-considérable.

Si un Corps pesant se meut dans un fluide pesant, la démonstration de M. Newton a lieu, & elle est sans repliche. Mais si le Corps étant toujours pesant, le fluide ne l'est pas, tout est changé, la résistance de ce fluide ne sera qu'un infiniment petit du 2<sup>d</sup> ordre, de sorte que dans un temps infini, elle ne deviendrait qu'un infiniment petit du 1<sup>er</sup> ordre, & absolument insensible. Que sera-ce donc de tout temps fini? C'est-là ce que M. de Molières prouve géométriquement, & par-là il se met hors d'atteinte à l'égard de M. Newton, qui n'a point considéré ce 2<sup>d</sup> cas, & n'y a pas même pensé, persuadé, comme il l'étoit, que tous les Corps sont pesants. Mais il n'est nullement nécessaire qu'ils le soient, on ne conçoit pas que la pesanteur, une tendance continuelle à un certain point déterminé, leur soit essentielle comme l'étendue ou l'impénétrabilité. Au contraire, on conçoit, & surtout depuis qu'on a les lumières de la Philosophie moderne, qu'elle ne peut être que l'effet, le résultat de quelque mouvement, qui nécessairement leur sera étranger & accidentel. Mais il ne s'agit présentement que de prouver la résistance nulle d'un fluide supposé non-pesant à un Corps pesant. Nous croyons le pouvoir montrer suffisamment, sans prendre le même tour de démonstration que M. l'Abbé de Molières.

La Pesanteur, telle qu'elle est à la surface de notre Globe terrestre, & aux environs, fait tomber verticalement un Corps de 15 pieds en une seconde. Si elle ne le faisoit tomber de cette même hauteur qu'en deux secondes, il est évident qu'elle seroit moindre, & toujours ainsi de suite. Si l'on vouloit comparer ensemble deux Pesanteurs, qui différassent de cette sorte, on trouveroit très-aisément que l'expression générale de la Pesanteur, en tant que force accélératrice, étant l'Espace divisé par le quarré du Temps, les

deux Pesanteurs seroient le même Espace divisé par les quarrés des deux Temps, & que par conséquent elles seroient entre elles en raison renversée des quarrés de leurs Temps.

La force nécessaire pour faire parcourir à un Corps de bas en haut verticalement 15 pieds en une seconde est égale à la force de la Pesanteur qui fait le contraire, & une force qui ne feroit parcourir ces 15 pieds de bas en haut qu'en deux secondes, en trois, &c. seroit égale à une autre Pesanteur, & ces deux nouvelles forces seroient entre elles comme les deux Pesanteurs.

Un Corps qui tombe le long d'un Plan incliné n'a acquis à la fin de sa chute que la même vitesse qu'il eût acquise en tombant le long de la verticale qui est la hauteur du Plan, mais il a employé plus de temps à tomber le long du Plan, & plus de temps en même raison que la longueur est plus grande que la hauteur, deux fois, trois fois plus, &c. si la longueur est deux fois, trois fois, &c. plus grande.

Un Corps étant descendu le long d'un plan incliné, si l'on veut le faire remonter le long de ce même plan jusqu'au point d'où il avoit commencé à descendre, il faut une force contraire à la Pesanteur qui l'auroit fait tomber le long de la verticale, mais comme cette force n'auroit produit son effet qu'en un temps plus long, à raison de la longueur du Plan, elle n'est égale qu'à une Pesanteur qui auroit fait tomber le Corps par la même verticale en un temps plus long, & par conséquent son expression sera l'espace vertical constant divisé par le quarré du Temps.

Donc plus le temps est long, ou plus la longueur du plan incliné est grande, plus la force nécessaire pour faire remonter ce plan par un Corps, est petite, ou, ce qui revient au même, moins le Corps est pesant par rapport à la force qui le doit mouvoir. Donc si la longueur du plan est infinie, auquel cas le plan est horizontal, & le Temps infini, la force est infiniment petite du 2<sup>d</sup> ordre, puisque c'est une fraction, dont le numérateur étant toujours une grandeur finie, le dénominateur, qui est toujours



le quarré du Temps, est devenu un Infini du 2<sup>d</sup> ordre.

Donc aussi une force infiniment petite du 2<sup>d</sup> ordre suffit pour mouvoir un Corps horizontalement, ou, ce qui est la même chose, un Corps ne pese point à l'égard de la force finie qui tend à lui imprimer un mouvement horizontal. Or le mouvement circulaire d'une Planete dans l'Ether autour d'un centre n'est à cet égard qu'un véritable mouvement horizontal, & tout le monde en convient. Donc la Planete n'a besoin pour surmonter la résistance de l'Ether, & en déplacer à chaque instant un volume égal au sien, que de lui imprimer un mouvement horizontal, pour lequel une force infiniment petite du 2<sup>d</sup> ordre suffit, donc dans quelque temps fini que ce soit, la Planete ne perdra rien de sa force, ni de sa vitesse.

---

### SUR LE JET DES BOMBES.

V. les M.  
P. 297.

VOICI une matière déjà fort traitée, mais toute neuve par la forme. On en a fait des Livres assés étendus, & M. de Maupertuis réduit tout à une seule formule d'Algebre, qui non seulement renferme tous ces Livres, mais y ajoute des choses nouvelles. Nous allons cependant retrancher à ce qu'il a donné une partie de son mérite, l'extrême briéveté qui pourroit n'être pas tant à l'usage de toutes sortes de Géometres.

Une Bombe est tirée avec une certaine charge de Poudre, qui lui donne une certaine vitesse, la même qu'elle auroit acquise dans le Système de Galilée en tombant verticalement d'une certaine hauteur. Cette hauteur, toujours différente pour chaque vitesse différente, mais la même & constante pour une vitesse déterminée, s'appellera *la ligne de la vitesse*.

La Bombe est tirée sous une certaine direction qui fait un angle avec l'Horison. La ligne inclinée de cette direction s'appellera *la ligne du jet*.

La Bombe ne parcourt jamais la ligne du jet. Tout son cours n'a qu'un point commun avec elle, c'est celui de son origine.

origine, ou lorsqu'elle sort du Mortier, hors de-là elle est toujours ramenée en embas par sa pesanteur, de sorte que si on conçoit la ligne du jet décrite, la Bombe en est toujours à une certaine distance en dessous, & à une distance d'autant plus grande qu'elle est plus avancée dans son cours, parce que sa chute s'accélère sans cesse. La ligne, dont la Bombe descend à chaque instant par rapport à la ligne du jet, s'appellera la *ligne de descente*. Elle est variable d'instant en instant pour un même jet, au lieu que les deux lignes précédentes sont constantes dans un jet, mais différentes seulement en différents jets.

Si d'un point quelconque de la ligne du jet on tire une droite verticale qu'on prendra pour la ligne de descente correspondante à ce point-là, il est certain par le Système de Galilée qu'au dernier point de cette ligne la Bombe aura acquis par sa pesanteur une vitesse telle, que si elle eût pris ensuite un mouvement uniforme elle eût parcouru le double de la ligne de descente dans le même temps qu'elle a mis à la parcourir par un mouvement accéléré. D'un autre côté si la ligne du jet, prise depuis son origine jusqu'au point qu'on a déterminé arbitrairement, eût été parcourue comme elle l'eût été sans l'action de la pesanteur, elle eût été parcourue d'un mouvement uniforme avec la vitesse exprimée par la ligne de la vitesse. Or dans les mouvements uniformes les espaces parcourus en même temps sont comme les vitesses. Donc la ligne du jet & le double de la ligne de descente correspondante sont comme les vitesses dont elles sont parcourues. Selon Galilée encore les vitesses s'expriment par les Racines des hauteurs nécessaires pour les acquérir, & par conséquent la vitesse dont seroit parcourue la ligne du jet sera la racine de la ligne de la vitesse, & la vitesse dont seroit parcourue une ligne double de celle de descente sera la racine de cette ligne simple; donc la ligne du jet, & la ligne double de celle de descente seront comme ces racines, & cela donne aussitôt une Equation, qui étant quarrée donne le quarré de la ligne du jet égal à quatre fois le produit de la ligne de la

vitesse par la ligne de descente. Voilà ce qui fournit tout, & d'une maniere très-heureuse.

Dès que l'on a une Équation qui consiste en un quarré égal à un produit, le premier coup d'œil géométrique apprend qu'il y a là une Parabole. En effet il y en a une ici. Toutes les lignes de descente se terminent à une Parabole prise du côté de sa convexité, & dont la ligne du jet à son origine est Tangente. Cette Parabole étant décrite ou conçue, elle a pour axe une ligne horisontale parallele à la Tangente au sommet, & des Abscisses & des Ordonnées qui sont à l'ordinaire du côté de sa concavité.

Pour rendre complete une Formule algébrique sur ce sujet, il faut y faire entrer l'angle de la ligne du jet avec l'Horison, ou, ce qui est le même, la direction du Mortier. Cet angle est déterminé par le rapport de son Rayon à sa Tangente, & ce rapport est le même que celui d'une Abscisse quelconque de la Parabole à l'Ordonnée correspondante augmentée de sa ligne de descente, car il se fait de part & d'autre deux Triangles rectangles où se trouve l'angle de la ligne du jet avec l'Horison. Par conséquent le Rayon de cet angle étant pris pour 1, & sa Tangente étant un autre nombre quelconque, l'expression de la ligne composée de l'Ordonnée de la Parabole & de la ligne de descente est l'Abscisse correspondante de la Parabole multipliée par le nombre qui exprime la Tangente de l'angle du jet. De-là naît par la propriété du Triangle rectangle une seconde Équation où il n'entre plus que l'Abscisse & l'Ordonnée indéterminées de la Parabole, la ligne constante de la vitesse, ou, ce qui est la même chose, la force de la charge de poudre, & le nombre indéterminé qui exprime la Tangente de l'angle du jet. Avec cette seule formule M. de Maupertuis expédie tous les Problemes en moins de rien, il n'a qu'à faire des substitutions, ou des déterminations.

Si, par exemple, avec une charge de poudre donnée, on veut que la Bombe aille frapper un point donné, comme le haut d'une Tour, ou un Clocher, & qu'on cherche la

direction de Mortier nécessaire, on substitüera à l'Abcisse indéterminée de la Parabole la distance horisontale de ce Clocher, & à l'Ordonnée sa hauteur, qui doivent être toutes deux connües, & l'on trouvera aussi-tôt qu'il y a deux directions de Mortier ou deux angles également propres à l'effet qu'on cherche, & également éloignés de l'angle de 45 degrés, l'un en dessus, l'autre en dessous. On verra aussi qu'il y a des cas où le Probleme est totalement impossible, & c'est lorsque la charge de poudre n'est pas assés grande pour l'effet proposé. On trouve quelle doit être cette force précise.

Si l'on ne se propose point de frapper un point élevé; mais seulement de porter la Bombe à une certaine étendue horisontale avec une charge donnée, l'Abcisse de la Parabole ayant été déterminée de la grandeur requise, il n'y a qu'à égaler l'Ordonnée à zero, alors l'étendue du jet est l'axe horisontal de la Parabole entier, elle le coupe au point où la Bombe arrivera, & l'on trouve encore deux directions de Mortier, qui satisfont également au Probleme.

Si l'on vouloit frapper un point posé au dessous de l'Horison, l'Ordonnée qui en détermineroit l'abbaissement seroit négative, & par conséquent un changement de signe fait à cette Ordonnée dans l'Équation Parabolique suffiroit.

Il seroit inutile d'employer plus de temps à rapporter tous les Problemes que la formule de M. de Maupertuis résout avec une facilité singulière. Il y en a deux cependant dont nous ne pouvons nous empêcher de parler, du premier; parce qu'il vient par une voye très-détournée & est presque surprenant, du second, parce qu'il est nouveau.

Tout le monde sçait que la direction de Mortier qui chasse la Bombe le plus loin qu'il soit possible, est celle qui fait un angle de 45 degrés. Là se réunissent ou deviennent infiniment proches les deux jets différents & distants l'un de l'autre produits par chacune des autres directions. Cela a été démontré bien des fois, mais presque toujours d'une manière assés pénible. M. de Maupertuis dégage de son Équation l'expression indéterminée de l'Abcisse, & puisqu'il s'agit de la

76 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
 rendre la plus grande qu'il soit possible, il le fait par la Re-  
 gle connuë de la Géométrie moderne, & il lui vient une  
 Équation qui au premier coup d'œil peut paroître impossible,  
 mais qui ne le sera pas, pourvû qu'on prenne la Tangente  
 de l'angle du jet pour 1. Or si elle est 1, elle sera égale au  
 Rayon que l'on a supposé 1, & dans le cas de cette égalité  
 l'angle est de 45 degrés. Donc c'est sous cet angle que le  
 jet a la plus grande étendue horisontale possible.

Par cette même Regle *des plus grands. & plus petits*, M.  
 de Maupertuis détermine la moindre charge qui puisse porter  
 une Bombe à un point donné, ce qui étoit nécessaire pour  
 épargner la dépense inutile de poudre, & n'avoit pourtant  
 pas été encore trouvé, ni même cherché peut-être.

Pour faire l'usage le plus solide de la Balistique Analitique  
 de M. de Maupertuis, il en faudroit prendre les principes  
 pour construire des Tables, qui dirigerqient les Bombardiers  
 dans tous les cas.

---

## SUR LES MOUVEMENTS

### FAITS.

#### DANS DES MILIEUX QUI SE MEUVENT.

V. les M.  
 p. 390.

DEPUIS que l'Astronomie n'est plus simple Astronomie;  
 mais Astronomie Phisique, les plus grands Géomètres  
 se sont fort occupés à rechercher la Méchanique des Mou-  
 vements célestes, & à trouver des formules Algébriques qui  
 les représentassent. De-là est née toute la sublime & fine  
 Théorie des Forces Centrales, parce que les Astres dont le  
 cours se rapporte toujours à un point, soit centre, soit foyer,  
 pris au dedans de leurs Orbites, ont dû être considérés  
 comme tirés perpétuellement vers ce point par quelque force,  
 qu'on a appelée leur Pesanteur.

S'ils se meuvent dans un Vuide, ainsi que l'a crû M.  
 Newton, il suit de la Regle de Kepler, qu'il est certain qu'ils  
 observent, que leurs Orbites sont des Ellipses, dont le Soleil

est un des Foyers, & leurs tendances au Soleil ou pesanteurs varient selon la raison renversée des quarrés de leurs distances à ce foyer.

Mais il n'est rien moins que sûr qu'ils se meuvent dans un Vuide, & quand même il le seroit, les Géomètres se picqueroient encore, à cause de la difficulté, de déterminer ce qui arriveroit dans le Plein, ou dans des Milieux résistants. Cette résistance dépendroit de deux principes, 1.<sup>o</sup> de la densité du Milieu, soit toujours la même, soit inégale dans ses différentes couches ou parties, 2.<sup>o</sup> de la vitesse même de l'Astre ou Mobile, car on sçait qu'à une plus grande vitesse du Mobile le Milieu oppose une plus grande résistance, & plus grande selon quelque puissance de cette vitesse. C'a été l'objet d'une très-subtile recherche de M. Bernoulli, dont nous avons parlé en 1711\*.

Il y concevoit les Milieux comme simplement résistants, & d'ailleurs en repos. Mais s'ils se meuvent eux-mêmes, ce qui ne leur fera rien perdre de leur résistance, s'ils ont une vitesse différente de celle du Mobile, s'ils ont aussi une force centrale qui se rapportera à un autre point que la sienne, on voit qu'il se formera une étrange complication. M. Bouguer s'y est engagé, ne fût-ce que parce qu'on n'y avoit pas touché jusqu'à présent.

Dans le Vuide, le Mobile décrit une certaine Courbe avec des vitesses qui varient selon les distances du foyer. Si le Milieu est résistant, ce mouvement qu'on peut appeller *primitif*, est alteré & dans la vitesse & dans la direction de chaque instant, dans la vitesse, parce que la résistance la diminue toujours selon une certaine loi, dans la direction, parce que l'action de la résistance du Milieu s'exerçant par des lignes droites qui ne sont pas les mêmes que celles des directions instantanées du Mobile, il est obligé de prendre des lignes moyennes, & d'autant plus que la différente densité des couches l'oblige encore à des détours, pareils à ceux des Refractions.

Mais quand le Milieu se meut, & dans les circonstances

\* p. 83.  
& suiv.

que nous venons de marquer, la vitesse, & la direction du mouvement primitif sont encore beaucoup plus altérées. Puisque le Milieu circule ou plus généralement décrit une Courbe autour d'un point différent de celui autour duquel le Mobile décrit la sienne, & puisqu'il a une vitesse différente, il ne peut que changer sans cesse les directions primitives du Mobile, & en augmenter ou diminuer les vitesses, le tout sans préjudice des altérations qui naissent d'ailleurs de la seule résistance. De plus il influë aussi par sa force centrifuge sur celle qu'avoit primitivement le Mobile, il la favorise, ou s'y oppose en partie, & cela plus ou moins selon les différentes combinaisons.

Le grand nombre d'Elements qui entrent dans cette recherche étant tous exprimés algébriquement de la manière la plus générale, M. Bouguer en tire deux formules, dont l'une est pour la pesanteur ou tendance du Mobile à son foyer, telle qu'elle résultera du concours de tous ces éléments, l'autre pour la densité du milieu, telle qu'il faudra qu'elle soit par ce même concours.

Ces formules, quoique simples, vû le sujet, sont cependant assez chargées. Tout y est indéterminé, Courbes décrites tant par le Milieu, que par le Mobile, angles de ces deux Courbes entre elles, vitesses, forces centrales excepté la loi qui les régle, résistances selon une puissance quelconque des vitesses, &c. en un mot ce n'est qu'un assemblage de rapports nécessaires, indépendants des grandeurs absolues, & qui recevront toutes celles qu'on voudra.

La Courbe décrite par le Mobile & la vitesse variable dont il la décrit, sont les effets de l'action combinée de tous les éléments qu'on suppose ici, & dont on ne connoît pas l'absolu, de sorte que quand cette Courbe & cette vitesse seroient données, ou connues par observation, comme cela est possible en Astronomie, on seroit pourtant encore bien éloigné d'en pouvoir rien conclurre pour la pesanteur du Mobile, ou pour la densité du Milieu. Il faudroit faire des suppositions, qui ne pourroient être que plus ou moins vraisemblables.

En supposant que le Mobile décrive une Logarithmique Spirale, & de plus que les vitesses du Mobile, celles du Milieu, & les impulsions de ce Milieu fluide sur le Mobile solide, soient toutes en même raison que les différentes distances au centre de cette Logarithmique, M. Bouguer trouve aisément par ses deux Formules que la pesanteur du Mobile sera toujours comme ces mêmes distances, & que la densité du Milieu sera par-tout la même.

Il est remarquable qu'en ce cas-là le Mobile monteroit à l'infini le long de sa Courbe, & ne pourroit jamais redescendre, car s'il redescendoit, la formule de la densité la donneroit négative, or une densité négative n'est pas concevable. On voit encore assez d'ailleurs que ce cas-là n'est guere possible, & que du moins il ne s'appliqueroit à rien de connu. Mais on trouve toujours la Géométrie beaucoup plus riche que la Physique.

Plusieurs Philosophes croyent que la pesanteur des Planètes vers le Foyer de leurs Orbites n'est que l'effet de la Force centrifuge des Milieux fluides où elles nagent. Les Formules de M. Bouguer admettront cette idée, il n'y aura qu'à y traiter de zero ce que nous avons appelé la pesanteur primitive du Mobile, qui n'en aura alors qu'une plus simple, ou exprimée plus simplement. En joignant à cela que le Mobile décrive un Cercle, & le Milieu fluide ou Tourbillon un autre Cercle excentrique au premier d'une quantité déterminée, M. Bouguer tire de ses Formules le rapport des vitesses & des densités du Milieu aux différentes distances du Mobile au point où sa pesanteur se rapporte, car elle se rapporte en ce cas, non au centre du cercle que le Mobile décrit, mais à celui du cercle décrit par le Milieu, puisque toute la pesanteur du Mobile vient de la Force centrifuge du Milieu.

Si l'on tire une droite par ces deux centres, elle sera ce qu'on appelle en Astronomie la ligne *des Apfides*, & l'une de ses extrémités sera la plus grande distance du Mobile au centre de sa pesanteur, l'autre, la moindre distance. M. Bouguer



# 80 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

trouve que la vitesse du Mobile & celle du Milieu fluide, inégales par tout ailleurs, seront égales aux deux extrémités de la ligne des Apsides, & que cela arriveroit encore, quand même le Mobile n'auroit pas un mouvement uniforme, tel qu'on le suppose ici, parce qu'il est circulaire, pourvû cependant que la plus grande & la moindre vitesse du mouvement variable du Mobile fussent aux deux extrémités de la ligne des Apsides.

Ce qu'il y a de plus singulier dans l'hypothèse, ou dans les hypothèses présentes, c'est que des deux côtés de la ligne des Apsides, qui coupe en deux moitiés égales le Cercle décrit par le Mobile, les vitesses & les densités du Milieu, nécessaires pour ce mouvement circulaire du Mobile, ne sont pas égales, de sorte que s'il faut qu'elles le soient, comme il est très-naturel & presque indispensable de le concevoir, le 2<sup>d</sup> demi-cercle ne pourra plus être décrit par le Mobile, mais seulement quelque autre Courbe, quoique peu différente, si l'on veut.

Indépendamment de cette vûe qui naît des Formules de M. Bouguer, on peut s'assurer que les deux moitiés de l'Orbite du Mobile, séparées par la ligne des Apsides, ne doivent pas appartenir à la même Courbe. Les différentes couches du Milieu décrivent toujours des Cercles concentriques, dont les supérieures montent ou tendent à monter par rapport aux inférieures. Le Mobile parti du point de son Orbite le plus éloigné du centre de la pesanteur, qui est le même que celui des couches du Milieu, descend donc par rapport à ce centre dans la 1<sup>re</sup> moitié de son cours, & passant d'une couche supérieure dans une inférieure, rencontre toujours des couches qui tendent à monter, & s'opposent en partie au mouvement qu'il avoit reçu du Milieu même vers le centre. Ce sera le contraire dans la 2<sup>de</sup> moitié de l'Orbite, où en montant il trouvera des couches qui montent aussi. Il n'est donc pas poussé dans les deux moitiés par une force égale, & par conséquent il ne peut pas décrire de part & d'autre une Courbe précisément la même.

Cependant

Cependant on suppose ordinairement en Astronomie qu'il la décrit, & cela est assés conforme aux observations. Aussi ne prétend-on pas tirer encore de la Théorie de M. Bouguer le vrai Sîsteme de la Nature, ce n'est qu'un moyen que l'on fournit, d'éprouver promptement & sûrement ce qui s'en-suivra ou des faits observés, ou des suppositions vrai-semblables qu'on imaginera. On a une Pierre de Touche en attendant l'Or.

---

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires  
 Une Machine de M. d'Onzembray pour mesurer sur V. les M.  
 Mer l'angle de la ligne du Vent & de la Quille du Vaif- P. 236.  
 seau, &c.

---

Cette année parut un Livre de M. Pitot, intitulé *la Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux réduite en Pratique, ou les Principes & les Regles pour Naviguer le plus avantageusement qu'il est possible.*

Nous avons rendu compte en 1714\* d'un Livre de M. Bernoulli sur le même sujet. C'est le sort des bons ouvrages, de ceux sur-tout qui, comme celui là, renferment beaucoup de choses en peu d'espace, d'être suivis par d'autres, qui les développent, qui en étendent les vûës, qui même y en ajoutent de nouvelles, & portent encore les connoissances à un plus haut point, ou de clarté ou de perfection. C'est ce que fait le Livre de M. Pitot. D'ailleurs M. Bernoulli avoit désiré des Tables pour la commodité de la Pratique, mais sans en donner, & M. Pitot en donne de beaucoup plus étenduës que celles que M. Bernoulli avoit désirées. Elles sont ici telles que les Pilotes, avec leurs connoissances ordinaires, en pourront aisément faire usage. Comme nous ne prétendons pas répéter ce qui a été dit en 1714 avec assés d'étendue sur la Theorie de la Navigation, ni même nous engager particulièrement dans ce qu'elle peut avoir de nouveau de la

Hist. 1731.

L

part de M. Pitot, nous ne nous attacherons qu'à ce qui se rapporte le plus immédiatement à la construction de ses Tables.

Si, sans se proposer une certaine Route déterminée, il n'étoit question que de faire en sorte qu'un Vaisseau fendît l'eau avec la plus grande vitesse possible, il est clair que ce Vaisseau étant supposé de la figure ordinaire, mais avec une seule Voile plate, il ne faudroit que mettre cette Voile dans une position perpendiculaire à la ligne du Vent, & la Quille du Vaisseau dans cette même ligne. Si, par exemple le Vent étoit Est, la Voile posée Nord & Sud, recevrait toute l'impression de sa force absolue, & la Quille étant posée Est & Ouest, le Vaisseau fendroit l'eau directement par sa Prouë qui est sa pointe, & l'endroit qui fend l'eau avec la plus grande facilité. Alors l'angle de la ligne du Vent, ou simplement du Vent, avec la Quille seroit de 180 degrés, puisque ces deux lignes concourroient en une, & l'angle du Vent & de la Voile seroit de 90. Le Vent s'appelleroit *Vent arrière*, ou *Vent en poupe*.

Mais un Vaisseau n'a pas pour une Voile, il en a plusieurs dont les positions doivent être à peu près parallèles, & quand le Vent est perpendiculaire à la première Voile qui lui est exposée, elle le dérobe nécessairement à toutes celles qui sont derrière elle, & par conséquent si l'on veut profiter de toutes les Voiles, il faut absolument prendre le Vent de côté, & le faire tomber sur toutes sous le même angle aigu. Le moins aigu sera le plus avantageux, puisque le droit, s'il étoit possible, seroit le plus avantageux de tous. Tant que l'angle du Vent & de la Voile ne va que depuis 90, qui est son terme impossible, jusqu'à 81 ou 82, on dit que le Vent est arrière.

Il est fort différent qu'une Voile soit poussée par un Vent qui lui soit perpendiculaire, ou par un oblique. Dans le premier cas le Vent agit sur elle de toute sa force absolue, dans le second, il n'agit que selon ce qu'il a de perpendiculaire à la Voile dans son impulsion oblique, c'est selon la direction

de cette perpendiculaire à la Voile, qui a été appelée *ligne de la force mouvante*, qu'il tend à faire aller le Vaisseau.

Si le Vent étoit perpendiculaire à la Voile, la ligne de la force mouvante étant la même que celle de la Quille, le Vaisseau iroit donc selon la Quille, & fendroit l'eau avec la plus grande facilité, & par conséquent avec la plus grande vitesse possible. Mais quand le Vent est oblique, il n'arrive presque jamais que la ligne de la force mouvante soit la même que celle de la Quille, & il faut que le Vaisseau prenne une direction moyenne entre ces deux lignes, & une vitesse moindre que celle qu'il eût eüe, mais la plus grande qu'il se puisse par rapport aux circonstances.

La plus grande difficulté qu'il y ait à trouver les rapports des différentes vitesses que peut avoir un Vaisseau mù, comme il l'est toujours, par des vents obliques aux Voiles, consiste à connoître la valeur des lignes des forces mouvantes. Pour cela M. Pitot prend un petit circuit qui paroît plus commode, il évaluë la force de la Résistance de l'eau, qui, selon qu'il a été dit en 1714, est toujours égale à la force du Vent, & agit par la même ligne.

La ligne par laquelle agit la Résistance de l'eau doit donc être conçüe dans une direction qui seroit perpendiculaire à la Voile ou aux Voiles. Cette perpendiculaire aux Voiles est, selon ce que nous venons de dire, inclinée à la direction du chemin que fera le Vaisseau, & par conséquent elle peut & doit se décomposer en deux forces latérales, dont l'une sera parallèle à ce chemin, l'autre perpendiculaire. On calcule ces deux forces latérales pour tous les angles qu'elles peuvent faire entre elles. Plus la latérale parallèle au chemin est grande par rapport à l'autre, plus l'Eau résiste au mouvement du Vaisseau, & enfin elle y résiste de toute la force possible quand la latérale perpendiculaire est nulle par rapport à la parallèle, & la parallèle par conséquent égale à la force totale, ce qui ne pourroit arriver que dans le cas où le Vent seroit perpendiculaire à la Voile, & parallèle au chemin du Vaisseau.

En mettant au lieu de la Résistance de l'Eau la force du

#### 84 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Vent, on voit par là toutes les variations que peut avoir de ce chef la force du Vent, & par conséquent la vitesse du Vaisseau. Je dis *de ce chef*, car la ligne de la force mouvante varie encore d'ailleurs en elle-même. Sa valeur absolue dépend de l'angle d'incidence du Vent sur la Voile, cette valeur est d'autant plus grande que le Sinus de cet angle, ou plutôt le quarré de ce Sinus est plus grand.

Reprenons maintenant la considération de ces Angles du Vent sur les Voiles. Depuis l'angle de 81 ou 82 jusqu'à 66 ou 67 le Vent n'est plus arrière, il est *largue*, & il est clair qu'il va toujours diminuant de force, ou imprimant une moindre vitesse au Vaisseau. Depuis 66 ou 67, c'est un *Vent de Bouline*, & la vitesse du Vaisseau est encore moindre.

Ce Vent large & le Vent de Bouline ne diffèrent que de degré par rapport à la vitesse du Vaisseau. Mais ils diffèrent essentiellement par rapport à un autre effet très-considérable. Tant que le Vent est large, le Vaisseau s'éloigne du lieu d'où vient le Vent, du point de l'Horison d'où il part, ou est censé partir, & l'on dit que le Vaisseau *fuit* ou *perd au Vent*. Quand le Vent est de Bouline, le Vaisseau s'approche du lieu d'où vient le Vent, & l'on dit qu'il *va* ou *gagne au Vent*. On entend assés qu'il ne va pas directement vers le point de l'Horison d'où le Vent part, mais qu'il s'en approche par une ligne inclinée à celle du Vent. Plus l'angle de ces deux lignes est petit, plus le Vaisseau *ferre* le Vent, mais il ne peut pas le serrer jusqu'à se mettre dans la même ligne, la Voile ne recevrait plus aucune impulsion du Vent; il y a un angle où cette impulsion seroit si petite que le Vaisseau *s'abattroit*, & c'est-là le terme où le Vent de Bouline finit.

La figure du Vaisseau, que nous n'avons point encore considérée, fait beaucoup à sa vitesse, puisque plus il est pointu par la Prouë ou l'*avant*, plus il a de facilité à fendre l'eau. M. Pitot suppose, comme avoit fait M. Bernoulli, qu'une coupe horizontale du Vaisseau, qu'il faut encore supposer semblable à toutes les autres, a sa circonférence formée

de deux Arcs circulaires semblables & égaux, qui font entre eux à la Prouë un angle curviligne d'autant plus grand que ces Arcs font d'un plus grand nombre de degrés de leur Cercle, car il est visible que s'ils étoient de 90, ils feroient entre eux à la Prouë un angle de 180, c'est-à-dire, qu'en cet endroit ils seroient posés l'un au bout de l'autre en ligne droite, & que le Vaisseau n'auroit point de pointe. Pour lui en donner une suffisante, M. Pitot ne prend point des Arcs qui fassent entre eux un angle curviligne plus grand que 60, & d'un autre côté pour conserver au Vaisseau la largeur nécessaire, il ne prend point des Arcs, dont l'angle curviligne soit moindre que 20.

Selon ces différentes figures la Résistance de l'Eau, & par conséquent la force du Vent & la vitesse du Vaisseau, sont différentes. La ligne du mouvement du Vaisseau étant la même, l'Eau frappe différemment ou sous différents angles les parties de différents Arcs, à cause de leur différente position, & la force totale est différemment décomposée en deux forces latérales. Quand le chemin du Vaisseau est dans la ligne de la Quille, il arrive que les deux forces latérales perpendiculaires prises des deux côtés de la Prouë à distances égales, sont égales & directement opposées, d'où il suit qu'elles se détruisent l'une l'autre, & qu'il ne reste que les forces parallèles correspondantes. Il est aisé de voir en général les conséquences qui naissent de-là pour la vitesse du Vaisseau.

Il est clair que cette vitesse dépend enfin de la vitesse absolue du Vent, c'est-à-dire, de l'espace plus ou moins grand qu'il parcourt dans un temps déterminé, comme une seconde. Cela se peut connoître par quelque Machine, & ce sera une expérience fondamentale.

Pour rassembler tout, la vitesse du Vaisseau dépend donc, 1° de la vitesse absolue du Vent, 2° de l'angle d'incidence du Vent sur les Voiles, 3° de la grandeur de la superficie des Voiles exposées au Vent, 4° de la figure du Vaisseau, qui modifie la résistance de l'eau, ou, ce qui revient au même, l'action du Vent.

Mais il ne s'agit pas dans la Navigation de faire un chemin quelconque avec la plus grande vitesse possible, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, il s'agit de faire avec cette condition un chemin déterminé, une certaine Route. La Route doit entrer dans toute la Théorie, & dans tous les Calculs, dont elle est un Element principal. La plus grande vitesse possible ne sera plus que celle qu'elle permettra.

Le Rumb de Vent est toujours connu, c'est-à-dire, la ligne droite tirée du point de l'Horison, d'où le Vent part, jusqu'au Vaisseau. Si cette ligne étoit la même que celle de la Route qu'on veut faire, ce qui est un cas unique, nous avons vû qu'il vaudroit mieux prendre le Vent de côté, & par conséquent oblique à la Route. Ainsi on peut compter que le Rumb de Vent, & la Route font toujours un angle, & cet angle est connu, ou donné.

Cela posé, le Vent fait un angle aigu avec la Voile. Le moins aigu, ou le plus approchant du droit, sera le plus avantageux, à ne rien considérer de plus, & je suppose qu'il ait été déterminé. De-là il suit que la Voile aura nécessairement une certaine position par rapport à la Quille, ou fera un certain angle avec elle. Il faudroit pour le mieux parfait que la Route fût dans la ligne de la Quille, mais la position de la Voile par rapport à la Quille ayant été déterminée, & par conséquent celle de la ligne de la force mouvante par rapport à la Quille, puisque cette ligne est toujours perpendiculaire à la Voile, il peut arriver, & il arrive le plus souvent que la direction de la ligne de la force mouvante est trop éloignée de celle de la Quille, & de la Route qui se feroit selon la Quille, ce qui diminueroit beaucoup la force dont le Vaisseau seroit poussé. Il faut donc, pour regagner de la force du Vent, changer l'angle de la Voile & de la Quille, & pour cela changer aussi celui du Vent sur la Voile, ce qui fera perdre quelque chose de la grandeur de l'angle d'incidence du Vent, & diminuera sa force à cet égard. Il y a là un mélange d'avantages & de désavantages, qui produit nécessairement un état, un point où tout étant

compensé, il se trouvera le plus grand avantage possible, & la Géométrie moderne le détermine par des Regles de calcul connus.

L'angle du Rumb de Vent, & de la Route qu'on veut faire, étant toujours connu, on détermine donc quel sera, pour faire cette Route, l'angle le plus avantageux, tant du Vent sur la Voile, que de la Voile avec la Quille. Ces deux angles étant trouvés, il arrive rarement que la Route soit exactement sur la ligne de la Quille, mais ces deux lignes ne s'écartent l'une de l'autre que le moins, ou ne font que le moindre angle de *dérive*, qu'il est possible, & si on vouloit gagner en diminuant cet angle, on perdrait davantage d'ailleurs.

Les deux angles les plus avantageux, celui du Vent sur la Voile, & celui de la Voile avec la Quille, & même celui de la dérive, qui en résulte, changent, comme il est bien naturel de le juger, pour chaque angle différent du Rumb de Vent avec la Route. Un Vent arrière, un Vent large, un Vent de Bouline, & tous ceux qui dans chacune de ces trois especes ne diffèrent entre eux que de degré, demandent une Voile différemment posée & par rapport à eux, & par rapport à la Quille, & en même temps les dérives deviennent différentes. Il est évident que le Vent arrière parfait, & qu'on ne prend pourtant pas, étant celui dont le Rumb fait avec la Route l'angle de 180, & auquel par conséquent la Voile dans la plus avantageuse position seroit perpendiculaire, & perpendiculaire aussi à la Quille, tous les autres Vents pris depuis celui-là, selon l'ordre qu'on vient de les nommer, demanderont toujours pour les deux sortes d'angles les plus avantageux des angles décroissants depuis 90.

Il y a plus. Tout ce que nous venons de voir qui change par le changement de l'angle du Rumb de Vent avec la Route, change aussi par la différente figure du Vaisseau. On a vu par la Théorie combien cette figure influë sur la vitesse, & pour le faire voir par un exemple bien sensible, il est sûr qu'un Vaisseau, qui aura la Prouë plus aiguë, pourra se servir



## 88 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

de tel Vent de Bouline, dont un autre ne se serviroit pas: Cela vient de ce que dans le Vaisseau qui a la Prouë moins aiguë, elle a trop peu d'avantage sur le côté pour fendre l'eau; par conséquent elle ne détermine pas assés le Vaisseau à suivre une ligne où il éprouveroit moins de résistance, & il ne peut, à cause de la foiblesse du Vent supposé, surmonter la résistance qu'il éprouve. Puisqu'une certaine figure de Vaisseau peut rendre inutile un certain Vent, qui ne le feroit pas sans cela, la figure est un Élément indispensable, qui doit entrer aussi-bien que le Vent, dans toute la considération, & dans tous les calculs du mouvement & de la vitesse du Vaisseau.

Ainsi M. Pitot a construit des Tables où en supposant une certaine figure de Vaisseau, ou, ce qui est le même, un certain angle curviligne de la Prouë depuis 20 jusqu'à 60 degrés, il donne pour chacune de ces figures les positions les plus avantageuses de la Voile, tant par rapport au Vent que par rapport à la Quille, & les différentes vitesses resultantes, qui répondent aux différens angles donnés du Rumb de Vent, & de la Route. Les angles de la Prouë depuis 20 jusqu'à 60 ne sont pris que de 5 en 5, parce que les nombres moyens ne produiront pas des différences assés sensibles. M. Pitot a même ajouté les angles correspondants les plus avantageux que puisse avoir le Gouvernail avec la Route, pour *virer vent devant ou vent arrière*.

Par le seul coup d'œil de ces Tables on voit plusieurs déterminations importantes; par exemple, quel est pour chaque figure de Vaisseau le dernier Vent de Bouline dont on puisse se servir, ou jusqu'à quel point on peut serrer le Vent, que les Vaisseaux à Prouë plus pointuë sont ceux qui le peuvent serrer de plus près, & il est aisé d'en voir la raison, que dans ceux dont la Prouë n'auroit qu'un angle de 20 degrés, la Route pouvant se faire sous un angle de  $24^{\circ} 30'$  avec le Vent, elle ne peut plus se faire que sous un angle de 69 dans ceux dont la Prouë auroit un angle de 60, que les Dérives sont d'autant plus grandes que l'angle du Vent avec  
la

la Route est plus petit, & l'angle de la Prouë plus grand, que l'angle du Vent avec la Route étant de 69 degrés pour deux Vaisseaux, dont l'un n'auroit l'angle de la Prouë que de 20 degrés, & l'autre de 60, le premier n'auroit que 1 de Dérive, & le second 20, que la plus grande vitesse d'un Vaisseau à Prouë de 20 degrés peut être plus de trois fois plus grande que la plus petite, & qu'un Vaisseau à Prouë de 60, ne peut avoir la plus grande vitesse qu'un peu plus que double de la plus petite, &c. Plusieurs de ces sortes de déterminations, qui sont nées des principes & des calculs de M. Pitot, se sont trouvées d'accord avec les observations & les expériences qu'il a pû avoir des habiles gens de Mer.

Il ne prétend pas avoir encore arrêté bien sûrement les différentes figures des Vaisseaux, & il promet d'en faire une recherche particulière, mais il y a bien de l'apparence qu'une plus grande exactitude sur ce point produira plutôt des difficultés de Théorie, qu'un changement considérable dans la Pratique. En attendant on a des Tables que l'on n'avoit pas eûes jusqu'ici, & qui ont coûté beaucoup de travail pour mettre les Pilotes & les Matelots en état de travailler fort peu, en faisant tout pour le mieux, si cependant il arrive qu'ils puissent s'y résoudre. La Théorie avance toujours beaucoup plus que la Pratique, parce que l'une n'est qu'entre les mains de gens d'esprit, & ardents pour la perfection de leurs sciences, au lieu que l'autre n'est maniée que par des gens ordinairement très-grossiers, & fort indifférents pour la perfection, quelque intéressante qu'elle pût être pour eux-mêmes, comme elle l'est dans la Navigation.



*MACHINES OU INVENTIONS*  
*APPROUVEES PAR L'ACADEMIE*  
*EN M. DCCXXXI.*

I.

**U**N Projet de M. Gallon pour lancer les Vaisseaux à la Mer avec moins d'inconvénients & plus de facilité que par la pratique ordinaire. On construira un Bassin semblable à ceux de Brest & de Rochefort, qui servent actuellement à placer les Vaisseaux pour les radoubes, & les caréner. Il sera creusé en sorte que l'Eau de la Mer y entre par deux Portes, & y soit toujours à une certaine profondeur que l'on déterminera ; la surface de la Mer, & celle de l'Eau de ce Bassin seront donc de niveau. Les bords en seront beaucoup plus élevés que ce niveau, & le Bassin pourra contenir beaucoup plus d'eau quand il le faudra. A son extrémité la plus éloignée de la Mer, on fera un second Bassin dont le bas ou le fond sera un peu plus élevé que le niveau de la Mer, & dont les bords iront aussi haut que ceux du premier. Ce sera dans ce second Bassin que l'on construira le Vaisseau à sec, & sans aucune incommodité. Lorsqu'il ne s'agira plus que de le lancer, on fermera les Portes du premier Bassin, & par le moyen de plusieurs Corps de Pompe placés auprès des Portes, & que des Hommes ou des Moulins à vent feront joüer, on remplira d'eau tout le vuide que laisse le premier Bassin jusqu'à l'extrémité supérieure de ses bords, & tout le second Bassin entier, & on les remplira en même temps, parce qu'ils n'ont rien qui les sépare. Alors le Vaisseau qui étoit dans le second se trouvera naturellement à flot, pourvû qu'il ait toute l'eau qu'il doit tirer, & on le fera passer très-facilement dans le premier Bassin. Quand il y sera, on ouvrira plusieurs Sabords, pratiqués dans les Portes alors fermées, & quand on en aura laissé écouler assés d'eau

pour mettre la surface de ce Bassin au niveau de celle de la Mer, il n'y aura plus qu'à ouvrir les Portes, qui ne feront aucune résistance, puisqu'elles n'auront aucune charge d'eau, & le Vaisseau sortira de ce Bassin avec autant de facilité que de l'autre. L'Auteur donne ce Projet principalement pour les Ports de la Méditerranée, qui sont exempts de Flux & de Reflux. Il a paru nouveau.

## I I.

Une Machine de M. du Buiffon, Ingénieur, pour empêcher que les Monnoyeurs en mettant les Pièces sur les Quarrés du Balancier pour y être marquées, ne courent le risque d'avoir les doigts écrasés. Quoique l'accident soit très-rare, il mérite d'être prévenu. A chaque coup du Balancier, une Pièce viendra se placer d'elle-même à l'endroit où elle doit recevoir le coup, & cela peut encore être plus utile dans les cas où l'on manqueroit de Monnoyeurs assés adroits pour mettre les Pièces sur le Quarré. Malgré quelques objections qu'on peut faire sur cette Machine, elle a paru simple, & ingénieusement imaginée.

## I I I.

Une Machine à élever l'Eau, de M. Jean-Baptiste le Brun. Pourvû que l'on ait une chute d'eau, soit naturelle, soit procurée par art, l'Eau à l'aide de cette Machine, & sans aucun Moteur étranger, s'élève d'elle-même à une hauteur considérable. Quand elle est élevée, il faut qu'il y en ait une certaine quantité qui redescende pour agir de nouveau sur la Machine, & contribuer avec la chute de la source à entretenir le mouvement, le reste de l'eau montée est destiné aux usages qu'on aura eûs en vûë, & c'est le produit ou le profit de la Machine.

Elle est executée à Séve, où l'on a vû qu'une Eau qui tomboit de  $9\frac{1}{2}$  pieds de hauteur, étoit portée à 32 pieds, & par conséquent à  $22\frac{1}{2}$  pieds au dessus de la source, qu'il s'élevoit 120 Muids d'eau par jour, & qu'on en avoit 6 pour le profit, ou  $\frac{1}{20}$ .

Il a paru que cette Machine étoit nouvelle, très-ingénieuse-

92 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

ment inventée, & exécutée, qu'elle avoit peu de frottements parce que le Piston & les Soupapes étoient toujours entre deux eaux, & n'avoient point de Colonne à soutenir, qu'elle pouvoit être très-utilement établie dans tous les lieux où l'on avoit déjà une chute d'eau, que selon les circonstances on pourroit aisément avoir un plus grand profit que  $\frac{1}{20}$  de l'eau élevée, & qu'enfin l'Inventeur étoit très-capable de donner à la Machine toute la perfection qu'elle pourroit encore recevoir.

IV.

Un Instrument présenté par M. de Mean, où il a réuni les usages de plusieurs Instruments déjà connus, du Quartier de Réduction, du Cadran Solaire Horizontal, du Vertical Méridional, & qui sert pour trouver la Méridienne, & la Déclinaison de l'Aiguille. Le fondement en est une Table de multiplication, par laquelle se font toutes les principales Regles d'Arithmetique. Quoiqu'on ne puisse pas attendre de cet Instrument une grande précision pour ce qui concerne l'Astronomie & la Navigation, il peut être cependant de quelque utilité à cause de son petit volume, qui le rend aisé à porter par tout avec soi. Il a paru d'ailleurs qu'on n'avoit pas encore pensé à tous les usages auxquels M. de Mean a fait voir qu'on pouvoit appliquer la Table de multiplication, ce qui mérite l'attention des Mathématiciens, & prouve les connoissances, & l'intelligence de l'Auteur.

V.

Deux Chaises roulantes du Sieur Maillard Maître Menuisier pour les Carosses du Roy. Elles sont un peu différentes de construction; un Homme assis dedans ou derrière, les fait mouvoir en tournant deux Manivelles, qui font jouer le Rouage, on avance & on recule avec la même facilité, & on peut tourner fort vite. Des Chaises dont l'Histoire de l'Academie a parlé dans les Histoires de 1710\* & 1711\*, & celle qui est décrite par Mathurin Jousse dans son Traité de Serrurerie, ne sont que pour aller dans des Appartements, & celles-ci peuvent faire de plus grands voyages, étant à

\* p. 142.

\* p. 101.

grandes Rouës, comme celles qui sont tirées par des Chevaux; elles sont aussi différentes des autres par le Rouïage. Celle que M. Ozanam a donnée dans ses Récréations Mathématiques, quoiqu'à grandes Rouës, a été trouvée aussi d'une construction différente, & moins commode, tant pour le recul, que pour l'application de la force de l'Homme.



## E' L O G E

DE M. G E O F F R O Y.

E'TIENNE FRANÇOIS GEOFFROY naquit à Paris le 13 Février 1672, de Matthieu François Geoffroy, Marchand Apotiquaire, ancien Echevin, & ancien Consul, & de Louïse de Vaux, fillè d'un Chirurgien, célèbre en son temps. Le bisayeul paternel de M. Geoffroy avoit été aussi premier Echevin de Paris, & alors on ne choisissoit que des Bourgeois d'ancienne famille, & d'une réputation bien nette, espece de noblesse qui devoit bien valoir celle dont la preuve ne consiste que dans les filiations.

Si nous disions que l'éducation d'un jeune homme a été telle que quand il fut en Phisique, il se tenoit chés son Pere des Conférences réglées, où M. Cassini apportoit ses Planisphères, le P. Sébastien ses Machines, M. Joblot ses Pierres d'Aiman, où M. du Verney faisoit des dissections, & M. Homberg des opérations de Chimie, où se rendoient du moins par curiosité plusieurs autres Sçavants fameux, & de jeunes gens qui portoient de beaux noms, qu'enfin ces Conférences parurent si bien entendues, & si utiles, qu'elles furent le modèle & l'époque de l'établissement des expériences de Phisique dans les Colleges; sans doute on croiroit qu'il s'agissoit de l'éducation d'un fils de Ministre, destiné pour le moins aux grandes dignités de l'Eglise; cependant tout cela fut fait pour le jeune Geoffroy, que son Pere ne

94 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

destinoit qu'à lui succéder dans sa profession. Mais il sçavoit combien de connoissances demande la Pharmacie embrassée dans toute son étendue, il l'aimoit, & par goût, & parce qu'elle lui réussissoit fort, & il croyoit ne pouvoir mieux faire que de fournir à son fils les moyens de poursuivre avec plus d'avantage la carrière où lui-même auroit vicilli.

Après cette première étude de Phisique générale, M. Geoffroy fit des Cours particuliers, de Botanique, & de Chimie, & même d'Anatomie, quoique cette science ne fût pas de son objet principal. Il s'en écartoit encore davantage dans ses heures de délassement, où l'on est le maître de choisir ses plaisirs. Il tournoit, il travailloit des Verres de Lunettes, il exécutoit des Machines en petit, il apprenoit l'Italien de l'Abbé Roselli, si connu par le Roman de l'*Infortuné Napolitain*.

En 1692 son Pere l'envoya à Montpellier pour y apprendre la Pharmacie chés un habile Apotiquaire, qui de son côté envoya son fils à Paris chés M. Geoffroy, échange bien entendu, puisque l'un & l'autre de ces jeunes gens en laissant dans la maison paternelle ce qu'il étoit bien sûr d'y retrouver toujourns, alloit chercher dans une maison étrangère ce qu'il n'eût pas trouvé chés lui.

M. Geoffroy suivit les plus habiles Professeurs de la fameuse Ecole de Montpellier, & il vit presque naître alors dans cette ville un grand nom qui s'est toujourns accru depuis, & qui par lui-même, & sans nul secours étranger, s'est élevé à la première place.

Avant que de revenir à Paris, M. Geoffroy voyagea dans les Provinces Méridionales du Royaume, & alla voir les Ports de l'Océan, car il embrassoit aussi ce qui n'étoit que de pure curiosité. Il en eût peut-être été bien puni à St. Malo où il se trouva enfermé en 1693, dans le temps du Bombardement des Anglois, si la terrible Machine Infernale, qui menaçoit d'abîmer tout, n'eût manqué son effet. M. le Comte de Tallard, depuis Duc, Pair, & Maréchal de France, ayant été nommé au commencement de 1698 à l'Ambassade

extraordinaire d'Angleterre, il choisit M. Geoffroy, qui n'étoit point Médecin, pour avoir soin de sa santé, & il ne crut point que cette confiance donnée au mérite dépourvû de titre, fût trop hardie. M. Geoffroy, qui sçavoit voyager, ne manqua pas de profiter du séjour de Londres, il gagna l'amitié de la plupart des Illustres d'un Pays, qui en produit tant, & principalement celle de M. le Chevalier Sloane, & en moins de six mois il devint leur confrere par une place qu'ils lui donnèrent dans la Société Royale.

De-là il passa en Hollande, où il vit d'autres Sçavants, fit d'autres observations, acquit de nouvelles connoissances. Il se présenta encore à lui l'occasion de faire un voyage agréable, celui d'Italie, où il alla en 1700 avec M. l'Abbé de Louvois, en qualité de son Médecin selon le langage de M. Geoffroy, & en qualité d'Ami, selon le langage de cet Abbé, car ils avoient tous deux le mérite de ne pas parler de même.

Le grand objet de M. Geoffroy étoit toujours l'Histoire Naturelle, & la matière Médicinale, & il étoit d'autant plus obligé à porter ses vûes de ce côté-là, que son pere avoit dessein de lui laisser sa place & son établissement. Dès 1693 il avoit subi l'examen pour la Pharmacie, & fait son Chef d'œuvre, cependant ce n'étoit point là le fond de son intention, il vouloit être Médecin, & n'osoit le déclarer. Il faisoit des études équivoques, qui convenoient également au plan de son pere & au sien, telle étoit la matière Médicinale, qu'un habile Apotiquaire ne sçauroit trop connoître, & que souvent un habile Médecin ne connoît pas assés.

Enfin quand le temps fut venu de ne pouvoir plus soutenir la dissimulation, & de prendre un parti décisif, il se déclara, & le pere se rendit. Il avoit destiné à la Médecine son second fils, qui est aujourd'hui l'un des Chimistes de cette Académie, celui-là prit la Pharmacie au lieu de son Aîné. Cette légère transposition dut être assés indifférente au pere, mais enfin ce n'étoit pas-là son premier projet, & il apprit combien la nature qu'il n'avoit pas assés consultée sur ses enfans, est jalouse de ses droits.



96 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

M. Geoffroy se mit donc sur les Bancs de Médecine, & fut reçu Bachelier en 1702. Sa première These fut extrêmement retardée, parce que M. Fagon, premier Médecin, qui devoit y présider, & qui avoit coûtume de commettre pour la présidence, voulut présider en personne, honneur qui se fit acheter par des délais. M. Geoffroy, qui avoit fait sa These lui-même, quoique selon l'usage établi elle dût être l'ouvrage du Président, avoit choisi cette Question, *si le Médecin est en même temps un Mécanicien Chimiste* ! On sent assez qu'il avoit intérêt de conclurre pour l'affirmative, au hazard de ne pas comprendre tous les Médecins dans sa définition. Il composa pareillement ses deux autres Theses de Bachelier, & à plus forte raison celles dont il fut Président après avoir été reçu Docteur en 1704. Il prenoit toujours des sujets utiles ou intéressants ; celle où il demandoit *si l'Homme a commencé par être Ver*, piqua tellement la curiosité des Dames, & des Dames du plus haut rang, qu'il fallut la traduire en François, pour les initier dans des mysteres, dont elles n'avoient pas la Théorie. On assure que toutes les Theses sorties de sa main n'ont pas seulement été regardées dans nos Ecoles comme des Traités presque complets sur les sujets choisis, mais qu'elles se sont trouvées plus au goût des Etrangers, qu'un grand nombre d'autres, où ils se plaignent que le soin dominant a été celui de l'élégance du stile, & de la belle Latinité.

Il ne se pressa point de se jeter dans la pratique, dès qu'il en eut le droit, il s'enferma pendant dix ans dans son Cabinet, & il voulut être sûr d'un grand fonds de connoissances, avant que de s'en permettre l'usage. Les Médecins ont entre eux ce qu'ils appellent les bons principes, & puisqu'ils sont les bons, ils ne sont pas ceux de tout le monde. Les Confreres de M. Geoffroy conviennent qu'il les possédoit parfaitement. Son caractère doux, circonspect, modéré, & peut-être même un peu timide, le rendoit fort attentif à écouter la nature, à ne la pas troubler par des remedes sous prétexte de l'aider, & à ne l'aider qu'à propos, & autant qu'elle le demandoit.

démandoit. Une chose singulière lui fit tort dans les commencements, il s'affectionnoit trop pour ses Malades, & leur état lui donnoit un air triste & affligé qui les alarmoit; on en reconnut enfin le principe, & on lui sçut gré d'une tendresse si rare, & si chère à ceux qui souffrent.

Persuadé qu'un Médecin appartient également à tous les Malades, il ne faisoit nulle différence entre les bonnes pratiques & les mauvaises, entre les brillantes & les obscures. Il ne recherchoit rien, & ne rejettoit rien. De-là il est aisé de conclurre que ce qui dominoit dans le nombre de ses pratiques, c'étoient les obscures, ou les mauvaises, & d'autant plus que ses premiers engagements lui étoient sacrés, & qu'il n'eût pas voulu les rompre, ou s'en acquitter légèrement, pour courir aux occasions les plus flatteuses qui seroient survenues. D'ailleurs souverainement éloigné de tout faste, il n'étoit point de ceux qui sçavent aider à leur propre réputation, & qui ont l'art de suggérer tout bas à la Renommée, ce qu'ils veulent qu'elle répète tout haut avec ses cent bouches. Cependant le vrai avoit percé à la longue, & M. Geoffroy étoit bien connu. Dans les grandes affaires de Médecine, ceux qui s'étoient saisis des premiers postes l'appelloient presque toujours en consultation, il étoit celui dont tous les autres vouloient emprunter des lumières. Cicéron conclut que les Romains étoient le plus vaillant peuple du monde, de ce que chaque peuple se donnoit le premier rang pour la valeur, & accordoit toujours le second aux Romains.

En 1709, le Roi lui donna la place de Professeur en Médecine au College Royal, vacante par la mort de M. de Tournefort. Il entreprit de dicter à ses Auditeurs toute l'Histoire de la matière médicinale, sur laquelle il avoit depuis long-temps amassé de grandes provisions. Tout le Regne Minéral a été expédié, c'est-à-dire, tous les Minéraux qui sont en usage dans la Médecine, & c'est ce qu'on a jusqu'à présent sur ce sujet de plus recherché, de plus certain, & de plus complet. Il en étoit au Regne Végétal, & comme il suivoit l'ordre Alphabétique, il en est resté à la *Melisse*,

98 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

qui quoiqu'assés avancée dans l'Alphabet, laisse après elle un grand vuide, & beaucoup de regret aux curieux de ces sortes de matières. Il n'avoit point touché au Regne Animal, mais du moins tout ce qu'il a dicté s'est trouvé en très-bon ordre dans ses papiers, & on espere que sa famille le donnera au Public.

M. Fagon, qui étoit toujours demeuré titulaire de la Charge de Professeur en Chimie au Jardin Royal, la faisoit exercer par quelqu'un qu'il choisissoit. M. de S.<sup>t</sup> Yon, à qui il avoit donné cet emploi, n'ayant pû le remplir en 1707, à cause de ses infirmités, M. Geoffroy eut sa place, & s'en acquitta si bien que dans la suite M. Fagon se démit absolument de la Charge en sa faveur. Cela arriva en 1712. M. Fagon, pour mettre en œuvre M. Geoffroy tout entier, lui demanda qu'aux leçons ordinaires de Chimie, il en joignît sur la matière médicinale, ce qui, dans une même séance, ajoutoit deux heures, & quelquefois trois, à deux autres heures déjà employées. M. Geoffroy y consentit, emporté par son zele, & sans doute aussi par un certain sentiment de gloire, qui agit, & qui doit agir sur les ames les plus éloignées de la vanité; il étoit soutenu par le plaisir de voir que de si longues séances, loin de rebuter les Auditeurs, ne les rendoient que plus assidus, & plus attentifs, mais enfin il consulta trop peu les intérêts de sa santé, qui étoit naturellement foible, & qui en souffrit.

La Faculté de Médecine, qui se choisit tous les deux ans un Chef qu'on appelle Doyen, crut en 1726 se trouver dans des circonstances où il lui en falloit un, qui quoique digne de l'être, ne fit aucun ombrage à sa liberté, & qui aimât mieux sa Compagnie que sa place. M. Geoffroy fut élu, mais comme tous les membres d'une République ne sont pas également Républicains, quelques-uns attaquèrent son élection par des irrégularités prétendues, & lui-même auroit été volontiers de leur parti, mais l'élection fut confirmée par le jugement de la Cour.

Ses deux années de Décanaat finies, il fut continué, &

cela par les suffrages mêmes qui auparavant lui avoient été contraires. On sentoît un nouveau besoin qu'on avoit de lui. Il s'étoit élevé un Procès entre les Médecins & les Chirurgiens, espece de guerre civile, qui divisoit les Citoyens d'un même Etat, & il falloit ou du zèle pour la soutenir, ou de la douceur pour la terminer, & même en la soutenant il falloit toujours de la douceur avec le zèle. On lui fit un honneur singulier ; il y a sous le Doyen un Censeur, qui est son Lieutenant, & ce Censeur est toujours le Doyen, qui vient de sortir de place. On supprima le titre de Censeur pour les deux années du nouveau Décanat de M. Geoffroy, & on le laissa le maître de choisir ceux qu'il voudroit pour l'aider. Ces témoignages d'estime de la part de sa Compagnie, qu'il n'auroit pas recherchés par ambition, il les sentit vivement par un principe de reconnoissance, d'autant plus fort qu'on est plus dégagé de passions tumultueuses ; il se livra sans ménagement aux travaux extraordinaires du second Décanat, qui joints à ceux qu'exigeoient sa profession, & ses différentes places, ruinèrent absolument sa santé, & au commencement de 1730 il tomba accablé de fatigues. Il eut cependant le courage de mettre la dernière main à un ouvrage que ses prédécesseurs Doyens avoient jugé nécessaire, mais qu'ils n'avoient pas fini, c'est un Recueil des Médicaments composés les plus usités, que les Pharmaciens doivent tenir toujours prêts.

Nous ne l'avons point encore représenté comme Académicien, parce que nos Histoires imprimées font foi qu'il n'a pas rempli ce devoir avec moins d'exactitude que les autres, si ce n'est dans les quatre dernières années, où le Décanat étoit une dispense assez légitime. Il donna en 1718 un Système singulier & une Table des Affinités ou Rapports des différentes substances en Chimie. Ces Affinités firent de la peine à quelques-uns, qui craignirent que ce ne fussent des Attractions déguisées, d'autant plus dangereuses, que d'habiles gens ont déjà scû leur donner des formes séduisantes, mais enfin on reconnut qu'on pouvoit passer par dessus ce

100 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
scrupule, & admettre la Table de M. Geoffroy, qui bien  
entendue & amenée à toute la précision nécessaire, pouvoit  
devenir une loi fondamentale des opérations de Chimie, &  
guider avec succès ceux qui travaillent.

Il étoit entré dans cette Compagnie dès l'an 1699, &  
il est mort le 6 Janvier 1731.



## *E' L O G E* *D E M. R U Y S C H.*

**F**RÉDÉRIC RUYSCCH naquit à la Haye le 23 Mars  
1638 de Henry Ruysch Secrétaire des États Généraux,  
& d'Anne Van Berghem. La famille des Ruysch étoit d'Am-  
sterdam, où depuis 1365 elle avoit continuellement occupé  
les premières Magistratures jusqu'en 1576, que la guerre  
contre l'Espagne apporta du changement à sa fortune.

M. Ruysch se destina à la Médecine, & il commença par  
s'appliquer à la matière Médicinale, aux Plantes, aux Ani-  
maux ou parties d'Animaux, aux Minéraux qui y appartiennent,  
aux opérations de Chimie, aux dissections Anatomiques,  
& de tout cela il se fit de bonne heure un Cabinet  
déjà digne des regards & de l'attention des Connoisseurs. Il  
étoit tout entier à ce qu'il avoit entrepris; peu de sommeil  
avec beaucoup de santé, point de ces amusements inutiles,  
qui passent pour des délassements nécessaires, nul autre plaisir  
que son travail, & quand il se maria en 1661, ce fut en  
grande partie pour être entièrement soulagé des soins do-  
mestiques, ce qui lui réussit assez aisément dans le Pays où il  
vivoit.

En ce temps-là vint à Leyde un Anatomiste assez fameux,  
nommé Bilsius, que le Roi d'Espagne avoit envoyé professer  
à Louvain. Ce Docteur traitoit avec très-peu de considéra-  
tion ceux qui avoient jusque-là le plus brillé dans cette Science,

& préféroit de beaucoup, & hautement ses découvertes aux leurs, principalement sur ce qui regarde le mouvement de la Bile, de la Lymphé, du Chyle, de la Graisse. M<sup>rs</sup> del Boë ou Sylvius & van Horne, Professeurs à Leyde, qui auroient voulu réprimer la vanité de cet Etranger, crurent ne le pouvoir sans le secours du jeune Ruysch qui avoit donné plus de temps qu'eux à des dissections fines & délicates. De la Haye, où il demouroit, il venoit les nuits à Leyde leur apporter les préparations, & leur mettre en main de quoi étonner Bilsius, & il retournoit bien vite à la Haye pour travailler à de nouvelles préparations, destinées au même usage.

Après avoir fourni en secret des armes contre Bilsius, il vint enfin à se battre avec lui à visage découvert, car ceux qu'il avoit aidés n'avoient pas prétendu le tenir toujours caché. Il avoit dit que la résistance qu'il sentoit en soufflant les Vaisseaux Lymphatiques d'un certain sens, lui faisoit croire qu'il s'y trouvoit des Valvules, qu'il n'avoit pourtant pas encore vûës, & il n'étoit pas le seul qui eût eû cette pensée. Bilsius nia ces Valvules avec la dernière assurance, & même avec mépris pour ceux qui les jugeoient seulement possibles. M. Ruysch fit si bien par son adresse singulière qu'il les découvrit, & au nombre de plus de deux mille, & les démontra, à la grande satisfaction de ceux qui étoient bien aises de voir confondre des décisions téméraires, & superbes. L'Adversaire, qui se tenant bien sûr qu'il ne verroit pas, avoit promis de se rendre s'il voyoit, fit effectivement tout son possible pour ne pas voir, & quand il y fut forcé, il se sauva par un endroit qu'on n'avoit pas prévu, il dit qu'il connoissoit bien ces Valvules, mais qu'il n'avoit pas jugé à propos de le déclarer. M. Ruysch dans un très-petit Volume qu'il donna en 1665, & qui est le premier des siens, a fait l'histoire détaillée de cette contestation, où le vaincu, qui pouvoit l'être sans honte, & même avec honneur, trouva moyen de l'être honteusement.

M. Ruysch fut dès l'an 1664 Docteur en Médecine dans l'Université de Leyde, & il eut presque aussi-tôt après une

## 102 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

occasion, qui n'étoit que trop décisive, de prouver combien il méritoit cette dignité. La Peste ravagea la Hollande, & il se dévoua aux Pestiferés de la Haye, sa Patrie, début qui, quelque glorieux qu'il soit, ne fera pas envier.

Mais la grande occupation, celle qui a rendu son nom si célèbre, a été de porter l'Anatomie à une perfection jusqu'à inconnue. On s'étoit long-temps contenté des premiers Instruments, qui s'étoient d'abord offerts comme d'eux-mêmes, & qui ne servoient guère qu'à séparer des parties solides, dont on observoit la structure particulière, ou la disposition qu'elles avoient entre elles. Reynier Graaf, ami intime de M. Ruyfch, fut le premier, qui pour voir le mouvement du sang dans les Vaisseaux, & les routes qu'il suit pendant la vie, inventa une nouvelle espece de seringue par où il injectoit dans les Vaisseaux une matière colorée, qui marquoit tout le chemin qu'elle faisoit, & par conséquent celui du Sang. Cette nouveauté fut d'abord approuvée, mais ensuite on l'abandonna, parce que la matière injectée s'échapoit continuellement, & que l'injection devenoit bien-tôt inutile.

Jean Swammerdam remédia au défaut de l'invention de Graaf. Il pensa très-heureusement qu'il falloit prendre une matière chaude, qui en se refroidissant à mesure qu'elle couloit dans les Vaisseaux, s'y épaisoit de sorte qu'arrivée à leur extrémité elle cessât de couler, ce qui demande, comme on voit, une grande précision, tant pour la nature particulière de la matière qu'on emploiera, que pour le juste degré de feu qu'il faudra lui donner, & le plus ou moins de force, dont on la poussera. Par ce moyen Swammerdam rendoit visibles pour la première fois les Arteres & les Veines Capillaires de la Face, mais il ne suivit pas lui-même bien loin sa nouvelle invention. Une grande piété, qui vint à l'occuper entièrement, l'en empêcha, & ne le rendit pourtant pas assés indifférent sur son secret, pour en faire part à M. Ruyfch son ami, qui en étoit extrêmement curieux.

Il le chercha donc de son côté, & le trouva pour le moins, car il y a beaucoup d'apparence que ce qu'il trouva étoit

encore plus parfait que ce qu'avoit Swammerdam lui-même. Les parties étoient injectées de façon que les dernières ramifications des Vaisseaux, plus fines que des fils d'Araignées, devenoient visibles, & ce qui est encore plus étonnant, ne l'étoient pas quelquefois sans Microscope ; quelle devoit être la matière assés déliée pour pénétrer dans de pareils canaux, & en même temps assés solide pour s'y durcir ?

On voyoit de petites parties, qui ne s'apperçoivent ni dans le vivant, ni dans le mort tout frais.

Des cadavres d'Enfants étoient injectés tout entiers ; l'opération n'eût guère été possible dans les autres, cependant en 1666 il entreprit par ordre des Etats Généraux le Cadavre déjà fort gâté de Guillaume Berkeley, Vice-Amiral Anglois tué à la Bataille donnée le 11 Juin entre les Flottes d'Angleterre & de Hollande, & on le renvoya en Angleterre, traité comme auroit pû l'être le plus petit Cadavre. Les Etats Généraux récompensèrent ce travail d'une manière digne d'eux, & du travail même.

Tout ce qui étoit injecté conservoit sa consistance, sa mollesse, sa flexibilité, & même s'embellissoit avec le temps, parce que la couleur en devenoit plus vive jusqu'à un certain point.

Les Cadavres, quoiqu'avec tous leurs Visceres, n'avoient point de mauvaise odeur, au contraire ils en prenoient une agréable, quand même ils eussent senti fort mauvais avant l'opération.

Tout se garentissoit de la corruption par le secret de M. Ruysch. Une fort longue vie lui a procuré le plaisir de ne voir aucune de ses Pièces se gâter par les ans, & de ne pouvoir fixer de terme à leur durée. Tous ces Morts sans deschenement apparent, sans rides, avec un teint fleuri, & des membres souples, étoient presque des Ressuscités ; ils ne paroissent qu'endormis, tout prêts à parler, quand ils se réveilleroient. Les Momies de M. Ruysch prolongeoient en quelque sorte la vie, au lieu que celles de l'ancienne Égypte ne prolongeoient que la mort.



Quand ces prodiges commencèrent à faire du bruit, ils trouverent, selon une Loi bien établie de tout temps, beaucoup d'Incrédules ou de Jaloux. Ils détruisoient par quantité de raisonnemens les faits qu'on leur avançoit; quelques-uns disoient en propres termes qu'ils se laisseroient plutôt crever les yeux, que de croire de pareilles fables. A tous leurs discours M. Ruysch répondoit simplement, *Venés & voyés*; son Cabinet étoit toujours prêt à leur parler, & à raisonner avec eux. Ces deux mots étoient devenus son Refrain perpétuel, son Cri de guerre.

Un Professeur en Médecine lui écrivit bien gravement qu'il feroit mieux de renoncer à toutes ces nouveautés, & de s'attacher à l'ancienne doctrine si solidement établie; & qui renfermoit tout. Comme le Novateur ne se rendoit point, le Docteur redoubla ses lettres, & lui dit enfin que tout ce qu'il faisoit dérogeoit à la dignité de Professeur. M. Ruysch répondit, *Venés & voyés*.

Il a caché le nom de ce Professeur si délicat sur cette dignité, mais il n'a pas ménagé de même ceux de M.<sup>rs</sup> Rau & Bidloo, célèbres tous les deux dans l'Anatomie, & qui s'étoient hautement déclarés contre lui, Bidloo sur-tout. Celui-ci se vantoit d'avoir, & même avant Ruysch, le secret de préparer & de conserver les Cadavres, & sur cela M. Ruysch lui demande pourquoi donc il n'a pas vu telles & telles choses, pourquoi il a gâté ses Tables Anatomiques, par des fautes qu'il lui marque, &c. Jusque-là, tout est dans les regles, & Ruysch paroît avoir tout l'avantage, mais il faut avouer qu'il en perd une partie pour la forme, quand sur ce que Bidloo l'avoit traité de Boucher subtil, il répond qu'il aime mieux être *Lanio subtilis* que *Leno famosus*. Le jeu des mots Latins peut l'avoir tenté, mais c'étoit aller trop rudement aux mœurs de son Adversaire, dont il ne s'agissoit point. Il est vrai aussi qu'on ne sçait quel nom donner à Bidloo, lorsqu'il s'emporte jusqu'à appeller Ruysch *le plus misérable des Anatomistes*. Sera-ce donc toujours un écueil pour la vertu des Hommes, qu'un simple combat d'esprit ou de sçavoir?

Après

Après un premier feu, quelquefois cependant assés long, effuyé de la part de l'Ignorance ou de l'Envie, la Vérité demeure ordinairement victorieuse. Comment eût-on fait pour ne pas sentir à la fin les avantages de l'invention de M. Ruysch? Les Sujets nécessaires pour les dissections, & que la superstition populaire rend toujours très-rares, périssoient en peu de jours entre les mains des Anatomistes, & lui, il sçavoit les rendre d'un usage éternel. L'Anatomie ne portoit plus avec elle ce dégoût, & cette horreur, qui ne pouvoient être surmontés que par une extrême passion. On ne pouvoit auparavant faire les démonstrations qu'en Hiver, les Etés les plus chauds y étoient devenus également propres, pourvû que les jours fussent également clairs. Enfin l'Anatomie, aussi-bien que l'Astronomie, étoit parvenue à offrir aux Hommès des objets tout nouveaux, dont la vûe leur paroissoit interdite.

Et comme dans l'une & l'autre de ces Sciences, il est impossible de mieux voir sans découvrir, on ne sera pas surpris que M. Ruysch ait beaucoup découvert. Nous en renvoyons le détail à ses Ouvrages; une Artère Bronchiale inconnue aux plus grands Scrutateurs du Poumon, le Périoste des Osselets de l'Organe de l'Ouïe qui paroissoient nus, les Ligaments des Articulations de ces Osselets, la Substance Corticale du Cerveau uniquement composée de Vaisseaux infiniment ramifiés, & non pas Glanduleuse, comme on le croyoit, plusieurs autres parties qui passoient pareillement pour Glanduleuses, réduites à n'être que des tissus de Vaisseaux, toujours simples dans chacune, & qui ne différoient que par leur longueur, leur diametre, les Courbes décrites dans leur cours, la distance de l'extrémité de ce cours à l'origine du mouvement de la liqueur, différences d'où devoient naître les différentes Sécrétions, ou filtrations, &c. Cependant il faut avoüer, & il l'avoüoit sans peine, qu'il n'avoit pas tout vû. Quelquefois il tombe dans des difficultés, où il ne feint pas d'avoir recours, soit à la volonté de Dieu, qui opère sans mécanisme, soit au dessein qu'il a eu de

O

*Hist. 1731.*

nous cacher le mécanisme. Un premier Voile, qui couvroit Elfis des Égiptiens, a été enlevé depuis un temps, un second, si l'on veut, l'est aussi de nos jours, un troisième ne le sera pas, s'il est le dernier.

M. Ruysch, outre les fonctions de Médecin & de Professeur en Anatomie, avoit encore été chargé par les Bourgmestres d'Amsterdam, où étoit son domicile, de l'inspection de tous ceux qui avoient été tués ou blessés dans des querelles particulières, pour en faire son rapport aux Juges. De plus, par des vûes d'un bon gouvernement, on avoit créé pour lui une place de Professeur ou Maître des Sages-femmes, qui souvent n'étoient pas assés instruites. Elles se hâtoient, par exemple, de tirer, & même avec violence, le Placenta lorsqu'il tardoit à venir, & elles aimoient mieux le mettre en pieces, ce qui caufoit souvent la mort. Il leur apprit, quoiqu'avec peine, à l'attendre sans impatience, ou à n'aider que doucement à sa sortie, parce qu'un Muscle Orbiculaire, qu'il avoit découvert au fond de la Matrice, le poussoit naturellement en dehors, & pouvoit même suffire pour le chasser entièrement.

Il est aisé de juger combien dans ses différentes fonctions, il lui tomboit entre les mains de faits remarquables, & avec quel soin s'en emparoit un homme si curieux de ramasser, & si habile à conserver.

Enfin il étoit Professeur en Botanique, & l'on peut bien croire qu'il ne démentoît pas dans cette occupation, son caractère naturel. Le grand commerce des Hollandois lui fournissoit des Plantes de tous les Climats de l'Univers. Il les disséquoit avec la même adresse que les Animaux, & dégageant entièrement leurs Vaisseaux de la Pulpe ou Parenchyme, il monroit à découvert tout ce qui faisoit leur vie. Les Animaux & les Plantes étoient également embaumés, & sûrs de la même durée.

Son Cabinet, où tout alloit se rassembler, devint si abondant & si riche, qu'on l'eût pris pour le Trésor sçavant d'un Souverain. Mais non-content de la richesse, & de la rareté,

il voulut encore y joindre l'agrément, & égayer le spectacle. Il mêloit des bouquets de Plantes & des Coquillages à de tristes Squéletes, & animoit le tout par des Inscriptions, ou des Vers pris des meilleurs Poëtes Latins.

C'étoit pour les Etrangers une des plus grandes merveilles des Pais bas, que ce Cabinet de M. Ruysch. Les Sçavants seuls l'admiroient dignement, tout le reste vouloit seulement se vanter de l'avoir vû. Les Généraux d'Armée, les Ambassadeurs, les Princes, les Electeurs, les Rois y venoient comme les autres, & ces grands titres prouvent du moins la grande célébrité. Quand le Czar Pierre I. vint en Hollande pour la première fois en 1698, il fut frappé, transporté à cette vûë. Et en effet quelle surprise, & quel plaisir pour un Génie naturellement aussi avide du Vrai, qu'un pareil Spectacle, où il n'avoit point été conduit par degrés ! Il baïsa avec tendresse le Corps d'un petit Enfant, encore aimable, & qui sembloit lui sourire. Il ne pouvoit sortir de ce lieu, ni se lasser d'y recevoir des instructions, & il dînoit à la Table très-frugale de son Maître, pour passer les journées entières avec lui. A son second voyage en 1717, il acheta le Cabinet, & l'envoya à Petersbourg, présent des plus utiles qu'il pût faire à la Moscovie, qui se trouvoit tout d'un coup, & sans peine, en possession de ce qui avoit coûté tant de travaux à un des plus habiles hommes des Nations Sçavantes.

Aussi-tôt après M. Ruysch, âgé de 79 ans, recommença courageusement un Cabinet nouveau. Sa santé toujours ferme le lui permettoit, le goût & l'habitude l'y obligeoient. Ce second travail devoit même lui être plus facile, & plus agréable que le premier. Il ne perdoit plus de temps en tâtonnements, & en épreuves, il étoit sûr de ses moyens, & du succès. D'ailleurs des choses rares, qui autrefois lui auroient échappé, ou qu'il n'auroit obtenues qu'avec peine, venoient alors s'offrir d'elles-mêmes à lui.

En 1727, il fut choisi par cette Académie, pour être un de ses Associés Etrangers. Il étoit membre aussi de

1081<sup>e</sup> HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
l'Académie Léopoldine des Curieux de la Nature, & de la  
Société Royale d'Angleterre.

Il eut le malheur en 1728, de se casser l'Os de la Cuisse par une chute. Il ne pouvoit plus guere marcher, sans être soutenu par quelqu'un, mais du reste il n'en fut pas moins sain de corps & d'esprit jusqu'en 1731, qu'il perdit en peu de temps toute sa vigueur qui s'étoit maintenue sans altération sensible. Il mourut le 22 Février, âgé de plus de 92 ans, & n'ayant eu sur une si longue carrière qu'environ un mois d'infirmité. Peu de temps avant sa mort, il avoit fini le Catalogue de son second Cabinet qu'il avoit rendu fort ample en 14 ans. Beaucoup de grands Hommes n'ont pas assez vécu pour voir la fin des contradictions injustes, & désagréables, qu'ils s'étoient attirées par leur mérite, & leur nom seul a joui des honneurs, qui leur étoient dûs. Pour lui il en a joui en personne, grace à sa bonne constitution, qui l'a fait survivre à l'Envie.

Il a donné un grand nombre d'Ouvrages, ses 16 Epitres Problematicques, les 3 Décades de ses *Adversaria Anatomico-Medico-Chirurgica*, ses 11 Trésors, &c. Tout cela est le produit d'une très-longue vie, dont tous les moments ont été occupés du même objet, faits nouveaux, observations rares, réflexions de Théorie, remarques de Pratique; tout est écrit d'un stile simple & concis, dont toutes les paroles signifient, & qui n'a pour but que l'instruction sans étalage. Le plus souvent, en parlant de ses découvertes, il ne se regarde que comme l'Instrument, dont il a plû à Dieu de se servir, pour manifester au genre humain des verités utiles; & ce ton si humble, & si Chrétien ne peut être suspect dans un homme, qui n'étoit obligé à le prendre, ni par son état, ni par l'exemple des autres Auteurs de découvertes.

Encore une singularité de ses Ouvrages. Il a publié ses *Adversaria* en Hollandois & en Latin sur deux colonnes, l'un étant la traduction de l'autre. Il y a des matières qu'il n'est permis qu'aux Phisiciens de traiter sans enveloppe, & dans les termes propres. Quand il les traite, ce n'est qu'en

Latin, & on s'apperçoit d'un vuide dans la colonne Hollandoise. Il n'a pas voulu présenter des images dangereuses à ceux ou à celles qui n'en avoient pas besoin.



## *E' L O G E*

### *DE M. LE PRESIDENT DE MAISONS.*

**J**EAN RENÉ DE LONGUEIL naquit à Paris le 15 Juillet 1699 de Claude de Longueil Marquis de Maisons, Président du Parlement, & de Charlotte Roque de Varangeville.

On sçait que la maison de Longueil est distinguée par son ancienneté, tant dans l'Épée que dans la Robbe, & plus encore par les dons de l'esprit, qui s'y sont assés perpétués pour lui donner un caractère général, & former en faveur du nom une prévention agréable.

Le jeune M. de Maisons, à cause de la délicatesse de sa santé, fut élevé dans la maison paternelle. On assure qu'à 12 ans il ne trouvoit plus de difficultés dans les Poètes Latins, & sentoît toutes les beautés des François, car à quoi sert d'entendre avec beaucoup de peine des Auteurs dans une Langue étrangère, quand on ne sçait pas juger, comme il arrive souvent, de ceux qu'on lit dans la Langue que l'on parle? la partie de l'Éducation qui regarde le Goût, extrêmement négligée jusqu'ici, ne le fut pas à l'égard de M. de Maisons. On pourroit lui reprocher de s'être fait un goût trop sévère, mais le plaisir de critiquer peut être pardonné à la grande jeunesse.

A l'âge de 14 ans, il fit un Cours de Phisique, mais de vraie Phisique, & il y entra avec cette ardeur qui annonce le génie. Il se plaisoit à faire lui-même les expériences, ce qui instruit beaucoup plus que de les laisser faire à des gens plus exercés, & d'en être simple spectateur. On est obligé

## 110 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

d'entrer dans des détails dont l'importance & les suites ne sont bien connues que de ceux qui y ont prêté leurs mains.

On le mit à 15 ans dans la Jurisprudence qui devoit être son grand objet, & il en embrassa l'étude d'une manière à contenter une famille accoutumée à fournir de bons sujets pour une importante place. Ce fut alors qu'il perdit son Pere, Magistrat très-consideré, & dans sa Compagnie, & dans le Public, & à qui il n'a manqué qu'une plus longue vie pour monter encore à une plus haute consideration. Le feu Roi eut la bonté de réparer autant qu'il se pouvoit le malheur du fils, & il lui accorda la Charge de Président du Parlement *dans l'espérance*, lui dit-il, *qu'il le serviroit avec la même fidélité qu'avoient fait ses Ancestres*. Cette grace a une époque remarquable, elle fut la dernière d'un si long Regne.

La Régence ne fut pas moins favorable à M. de Maisons. Il eut par grace singulière voix & séance à sa place de Président dès l'âge de 18 ans.

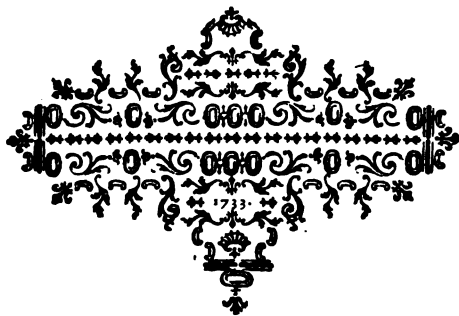
Il travailla à mériter tout ce qu'il avoit obtenu, & le mérita en effet par son application aux affaires, par la pénétration qu'il y faisoit déjà paroître, par une droiture inflexible dans l'administration de la Justice.

Cependant il conservoit toujours du goût pour la Philosophie. Ceux à qui il n'est permis de prendre les Sciences que pour le délassement ou pour l'ornement ne peuvent choisir ni des délassements plus nobles, ni des ornements qui soient mieux. Il se fit à Maisons un Jardin de Plantes rares, & un Laboratoire de Chimie, dignes tous les deux d'un Lieu où tout ce qui n'auroit pas été magnifique auroit eu fort mauvaise grace. Il est sorti du Jardin le seul Café, que l'on sçache, qui ait encore pû venir à maturité en France, & on assure qu'il n'a pas moins de parfum que celui de Moka. M. de Maisons a fait lui-même dans le Laboratoire, le Bleu de Prusse, le plus parfait que l'on ait encore dans cette espece de Couleur. Il avoit aussi depuis peu fait préparer des lieux pour les Expériences de M. Newton sur la Lumière, qui ne sont pas aisées à répéter, & qui peut-être eussent été poussées

plus loin. Nous ne nous intéressons pas tant à son Cabinet de Médailles, quoique très-curieux, mais nous ne laissons pas de bien connoître tout le prix de l'étendue & de la variété de ses connoissances.

Avec tous les droits qu'il avoit par rapport à nous, il désira d'être un de nos Honoraires, & il le fut vers la fin d'Août 1726. Le Roi le nomma Président de l'Académie pour l'année 1730. Il marqua par un redoublement d'assiduité qu'il ne regardoit pas ce titre comme un vain titre d'honneur, & il le marqua encore mieux dans les occasions où il fut question de quelque intérêt général de la Compagnie. Alors un Corps ne peut guère se mouvoir par lui-même, toute son action, toute sa vie réside dans son Chef, & le nôtre s'acquitta de ses fonctions avec une ardeur & un zèle qui nous firent bien sentir l'avantage de le posséder. Il prenoit une habitude, qui lui devoit être utile dans des fonctions pareilles, & plus importantes auxquelles il étoit destiné, mais dont il a été privé par une fin trop prompte.

Il mourut de la petite Vérole le 13 Septembre 1731, ne laissant qu'un fils de la fille unique de M. d'Angervilliers Secrétaire d'Etat.





---

*Fautes à corriger dans les Mémoires.*

*P*age 134. ligne première. pour *K*, lisés *X*.  
ligne dernière. pour *A*, lisés *C*.

Page 138. ligne 4. pour *A*, lisés *E*.

Page 143. ligne 13. pour quantité *xx*, lisés quantité *zz*.

MEMOIRES



# MEMOIRES

DE

## MATHEMATIQUE

ET

## DE PHYSIQUE,

TIRES DES REGISTRES

*de l'Academie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCXXXI.

### OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES

*faites à Aix par M. DE MONTVALON, Conseiller  
au Parlement d'Aix, comparées avec celles qui ont été  
faites à Paris en 1730.*

Par M. CASSINI.

*Observations sur la quantité de Pluye.*

A Paris.			A Aix.		
EN	Janvier .....	0 <sup>p</sup> 0 <sup>l</sup> $\frac{4}{6}$	0 <sup>p</sup>	3 <sup>l</sup> $\frac{14}{24}$	
	Février .....	1 4	2	2 $\frac{9}{24}$	
	Mars .....	1 5 $\frac{1}{6}$	2	3 $\frac{11}{24}$	A
Mem. 1731.					

## 2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

A Paris.

A Aix.

Avril.....	1 <sup>p</sup>	6 <sup>l</sup>
Mai.....	1	3 $\frac{2}{6}$
Juin.....	2	6 $\frac{2}{6}$
Juillet.....	2	1 $\frac{2}{6}$
Août.....	0	8 $\frac{1}{6}$
Septembre...	1	3 $\frac{1}{6}$
Octobre.....	1	9 $\frac{2}{6}$
Novembre...	1	1 $\frac{2}{6}$
Décembre...	0	11 $\frac{1}{6}$

1 <sup>p</sup>	8 <sup>l</sup>	$\frac{16}{24}$
1	1	$\frac{4}{24}$
1	4	$\frac{21}{24}$
0	1	$\frac{6}{24}$
0	5	$\frac{5}{24}$
0	8	$\frac{16}{24}$
1	1	$\frac{5}{24}$
0	4	$\frac{12}{24}$
0	0	

16 0  $\frac{1}{3}$  Pluye tombée à Paris en 1730. 11 9  $\frac{1}{12}$  Somme de la Pluye tombée à Aix en 1730.

Il paroît par ces Observations comparées ensemble, qu'il n'est tombé à Aix que 11 pouc. 9 lign.  $\frac{1}{2}$  de pluye, 4 pouc. 3 lignes moins qu'à Paris, au lieu que l'année précédente il en étoit tombé à Aix 18 pouc. 3 lign.  $\frac{2}{3}$ , un pouce & 3 lign. plus qu'à Paris, & que dans l'année 1728 il y en avoit eu à Aix 24 pouc. 9 lign.  $\frac{1}{2}$ , 8 pouces 8 lignes plus qu'à Paris; d'où l'on voit qu'il y a eu bien plus de variation dans la quantité de pluye à Aix qu'à Paris pendant les trois années dernières, puisqu'à Paris, de la plus grande à la plus petite, il n'y a eu qu'un pouce de différence, au lieu qu'à Aix il y en a eu plus de douze.

A l'égard de la distribution de la pluye dans chaque saison, elle a été aussi fort différente dans ces deux Villes, puisque dans les trois premiers mois de l'année elle a été à Aix de 4 pouc. 9 lign.  $\frac{1}{2}$ , plus grande de près de 2 pouces qu'à Paris, au lieu que dans les mois de Juin, Juillet & Août, dans lesquels il tombe ordinairement le plus de pluye à Paris, il n'y en a eu à Aix qu'un pouce 11 lign.  $\frac{1}{2}$ , 3 pouc. 4 lign. moins qu'à Paris.

*Observations sur le Thermometre.*

Le plus grand froid est arrivé à Aix le 22 Janvier, le Thermometre y étant descendu par un vent de Nord-est à 21 degrés, qui répondent environ à 25 degrés du Thermometre de l'Observatoire.

A Paris le plus grand froid est arrivé par un vent de Nord-est le 27 Janvier à 23 degrés, c'est-à-dire, 2 degrés ou environ plus bas que le 22 Janvier à Aix.

La plus grande chaleur est arrivée à Aix le 14 Août, le Thermometre étant le matin à  $66^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , & le soir à 2 heures & demie à  $84^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , ce qui peut répondre à 81 ou  $81^{\text{d}} \frac{1}{2}$  de celui de l'Observatoire. Il faisoit alors un vent d'Oüest-sud-ouëst qui est toujours chaud en ce pays, & fond plus vite la glace ou la neige en Hiver que le vent de Sud-est, au lieu que les plus grands froids se font sentir ordinairement par un vent de Nord-est ou Est-nord-est, comme il arriva en 1709.

A Paris la plus grande chaleur est arrivée par un vent de Sud-ouëst le 5 Août, où le Thermometre étoit le matin à 63 degrés, & a monté à 3 heures après midi à 76 degrés, c'est-à-dire, 5 à 6 degrés plus bas que le 11 Août à Aix.

*Sur le Barometre.*

A Aix la plus grande hauteur du Barometre a été observée le 31 Decembre à 27 pouces 10 lignes, elle étoit ce jour-là à Paris de 28 pouc. 3 lign. & la plus grande hauteur y a été observée le 22 Janvier de 28 pouc. 5 lign.  $\frac{1}{2}$  dans le temps qu'elle n'étoit à Aix que de 27 pouces 5 lignes.

A Aix la plus petite hauteur du Barometre a été observée le 9 Mars à 26 pouces 8 lignes  $\frac{1}{2}$ , elle étoit le 10 Mars de 26 pouc. 9 lign.  $\frac{1}{4}$ , & le 11 de 26 pouc. 9 lign. avec une différence seulement de  $\frac{3}{4}$  de ligne pendant ces trois jours.

A Paris la plus petite hauteur du Barometre a été observée de 27 pouc. 2 lign. le 9 Mars, qui est le même jour que le Barometre a été le plus bas à Aix, & il est resté à Paris à la même élévation le 10 & le 11 du même mois. Ainsi la

#### 4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

différence de hauteur du Barometre dans ces deux Villes seroit de 5 lignes, de même qu'elle résulte de l'Observation du 31 Decembre.

Pour pouvoir réduire au niveau de la Mer les Observations du Barometre faites à Aix, qui n'en est éloignée que de 4 lieües, M. de Montvalon est allé le 30 Mai de l'année 1730 au bord de la Mer, où il a observé la hauteur du Barometre précisément de 28 pouces. Il a réitéré cette expérience trois fois sur trois Tuyaux différents sans s'en éloigner d'un quart de ligne. Cette hauteur fut observée en même temps à Aix de 27 pouc. 4 lign. avec une différence de 8 lignes, ce qui, suivant les regles prescrites dans les Mémoires de l'Académie de 1703 & 1705, donneroit l'élévation d'Aix au dessus du niveau de la Mer d'environ 85 toises. A Paris, qui est éloigné d'environ 40 lieües de la Mer, l'élévation de la Tour où l'on observe le Barometre, n'a été jugée que d'environ 45 toises; ainsi la hauteur du Barometre y doit être plus grande d'environ 4 lignes qu'à Aix, ce qui ne differe que d'une ligne des Observations des 9, 10 & 11 Mars.

M. de Montvalon ayant pris une hauteur moyenne entre toutes celles du Barometre pendant l'année 1730, l'a trouvée de 27 pouc. 4 lign.  $\frac{11}{24}$ , & comme la différence entre la hauteur du Barometre à Aix & au niveau de la Mer a été déterminée de 8 lignes, il s'ensuit que si cette différence est constante, la hauteur moyenne au niveau de la Mer a dû être pendant l'année 1730 de 28 pouc. 0 ligne  $\frac{11}{24}$ . Il doit réitérer cette expérience dans la belle saison, pour essayer de déterminer la hauteur moyenne du Barometre au niveau de la Mer, & pouvoir la comparer aux hauteurs moyennes observées en divers pays.

Il espere par ce moyen connoître les hauteurs de divers pays au dessus du niveau de la Mer, ce qu'il juge être peut-être l'usage le plus utile des Barometres, ou du moins sur lequel l'on peut le plus compter.

Dans le grand nombre d'expériences que M. de Montvalon a faites sur le Barometre, il remarque qu'une petite

bulle d'air qui s'est introduite dans un de ses Barometres, & qui en sépare le Mercure d'une ligne de distance, paroît lumineuse pendant la nuit pour peu qu'il soit secoüé. Il paroît en même temps une autre lumière au haut du même Mercure, ainsi voilà deux especes de Phosphore, l'un dans l'air comprimé, celui-ci est très-vif, l'autre dans le vuide.

M. de Montvalon observa à Aix le 15 Février un Phénomene très-remarquable. Il commença sur la fin du Crépuscule du soir à l'Oüest-sud-oüest par une Lumière assés claire; élevée d'environ 25 degrés sur l'horison, semblable à celle qui échapperoit à travers des nuages qui couvriroient la Lune. Il sortoit de cette lumière une espece d'arc-en-ciel élevé de près de 80 degrés au Méridien, & de 6 ou 7 degrés de largeur d'une couleur rouge comme du sang, si ce n'est auprès de la lumière qui sembloit le produire, & auprès du Méridien où il étoit tout-à-fait imperceptible à 10 degrés de distance de part & d'autre. Cette bande circulaire se terminoit à l'Est-sud-est, & se perdoit en s'élargissant dans un nuage rougeâtre dont l'horison étoit couvert jusqu'à la hauteur de 15 à 18 degrés depuis l'Est-nord-est jusqu'au Sud-sud-est, ce qui ressembloit assés à l'éclat d'un incendie dont la flamme seroit cachée à nos yeux; ce phénomène resta dans le même état ou à peu-près jusqu'à 10 heures du soir qu'il commença à s'affoiblir, & disparut entièrement à 11 heures.

Cette lumière a été vüe à peu-près de la même manière en divers endroits de Provence & de Languedoc, & on apperçut le même jour à Paris une grande lumière, quoique le Ciel fût couvert.

Le 7 Mars on apperçut à Toulouse une autre Phénomene qui arriva à 7 heures du soir, & finit environ à minuit, on vit près de l'horison à l'Occident deux Arcs lumineux qui traversoient tout l'hémisphere méridional, s'élevoient du côté du Midi à la hauteur de 40 degrés, & se joignoient aux extrémités. Ces deux Arcs avoient environ 15 degrés de largeur vers le milieu, & leur lumière étoit si vive, que les yeux avoient de la peine à les contempler.

## 6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Nous avons rendu compte à l'Académie d'une Lumière qui fut apperçûë à Paris & aux environs le 7 Octobre vers le Nord-est. Le même jour on en observa une en même temps en divers endroits de la France plus méridionnaux. A Toulouse & aux environs, sur les 7 heures  $\frac{1}{2}$  du soir, on vit une petite lumière fort vive à l'endroit où le Soleil s'étoit couché; cette lumière s'augmenta peu-à-peu, & devint fort éclatante; elle étoit dirigée au Nord-ouest, changeoit souvent de figure, s'élevoit sur l'horison par intervalle, & s'abbaïsoit en même temps. Elle jettoit des flammes vives & légères qui étoient quelquefois ondoyantes. Sur les 9 heures cette lumière occupa un espace d'environ 50. degrés, elle demeura dans cette situation jusqu'à 11 h  $\frac{1}{2}$  qu'elle s'éleva insensiblement à la hauteur de plus de 40 degrés, & se divisa en trois bandes presque paralleles entr'elles, dont les extrémités étoient cannelées & jettoient un grand nombre de flammes qui s'étendoient par tout le Ciel, & éclairoient toute la Campagne, où l'on pouvoit lire très-distinctement une Lettre; à minuit & demi une de ces bandes, qui étoit du côté de l'Orient, forma une queue semblable à celle d'une Comete, où l'on distinguoit une infinité de couleurs, comme rouge, bleu, jaune, vert, &c. Ce Phénomene dura jusqu'à 4 h  $\frac{1}{2}$ .

Quoique cette lumière ait paru le même jour & à la même heure que celle que l'on a vûë à Paris, il n'y a point d'apparence que ce soit la même, puisqu'à Paris on l'apperçut vers le Nord-est, & qu'elle se dissippa entièrement à 9 h du soir, au lieu qu'à Toulouse, qui n'est pas fort éloigné du Méridien de Paris, & où elle auroit dû paroître vers la même région, on la vit au Nord-ouest, où elle forma diverses apparences jusqu'au lendemain matin à 4 h  $\frac{1}{2}$ . Ainsi on peut juger que ces deux lumières différentes ont été causées en même temps par la même disposition ou température de l'air, & qu'elles ont duré plus long-temps dans l'endroit où il y avoit une plus grande quantité de matière propre à s'enflammer.

On remarquera ici que ces lumières qui étoient autrefois fréquentes dans le Nord, & plus rares dans ces pays-ci, ont

commencé l'année 1730 à se faire appercevoir plus souvent & avec plus d'éclat dans les Pays méridionaux.

*OBSERVATIONS Astronomiques & Météorologiques  
faites à Marseille par le P. Pezenas, Professeur  
d'Hydrographie, pendant l'année 1730.*

Le P. Pezenas, Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Marseille, a envoyé à M. le Comte de Maurepas plusieurs Observations Astronomiques & Météorologiques qu'il y a faites pendant l'année 1730, dans son Observatoire, qui est élevé de 24 toises sur le niveau de la Mer.

Entre ces Observations il y en a deux d'Eclipse de Lune.  
La première du 8 Août 1729, dont le commencement est  
arrivé à ..... 11<sup>h</sup> 31' 32"  
L'Immersion totale à ..... 12 32 0  
Le commencement de l'Emerfion à ..... 14 10 32  
Et la fin à ..... 15 11 24

La seconde, du 2 Février 1730, dont le commencement  
est arrivé à ..... 15<sup>h</sup> 2' 0"  
Et la fin à ..... 16 58 0

Cette Eclipsé n'a pas pû être observée à Paris, où on ne l'a vûë que l'espace de quelques secondes à 3<sup>h</sup> 20' & à 4<sup>h</sup> 35', sans avoir eu le loisir d'en déterminer la quantité.

Entre les Observations Météorologiques, le P. Pezenas rapporte celles de la Lumière céleste du 15 Février 1730, qui paroissoit appuyée du côté de l'Oüest sur quelques broüillards à la hauteur de 2 ou 3 degrés. Elle s'étendoit obliquement à peu-près suivant la position du Zodiaque, & formoit une espece de ccintre large par ses deux extrémités de 10 à 12 degrés, cette lumière étoit beaucoup plus blanche & plus dense que la Voye de lait du côté de l'Oüest, elle étoit un peu interrompië au milieu du Ciel, où elle se terminoit en différentes pointes ou lances lumineuses qui ne parurent



# 8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

pas tout le temps de l'Observation. La base de cette lumière étoit plus large au Nord-est, où elle paroissoit d'un rouge clair qui éclairoit toute la Campagne, elle passoit par le cœur du Lion & par l'Ecrevisse où elle couvroit un peu Jupiter. Elle rasoit l'épaule supérieure d'Orion, & passoit par les Pléiades, paroissant dirigée vers le Soleil. Cette lumière n'empêchoit pas de voir les plus petites Etoiles, même au Nord-est où elle étoit plus dense. Elle s'affoiblit du côté du Nord-est sur les 8 heures, elle parut plus vive sur les 9 heures qu'elle prit de nouvelles forces jusqu'à 10 heures que l'horison parut de ce côté-là très-éclaircie. Elle diminua ensuite, & elle cessa presque entièrement sur les 11 heures.

Le P. Pezenas a aussi observé pendant les six derniers mois de l'année 1730 la quantité de Pluye qui est tombée à Marseille, par le moyen d'une Cuvette de Fer blanc qui a quatre pieds de surface, & d'un petit Vase cubique de deux pouces de diametre, dont six remplis d'eau mesurent une ligne de hauteur sur la surface de la grande Cuvette.

## *Observations sur la quantité de Pluye, à Marseille.*

En Juillet.....	0 <sup>p</sup>	0 <sup>l</sup> $\frac{1}{3}$
Août .....	1	0 $\frac{1}{3}$
Septembre.....	0	7
Octobre.....	0	11 $\frac{1}{12}$
Novembre.....	0	2 $\frac{1}{6}$
Décembre .....	0	2

Somme de la Pluye tombée à Marseille  
pendant les six derniers mois de 1730.... 2<sup>p</sup> 10<sup>l</sup>  $\frac{11}{12}$ .

Il en étoit tombé pendant le même  
temps à Aix..... 2 8  $\frac{5}{6}$ .

Ainsi la quantité de Pluye tombée à Aix pendant les six derniers mois de 1730 ne differe que de 2 lignes de celle qui est tombée à Marseille. Il paroît même qu'elle y a été distribuée assez uniformément dans chacune de ces deux Villes.

Le

# DES SCIENCES. 9

Le P. Pezenas a aussi observé à Marseille, pendant l'année 1730, la hauteur du Barometre placé dans la Salle de l'Observatoire, qui, comme on l'a dit ci-dessus, est élevée de 24 toises au dessus du niveau de la Mer.

## Observations sur le Barometre.

A Marseille la plus grande hauteur du Barometre a été observée le 31 Decembre 1730 de ..... 28<sup>p</sup> 21  $\frac{3}{4}$

Le Barometre étoit ce jour-là à Aix à sa plus grande hauteur, où il fut observé de ..... 27 10

Ainsi la différence de hauteur entre Aix & Marseille a été de ..... 0 4  $\frac{3}{4}$

A Marseille la plus petite hauteur du Barometre a été observée le 11 Mars de ..... 27 2

Il fut observé à Aix deux jours auparavant à sa plus petite hauteur de ..... 26 8  $\frac{1}{2}$

Et le 11 Mars de ..... 26 9

De sorte que la différence entre la plus petite hauteur observée à Marseille & à Aix dans deux jours différents a été de ..... 0 5  $\frac{1}{2}$

Et le 11 Mars de ..... 0 5  
fort approchante de celle que l'on a trouvée par la plus grande hauteur du Barometre.

Le 29 Decembre 1729 le P. Pezenas observa à Marseille la Déclinaison de l'Aimant de 14<sup>d</sup> 50' vers le Nord-ouest.



## EXAMEN DES LIGNES DU QUATRIÈME ORDRE.

### TROISIÈME PARTIE DE LA SECTION I

*Dans laquelle on traite des Osculations, des Lemniscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle espece de point multiple invisible, dont les Lignes du quatrième ordre sont susceptibles.*

Par M. L'Abbé DE BRAGELONGNE.

**L**ES Osculations & les Lemniscates infiniment petites, dont on va parler dans ce Mémoire, sont des especes de points multiples qui ont beaucoup plus de rapport avec les points doubles qu'avec les points triples, auxquels seuls nous avions destiné cette troisième partie. Il étoit donc naturel que le Mémoire imprimé en 1730, page 363. & suivantes, renfermât la Théorie de ces Osculations & de ces Lemniscates infiniment petites, & en même temps l'application de cette Théorie aux lignes du 4.<sup>me</sup> ordre. Mais comme j'étois obligé, en quelque sorte, de ne donner à mon second Mémoire qu'une certaine étendue, & que cette Théorie, jointe à la matière qui devoit nécessairement y entrer, excédoit de beaucoup les bornes dans lesquelles je me trouvois renfermé; j'ai crû qu'il étoit plus à propos de renvoyer à la tête de la troisième partie tout ce qui concerne ces deux especes de points multiples, que de faire, dans la seconde partie de cette Section, quelques retranchements qui auroient pû causer de l'obscurité dans la suite de ce Traité.

Ainsi on va commencer ce troisième Mémoire par une matière qui devoit naturellement être à la fin du second; par la Théorie de deux points multiples, qui ont beaucoup de choses communes avec les points doubles & sur-tout

avec les points de rebroussement, mais qui n'ont rien de commun avec les points triples, si ce n'est que des lignes Algébriques ne commencent d'en être susceptibles que dans le 4.<sup>me</sup> ordre.

Après cela nous ferons voir comment on applique aux lignes du 4.<sup>me</sup> ordre, la Théorie contenue dans les art. 53 & 54 du premier Mémoire, où l'on a donné des règles pour connoître si un point donné sur une ligne donnée, est triple, & de quelle espèce de triplicité il est.

Enfin nous traiterons d'une nouvelle espèce de point multiple que je nomme le *Lemnisceros infiniment petit* : c'est un point triple, lequel, quoiqu'invisible sur le plan & quoiqu'adhérant à la courbe, est très-différent de celui dont on a parlé dans les art. 59 & 60 du premier Mémoire.

Nous nommons celui-ci *Lemnisceros infiniment petit*, parce qu'il est produit par un entrelacement de la Courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit, pareil à ces entrelacements qu'on appelle vulgairement *Las-d'amour*.

Si on ne l'a pas annoncé dans la première partie de cette Section, c'est parce que, le Lemnisceros supposant trois intersections de la même courbe à certaines distances les unes des autres, on a crû qu'il falloit démontrer qu'une ligne du quatrième ordre pouvoit avoir trois intersections, avant de faire voir que ces intersections, en devenant infiniment près les unes des autres, pouvoient former, dans de certains cas, ce que l'on appelle ici un *Lemnisceros infiniment petit*, & ce n'est que par les articles 83 & 84 du second Mémoire, qu'on a démontré qu'il pouvoit y avoir trois points d'intersection sur une même ligne du 4.<sup>me</sup> ordre. Ainsi on s'est vu obligé, en quelque façon, de rejeter la Théorie des *Lemnisceros infiniment petits*, jusqu'à la troisième partie de cette Section, dont les articles doivent suivre le même ordre que ceux des Mémoires précédents, puisqu'elle en est la suite.

#### DÉFINITION ET EXPLICATION.

CXII. Tous les Géomètres conviennent aujourd'hui,

## 12 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

comme nous l'avons déjà dit plusieurs fois, que la Tangente d'une courbe n'est autre chose qu'une ligne droite qui coupe cette courbe en deux points infiniment près l'un de l'autre. Sur cette idée, il est aisé de voir qu'une courbe, qui en touche une autre, la coupe en deux points infiniment près l'un de l'autre, en sorte que ces deux points sont communs, & à la courbe touchée, & à la courbe touchante.

Ainsi, lorsqu'une courbe se touche elle-même, elle passe deux fois par un point du plan sur lequel elle est décrite, & deux fois par un autre point, du même plan, infiniment près du premier. Le lieu où cette courbe se touche elle-même, sera nommé ici l'*Osculation* de la Courbe.

### COROLLAIRE I.

CXIII. De-là il est aisé de conclure, 1.<sup>o</sup> Que l'Osculation d'une courbe est équivalente à deux points d'intersection infiniment près l'un de l'autre. 2.<sup>o</sup> Que la tangente à l'Osculation d'une courbe quelconque est équivalente à une sécante en deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, ou, ce qui est la même chose, à une sécante en quatre points simples. 3.<sup>o</sup> Que les lignes du 4.<sup>me</sup> ordre sont susceptibles d'Osculation : car, puisque ces lignes peuvent avoir jusqu'à trois points doubles \*, s'il arrive que deux de ces points doubles soient des points d'intersection infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Osculation. 4.<sup>o</sup> Mais en même temps, il est évident que les lignes du 3.<sup>me</sup> ordre \*, & à plus forte raison celles du 2.<sup>d</sup>, ne sauraient avoir d'osculation.

\* Art. 83.  
2.<sup>d</sup> Mem.

\* Art. 36.  
2.<sup>d</sup> 42.  
1.<sup>er</sup> Mem.

### COROLLAIRE II.

CXIV. De-là il est aisé de conclure encore, qu'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sauroit jamais avoir plus d'une Osculation : car, puisqu'une Osculation est équivalente à deux points doubles \*, deux Osculations doivent être équivalentes à quatre points doubles, & par conséquent une courbe qui a deux Osculations a réellement quatre points doubles, qui

\* Art. 113.  
n.<sup>o</sup> 1.

pris deux à deux sont infiniment près l'un de l'autre : or, par l'art. 110 du second Mémoire, une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sauroit avoir quatre points doubles; donc une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sauroit jamais avoir deux Osculations.

## COROLLAIRE III.

CXV. Il n'est pas moins évident que la tangente à l'Osculation d'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sauroit rencontrer sa courbe en un autre point : car, cette tangente étant équivalente à une sécante en quatre points infiniment près les uns des autres \*, si elle rencontroit sa courbe en quelque autre point, elle seroit sécante en cinq points : or, il est impossible \* qu'une droite soit sécante, en cinq points, d'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre. Donc, &c.

\* Art. 113.

n.º 2.

\* Art. 33:  
1.<sup>er</sup> Mem.

## COROLLAIRE IV.

CXVI. Il est visible \* qu'une tangente  $BT$ , en un point d'osculation  $B$  d'une courbe quelconque  $MBmNBn$ , est tangente en  $B$  de la branche  $MBm$ , & tangente en ce même point  $B$  de la branche  $NBn$ , enforte qu'elle est deux fois tangente de la courbe  $MBmNBn$  en un même point  $B$ ; donc la seconde différentiation de l'équation de cette courbe (faite suivant ce qui est dit dans l'art. 63 du second Mémoire) doit fournir deux valeurs, égales & de même signe, du rapport de l'ordonnée à la soutangente de la courbe en ce point d'osculation. Propriété qui convient aussi au point de rebroussement simple, comme on l'a remarqué dans l'art. 52 du premier Mémoire.

\* Fig. 59.

## COROLLAIRE V.

CXVII. La tangente au point de rebroussement simple n'étant équivalente qu'à une sécante en trois points infiniment près les uns des autres, comme on l'a démontré dans les art. 19 & 35 \* du premier Mémoire, & la tangente à l'Osculation étant équivalente à une sécante en quatre points infiniment près les uns des autres \*, il est évident qu'après

\* n.º 5.

\* Art. 113.  
n.º 2.

# 41 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

avoir trouvé, par l'art. 63 du second Mémoire, pour un point multiple donné, dont on ignore la nature, deux tangentes qui tombent exactement l'une sur l'autre, ce point

\* Art. précéd. pouvant être ou un Rebroussement, ou une Osculation \*, il est évident, dis-je, que l'on connoitra la véritable nature de ce point, en traitant cette double tangente comme une sécante de la courbe : car si cette double tangente, considérée comme une sécante, se trouve sécante en quatre points infiniment près les uns des autres, le point multiple en question sera une Osculation \*; si elle ne se trouve que sécante

\* Art. 113. n.º 2. en trois points infiniment près les uns des autres, le point multiple en question ne sera qu'un point de rebroussement \*.

\* Art. 79. 1.º Mem. Donc quoique le calcul analytique ait quelque chose de commun & aux points de rebroussement, & aux points d'osculation, néanmoins ce même calcul fera toujours connoître si le point en question est un Rebroussement ou une Osculation.

## E X E M P L E.

\* Fig. 59. CXVIII. On demande quel est le point multiple de la courbe  $ANBmMBn^*$ , dans laquelle le rapport des abscisses  $AQ (x)$  aux ordonnées  $QM (y)$  est exprimé par l'équation marquée ici par  $(D)$ .

$$(D) 4y^4 - 5cy^3 - \sqrt{7cx - 6cax + y^2} - \sqrt{3cx^2 - 4cax + caa \times y} = cx^3 - 2cax^2 + ca^2x.$$

Il est visible (par l'art. 81 du second Mémoire) que cette équation désigne une courbe qui passe deux fois par un point  $B$  de son axe  $AQ$ , (distant de  $A$ , origine de cet axe, de la grandeur  $AB = a$ ) ; puisque dans le dernier membre de cette équation égalé à zero (c'est-à-dire, dans  $cx^3 - 2cax^2 + ca^2x = 0$ ) il y a deux racines égales & de même signe (qui sont  $x - a = 0$  &  $x - a = 0$ ), & que cette grandeur  $(x - a)$  est un diviseur exact du pénultième membre de cette même équation (c'est-à-dire, de  $3cx^2 - 4cax + caa$ ).

\* Art. 46. 2.º Mem. Cela posé, il est clair \* qu'il faut différentier deux fois l'équation donnée, pour avoir en ce point  $B$ , le rapport du

( $dy$ ) au ( $dx$ ) ou, ce qui est la même chose, pour connoître les tangentes de la courbe en ce point. Cette double différenciation donnera l'équation différentielle qu'on voit marquée ici par  $\Sigma$ .

$$\Sigma \dots \frac{d^2}{dx^2} - \frac{6cx + 14cy - 4ca \times dy}{24x^2 - 15cy - 7cx + 6ca \times dx} - \frac{3cy + 3cx - 2ca}{24x^2 - 15cy - 7cx + 6ca} = 0,$$

On rendra cette équation différentielle, propre au point multiple  $B$ , en y substituant, au lieu des indéterminées ( $x$ ) & ( $y$ ), leurs valeurs en ce même point  $B$ , qui sont  $x = a$  &

$y = 0$  : or cette substitution donne  $\frac{dy^2}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + 1 = 0$ ,

d'où l'on tire  $\frac{dy}{dx} = -1$ , &  $\frac{dy}{dx} = -1$ , ce qui fait voir

que les deux tangentes de la courbe au point multiple  $B$ , tombent exactement l'une sur l'autre ( en faisant avec l'axe  $AB$  & une droite  $QT$ , parallèle aux ordonnées, un triangle isocèle  $BQT$ ). D'où il suit que le point multiple  $B$ , de la courbe en question, est ou\* un Rebroussement, ou bien\* une Osculation.

\* Art. 63.

2.<sup>d</sup> Mem.

\* Art. 116.

Mais puisque la droite  $BT$ , double tangente de la courbe en  $B$ , fait, avec l'axe  $AB$  & les droites  $QT$  parallèles aux ordonnées, des triangles isocèles comme  $BQT$ , il est clair que l'équation  $u = a - x$  est l'équation de cette droite  $BT$ , par rapport à l'axe  $AQ$ ; donc toutes les fois que ( $y$ ) ordonnée de la courbe deviendra  $= u = a - x$ , la courbe en question & la droite  $BT$  se rencontreront. Ainsi la substitution de ( $a - x$ ) au lieu de l'indéterminée ( $y$ ), dans l'équation marquée ( $D$ ), doit\* donner une égalité du quatrième degré, dans laquelle il n'y ait que des ( $x$ ) & des constantes, dont les racines feront les expressions des abscisses correspondantes aux points de rencontre de la courbe en question & de la droite  $BT$ ; or cette substitution donne l'égalité  $x^4 - 4ax^3 + 6a^2xx - 4a^3x + a^4 = 0$ , dont les quatre racines  $x = a$ ,  $x = a$ ,  $x = a$ , &  $x = a$ , sont égales & de même signe : donc les quatre points de rencontre de la courbe

\* Art. 35.

1.<sup>re</sup> Mem.



$ANBmMBn$  & de la droite  $BT$ , tangente au point multiple  $B$ , tombent tous quatre en  $B$  : donc la tangente  $BT$  est, en  $B$ , équivalente à une sécante en quatre points infiniment près les uns des autres : donc le point multiple  $B$  n'est pas un point de rebroussement, car s'il étoit un Rebroussement, la tangente  $BT$  ne seroit équivalente, en  $B$ , qu'à une sécante en trois points infiniment près les uns des autres\*. Donc ce point multiple  $B$  est une Osculation\*. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

\* Art. 19.  
1.<sup>re</sup> Mem.  
\* Art. 117.

## REMARQUES.

CXIX. 1.<sup>o</sup> Si de tous les points de la courbe  $ANBmMBn$ , on mène des droites comme  $Mm$  &  $Nn$ , parallèles à la tangente  $BT$  de la courbe au point d'osculation  $B$ , & terminées de part & d'autre par la courbe : ces droites seront coupées par l'axe  $AQ$  en deux parties égales, en des points comme  $P$  &  $p$  : d'où il suit que cet axe  $AQ$  est un diamètre de la courbe  $ANBmMBn$ .

2.<sup>o</sup> Si par le point  $A$ , origine des abscisses, on mène une droite  $AT$ , parallèle à la tangente  $BT$  du point d'osculation  $B$ , cette droite  $AT$  sera tangente de la courbe  $ANBmMBn$  au sommet  $A$  de l'axe  $AQ$ .

3.<sup>o</sup> Toutes les droites, comme  $mPM$ , menées parallèlement à la tangente  $BT$ , du côté des  $(x)$  positifs, rencontrent toujours la courbe en deux points, à quelque distance qu'elles soient de l'origine  $A$  de l'axe  $AQ$ . D'où il suit que cette courbe s'étend à l'infini de part & d'autre de l'axe, du côté où les  $(x)$  sont positifs.

4.<sup>o</sup> Les droites menées parallèlement à la tangente  $BT$ , du côté des  $(x)$  négatifs, ne rencontrent jamais la courbe, à quelque distance qu'elles soient de l'origine  $A$  de l'axe  $AQ$ . D'où il suit que la courbe  $ANBmMBn$  ne s'étend pas au de-là du point  $A$  par rapport au point  $B$ .

5.<sup>o</sup> De-là il est aisé de conclure que cette courbe est composée de deux branches infinies  $BM$ ,  $Bm$ , qui s'unissent en  $B$ , sommet d'une sinuosité  $MBm$ , & qui y baissent une  
ovale

ovale  $ANBn$ , qui fait partie de la courbe, & y est adhérente par le moyen de l'osculation  $B$ .

## A V E R T I S S E M E N T.

*On pourroit donner ici plusieurs autres exemples d'Osculations prises parmi les lignes du 4.<sup>me</sup> ordre, mais je crois que l'exemple précédent suffit pour faire connoître de quelle manière on doit manier l'Analyse pour reconnoître les Osculations, des autres points multiples, dont les lignes algébriques sont susceptibles.*

## D É F I N I T I O N E T E X P L I C A T I O N.

CXX. On a remarqué dès le commencement de ce Traité\* que les lignes du 4.<sup>me</sup> ordre, soit qu'elles s'étendent à l'infini, soit qu'elles rentrent en elles-mêmes, peuvent avoir des *Lemniscates conjuguées* : on en a même déjà vu un exemple dans l'art. 104 du second Mémoire. Ces Lemniscates conjuguées peuvent être infiniment petites, & alors elles forment un certain point multiple invisible, mais conjugué, dont nous n'avons pas encore parlé; c'est ce que je nommerai dans la suite *Lemniscate infiniment petite conjuguée*, ou bien, *Lemniscate invisible*, parce qu'effectivement, lorsque la courbe est tracée, cette Lemniscate ne paroît pas, quoiqu'elle existe réellement, & quoique son existence se fasse sentir par l'équation qui exprime la nature de la courbe.

\* Art. 2.  
1.<sup>er</sup> Mem.

## R E M A R Q U E S.

CXXI. Il est aisé de voir, 1.<sup>o</sup> Qu'une Lemniscate finie  $GEB_1GFA \phi G$ \* n'est autre chose que deux ovals finies, & infiniment près l'une de l'autre qui se joignent en  $G$ , point d'intersection de cette Lemniscate; de même une Lemniscate infiniment petite n'est autre chose que deux ovals infiniment petites, & infiniment près l'une de l'autre jointes ensemble par une intersection, qui ne diffère des autres intersections qu'en ce que les portions de courbe qui s'y joignent sont invisibles à cause de leur infinie petitesse.

\* Fig. 6c.

Mem. 1731.

C

18 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

\* Art. 7.  
 20.  
 1.<sup>er</sup> Mem.

2.<sup>o</sup> Puisque les deux tangentes à l'intersection, d'un *Folium* infiniment petit, ne forment entre elles qu'un angle infiniment petit \*; il est clair que les angles  $TGA$ ,  $tGA$  (formés par les tangentes  $GT$ ,  $gt$  au nœud  $G$  de la Lemniscate  $GEBg$ ,  $GFAc$ ,  $G$ , & par la droite  $GA$  qu'on peut nommer le parametre de cette Lemniscate) seront infiniment petits, si cette Lemniscate est infiniment petite; d'où il faut conclure que les tangentes à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite se confondent ensemble, par rapport au fini, n'y ayant point de grandeur finie assez petite pour exprimer le sinus de l'angle qu'elles forment entre elles.

COROLLAIRE I.

\* Art. précéd.  
 n.<sup>o</sup> 1.

\* Art. 38.  
 n.<sup>o</sup> 3. 1.<sup>er</sup> M.

\* Art. précéd.

\* Art. 42.  
 1.<sup>er</sup> Mem.

CXXII. Puisque les Lemniscates infiniment petites sont formées par la réunion de deux ovales infiniment petites qui se noient ensemble \*, il est visible, 1.<sup>o</sup> Qu'une Lemniscate infiniment petite est équivalente à deux points doubles invisibles infiniment près l'un de l'autre. 2.<sup>o</sup> Que les lignes du 4.<sup>me</sup> ordre peuvent avoir des Lemniscates infiniment petites conjuguées; car puisque ces lignes peuvent avoir deux points doubles invisibles sur la même droite \*, s'il arrive que ces deux points doubles invisibles soient infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Lemniscate invisible \*. 3.<sup>o</sup> Que les lignes du 3.<sup>me</sup> ordre ne sçauroient avoir de Lemniscates invisibles, par la raison qu'elles ne sçauroient jamais avoir plus d'un point double \*. 4.<sup>o</sup> Que les lignes du 2.<sup>d</sup> ordre ne pouvant pas avoir de points doubles, elles ne peuvent, à plus forte raison, avoir de Lemniscates invisibles.

COROLLAIRE II.

\* Art. 121.

CXXIII. De-là il est aisé de conclure encore qu'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sçauroit jamais avoir plus d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée: car puisqu'une Lemniscate infiniment petite conjuguée est équivalente à deux points doubles invisibles \*, il est clair que deux Lemniscates

infiniment petites conjuguées sont équivalentes à quatre points doubles invisibles ; donc une courbe qui a deux Lemniscates infiniment petite conjuguée , a quatre points doubles : or une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sçauroit jamais avoir quatre points doubles \* : donc une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre ne sçauroit jamais avoir deux Lemniscates infiniment petites conjuguées.

\* Art. 109.  
n.<sup>o</sup> 110.  
2.<sup>e</sup> Mem.

## COROLLAIRE III.

CXXIV. Puisque l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée ne diffère pas \* essentiellement des autres points d'intersection , il est évident que , pour avoir , à l'intersection de ces especes de Lemniscates , les rapports de l'ordonnée aux soutangentes de la courbe , il faut différentier \* deux fois l'équation de la courbe ( suivant la méthode de l'art. 163 de l'Analyse des infiniment petits). Mais il n'est pas moins évident que la seconde différentiation doit fournir alors deux valeurs réelles , égales & de même signe , du rapport de l'ordonnée aux deux soutangentes , puisque \* dans tout point d'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée , les deux tangentes sont sensées , par rapport au fini , se confondre ensemble. Propriété qui convient aussi & au point de rebroussement simple , comme on l'a dit dans l'art. 52 du premier Mémoire , & au point d'osculation suivant l'art. 116 de celui-ci.

\* Art. 121.  
n.<sup>o</sup> 1.

\* Art. 46.  
1.<sup>re</sup> Mem.

\* Art. 121.  
n.<sup>o</sup> 2.

## COROLLAIRE IV.

CXXV. Il suit encore des art. 121 & 122 , & de ce que les Lemniscates infiniment petites sont composées de deux *Folium* égaux , que la tangente à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée , est équivalente à une sécante en quatre points ; car l'intersection de toute Lemniscate , dont les *Folium* sont égaux entre eux , est une intersection de la 3.<sup>me</sup> espece ; or les tangentes à l'intersection de la 3.<sup>me</sup> espece sont équivalentes à des sécantes en quatre points infiniment près les uns des autres \* ; donc les tangentes à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite sont

\* Art. 51.  
n.<sup>o</sup> 3. 1.<sup>re</sup> Mem.

20 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

équivalentes à des sécantes en quatre points simples infiniment près les uns des autres. Propriété qui convient aussi aux

\* Art. 116. points d'osculation \*, mais qui ne convient pas aux Rebroussemens ordinaires, dont les tangentes ne sont équivalentes qu'à des sécantes en trois points simples infiniment près les

\* Art. 35. uns des autres \*.  
n.º 5. 1.º M.

C O R O L L A I R E V.

\* Fig. 61. CXXVI. Il suit encore \* de l'art. 120, c'est-à-dire, de ce que l'on suppose que la Lemniscate infiniment petite est conjuguée, il suit, dis-je, qu'entre cette Lemniscate & un point quelconque  $C$  de la courbe  $MCm$ , à laquelle elle est conjuguée, il doit y avoir, sur l'axe  $GC$ , des abscisses réelles, comme  $GC$ , auxquelles il n'y a que des ordonnées imaginaires qui puissent correspondre : car de ce qu'une Lemniscate est conjuguée, il s'ensuit qu'il y a un espace vuide entre elle & la courbe à laquelle elle est conjuguée.

R E M A R Q U E.

CXXVII. De-là naît la différence qui doit se trouver par le calcul analytique entre un point de rebroussement ordinaire, une Osculation & une Lemniscate infiniment petite. Car quoique ces trois points aient cela de commun, que dans les uns & dans les autres les deux tangentes ne font entre elles qu'un angle infiniment petit, en sorte que par rapport au fini ces deux tangentes sont sentées tomber l'une sur l'autre; quoique ce soit, dis-je, le calcul analytique qui donne cette propriété commune à ces trois points multiples, néanmoins ce calcul fera connoître; 1.º Si cette double tangente, dont la position par rapport à l'axe a été découverte, est équivalente à une sécante en trois points simples infiniment près les uns des autres, ou bien à une sécante en quatre points simples infiniment près les uns des autres. Dans le premier

\* Art. 35. cas le point multiple en question seroit un Rebroussement \* :  
n.º 5. 1.º M. dans le second cas ce seroit ou une Osculation \* ou une Lem-  
\* Art. 116. niscate infiniment petite conjuguée \*. 2.º Ce même calcul  
\* Art. 125.

fera connoître dans le second cas, où il reste encore de l'ambiguité, si les ordonnées, qu'on imagine entre le point multiple en question & un autre point quelconque  $C$  de la courbe, sont des ordonnées réelles ou imaginaires : car si elles sont réelles, le point multiple en question est une Osculation\* ; si \* *Art. 116.* elles sont imaginaires, c'est une Lemniscate infiniment petite conjuguée\*. C'est ce que l'on va voir par l'Exemple suivant. \* *Art. précéd.*

## E X E M P L E.

CXXVIII. On demande quel est le point multiple de la courbe  $MCm$ \*, dont la nature est exprimée par l'équation suivante marquée (1) dans laquelle l'indéterminée ( $x$ ) \* *Fig. 61.* exprime les abscisses  $GQ$ , & l'indéterminée ( $y$ ) les ordonnées  $QM$ , faisant avec l'axe  $GQ$  des angles droits  $GQM$ .

$$(1) \dots x^4 + by^3 - [3bx - bb \times yy + 3bx^2 - 2bbx. y = bx^3 - bbxx.$$

Il est évident (par l'art. 81 du 2<sup>d</sup> Mémoire) que cette équation désigne une courbe qui passe deux fois par le point  $G$ , origine de son axe, puisque dans le dernier membre de cette équation égalé à zero (c'est-à-dire, dans  $bx^3 - bbxx = 0$ ) il y a deux racines réelles égales & de mêmes signes (qui sont  $x = 0$  &  $x = 0$ ), & que cette grandeur ( $x$ ) est un diviseur exact du pénultième membre de cette même équation (c'est-à-dire de  $3bx^2 - 2bbx$ ).

Cela posé, il est clair\* qu'il faut différentier deux fois \* *Art. 46.* l'équation donnée pour avoir, en ce point  $G$ , le rapport du 1.<sup>er</sup> Mem. ( $dy$ ) au ( $dx$ ), ou (ce qui est la même chose) pour connoître les tangentes de la courbe en ce point. Cette double différentiation donnera l'équation différentielle qu'on voit marquée ici par ( $\Sigma$ ).

$$(\Sigma) \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{6by - 6bx + 2bb. dy}{6yy + 3by - 3bx + bb. dx} + \frac{3bx - 3bx + bb.}{6yy + 3by - 3bx + bb} = 0.$$

On rendra cette équation différentielle propre au point multiple  $G$ , en y substituant, au lieu des indéterminées ( $x$ ) & ( $y$ ), leurs valeurs en ce même point  $G$ , qui sont  $x = 0$  &  $y = 0$ .

22 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

&  $y = 0$  : or cette substitution donne  $\frac{dy^2}{dx^2} - 2 \times \frac{dy}{dx} + 1$   
 $= 0$ , d'où l'on tire  $\frac{dy}{dx} = 1$  &  $\frac{dy}{dx} = 1$ , ce qui fait voir

que les deux tangentes de la courbe, au point multiple  $G$ , tombent l'une sur l'autre (en faisant avec l'axe  $GQ$  un angle de 45 degrés); d'où il suit que ce point multiple  $G$  est ou un Rebroussement \* ou une Osculation \* ou une Lemniscate infiniment petite conjuguée \*.

\* Art. 52.  
 1.<sup>er</sup> Mem.

\* Art. 116.

\* Art. 125.

Mais toutes les droites menées parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$  entre ce point  $G$  & le point  $C$  (distant de  $G$  de la grandeur  $GC = b$ ) où la courbe rencontre son axe, étant des ordonnées imaginaires, il s'ensuit que le point multiple  $G$  est absolument séparé & isolé de la courbe  $MCm$ ,

\* Art. précéd. à laquelle il appartient, & par conséquent \* que ce point multiple est une Lemniscate infiniment petite. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

S C H O L I E S.

CXXIX. Puisque l'Osculation est équivalente à deux

\* Art. 113. points d'intersection \*, & que la Lemniscate infiniment petite

\* Art. 122. conjuguée vaut autant que deux points doubles invisibles \*,  
 n.º 1. il est évident, 1.º Qu'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, qui a une

Osculation, peut encore avoir un point double : de même celle qui a une Lemniscate infiniment petite conjuguée, peut

avoir en même temps un point double : c'est une suite de

l'art. 83 du second Mémoire, où nous avons prouvé qu'une

ligne du 4.<sup>me</sup> ordre pouvoit avoir trois points doubles. 2.º Il

n'est pas moins évident qu'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, qui a

ou une Osculation ou une Lemniscate infiniment petite con-

juguée, ne sçauroit avoir de point triple ; car puisqu'une ligne

du 4.<sup>me</sup> ordre, qui a un point double, ne sçauroit avoir de

point triple \*, à plus forte raison celle qui a deux points

\* Art. 44.  
 1.<sup>er</sup> Mem. doubles, ne sçauroit avoir de point triple : or une Osculation

& une Lemniscate infiniment petite conjuguée sont l'une &

\* Art. 113. l'autre équivalentes à deux points doubles \*. Donc, &c.  
 & 122.

## AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici quantité d'Exemples de Lignes du 4.<sup>me</sup> ordre qui ont en même temps & un point d'Osculation & un point double, ou bien une Lemniscate infiniment petite conjugée & un point double ; Telles sont, par exemple, les courbes désignées par les équations  $y^4 - 2bxyy = x^4 - 2bx^3 + b^2xx$ , &  $y^4 - \frac{1}{2}bxyy + x^4 - 2bx^3 + b^2xx = 0$ . La première désigne une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre qui a une osculation à son origine & une intersection sur son axe, distante de l'origine des indéterminées  $x$  &  $y$  d'une grandeur  $= -b$ . La seconde désigne une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre qui a une lemniscate infiniment petite conjugée à son origine, & un point d'intersection sur son axe distant de la lemniscate infiniment petite conjugée d'une grandeur  $= +b$ . Mais je craindrois, en m'y arrêtant davantage, d'allonger inutilement ce Mémoire : ainsi je passe à ce qui concerne les points triples, & en premier lieu à cette espèce de point triple que nous avons nommé le Lemnisceros infiniment petit.

## REMARQUE.

CXXX. On a vû, dans le second Mémoire, qu'une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, soit qu'elle rentre en elle-même, soit qu'elle s'étende à l'infini, peut avoir jusqu'à trois points d'intersection : on en a même donné des exemples dans les art. 84 & 86, où l'on a fait voir que les courbes  $MRBKE$   $VCRF\phi BVm^*$  &  $ERBKfVCR\epsilon\phi BVF^*$  avoient \* Fig. 62. trois points d'intersection, & que ces trois intersections \* Fig. 63. venoient à la suite d'un entrelacement que nous avons nommé Lemnisceros \* à cause de sa ressemblance avec cet entrelacement qu'on nomme vulgairement *Las-d'Amour*. \* Art. 85. 2.<sup>d</sup> Mem.

Si les droites  $BA, BC$  &  $K\phi^*$ , qui sont, pour ainsi dire, \* Fig. 62, les parametres, ou les droites qui mesurent la hauteur & la \* & 63. largeur du Lemnisceros  $RBKEVCRF\phi BV$ , sont toutes trois infiniment petites, il est visible non seulement que les trois points d'intersection sont infiniment près les uns des autres, mais encore que l'entrelacement, des branches de la courbe, se fait dans un espace infiniment petit.



## D É F I N I T I O N.

CXXXI. Ainsi ce que je nomme *Lemnisceros infiniment petit* est un entrelacement des branches de la courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit, lorsque les trois parametres  $BA$ ,  $BC$ ,  $K\phi$ , de cet entrelacement, sont infiniment petits.

## C O R O L L A I R E I.

CXXXII. Il est évident, 1.<sup>o</sup> Que le Lemnisceros infiniment petit est un point triple : car lorsque le parametre  $BC$  d'un Lemnisceros fini  $VB\phi FRCVEKB$ \* devient  $= 0$ , il est évident que les points  $B$  &  $C$  tombent exactement l'un sur l'autre, & par conséquent que la courbe a un point triple en  $B$ , puisqu'elle passe alors trois fois par ce point  $B$  : or dans tout Lemnisceros infiniment petit le parametre  $BC$  devient  
 \* Fig. 62. infiniment petit, ou  $= 0$ \* ; donc dans tout Lemnisceros infiniment petit il y a un point triple.

2.<sup>o</sup> Il n'est pas moins évident que la triplicité du Lemnisceros infiniment petit, est invisible lorsque la courbe est décrite : car le Lemnisceros étant infiniment petit, ou, ce  
 \* Art. précéd. qui est la même chose\*, les droites  $BA$ ,  $K\phi$ , étant infiniment petites, il est clair que l'entrelacement de la courbe est invisible; or c'est cet entrelacement des branches de la courbe qui cause la triplicité du point  $B$ ; donc cette triplicité est invisible puisque l'entrelacement n'est pas visible.

## C O R O L L A I R E II.

CXXXIII. Lorsque les droites  $BC$ ,  $BA$  &  $K\phi$  sont infiniment petites, il est évident que les tangentes des trois points  $C$ ,  $K$ ,  $\phi$  sont infiniment près les unes des autres. D'où il suit que dans tout les Lemnisceros infiniment petits, il y a trois tangentes, qui sont infiniment près les unes des autres, c'est-à-dire, trois tangentes qui, par rapport au fini, sont censées tomber les unes sur les autres.

## C O R O L L A I R E

## COROLLAIRE III.

CXXXIV. Puisque le Lemnisceros infiniment petit est un point triple\*, il est clair qu'il faut différentier trois fois l'équation de la courbe\* pour avoir, en ce point, le rapport de l'ordonnée aux soutangentes de la courbe; mais puisque les trois tangentes de la courbe, en ce point, se confondent ensemble par rapport au fini\*, il est visible que la troisième différentiation doit donner, pour ces sortes de points triples, trois valeurs réelles, égales & de même signe, de la fraction  $\frac{du}{dz}$ , c'est-à-dire, du rapport de l'ordonnée à la soutangente de la courbe en ce point.

\* Art. 132.

\* Art. 46.

1.<sup>er</sup> Mem.

\* Art. preced.

## REMARQUES.

CXXXV. De-là naît la différence qui doit se trouver, dans le calcul algébrique, entre les quatre especes de points triples, dont nous avons parlé jusqu'ici, sçavoir, entre les Lemnisceros infiniment petits; les points triples d'intersection; les points de rebroussement par lesquels il passe une 3.<sup>me</sup> branche de la courbe; & enfin entre les points triples invisibles formés par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. Car, 1.<sup>o</sup> dans les points triples d'intersection, la troisième différentiation doit fournir trois valeurs réelles & inégales du rapport  $\frac{du}{dz}$  \*. 2.<sup>o</sup> Dans les Rebroussements, par lesquels il passe une troisième branche de la courbe, des trois valeurs de  $\frac{du}{dz}$ , il doit y en avoir deux égales entre elles & de même signe, & une troisième inégale \*. 3.<sup>o</sup> Dans les points triples formés par l'adhésion d'une ovale infiniment petite, des trois valeurs de  $\frac{du}{dz}$ , il doit y en avoir deux imaginaires & une réelle \*. 4.<sup>o</sup> Enfin dans le point triple, que l'on nomme ici le *Lemnisceros infiniment petit*, la troisième différentiation doit fournir trois valeurs réelles égales, & de même signe, du rapport  $\frac{du}{dz}$  \*. Donc chaque

\* Art. 54.

1.<sup>er</sup> Mem.

\* Art. id.

\* Art. id.

\* Art. 134.

Mem. 1731.

D

26 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 espece de point triple est distingué dans le calcul analitique  
 par un caractere différent : donc il est aisé de reconnoître,  
 par le calcul seul, & avant de supposer la courbe décrite, de  
 quelle espece est un point triple donné sur cette courbe.

# P R O P O S I T I O N X I.

## T H E O R E M E.

CXXXVI. Toutes les lignes du 4.<sup>me</sup> ordre (telle que  
 MGDGCGm $\mu$ EBFN) dont la nature est exprimée par une  
 \* Fig. 64. équation particulière qui peut se rapporter à l'équation générale,  
 marquée ici par (30), dans laquelle (z) exprime les abscisses  
 GQ, & (u) les ordonnées QM, ont un point triple à l'origine  
 G de leur axe.

$$(30) \dots \Delta u^4 + Qz + A \times u^3 + Bzz + cz \times u^2 + Ez^3 + Fz^2 \times u + Kz^4 + Lz^3 = 0;$$

## D É M O N S T R A T I O N.

Lorsque le point Q tombe en G, alors GQ (z) étant  
 = 0, l'égalité marquée par (L), dans l'art. 49 du premier  
 Mémoire, est telle qu'on la voit ici.

$$(L) \dots \Delta u^4 + Au^3 = 0.$$

Cette égalité ayant trois racines égales & de même signe;  
 qui sont  $u = 0$ ,  $u = 0$ , &  $u = 0$ , il est visible qu'il y a  
 au point G, trois ordonnées égales & de même signe.  
 Mais quand l'ordonnée QM = 0, l'égalité marquée par (A),  
 dans le même art. 49, qui donne les valeurs des abscisses  
 GQ (z), lorsque les ordonnées QM (u) sont égales à une  
 des racines de l'égalité (L), cette égalité, dis-je, est telle qu'on  
 la voit ici en (A).

$$(A) \dots Kz^4 + Lz^3 = 0.$$

Or cette seconde égalité ayant encore trois racines égales &  
 de même signe, qui sont  $z = 0$ ,  $z = 0$ , &  $z = 0$ , il est  
 visible qu'il y a au point G, non-seulement trois ordonnées  
 égales & de même signe, comme on vient de le voir, mais  
 encore trois abscisses égales & de même signe, sçavoir  $z = 0$ ,

$z=0$  &  $z=0$ . Donc \* il doit y avoir en  $G$ , ou un point triple auquel  $GQ$  &  $GL$  soient sécantes, ou bien un point double auquel  $GQ$  &  $GL$  soient tangentes. \* Art. 53. 1.° Mem.

Mais en substituant, dans l'égalité marquée par  $(K)$  art. 33 du premier Mémoire, en substituant, dis-je, dans cette égalité, au lieu des coefficients  $1, q, a, C, \gamma, \delta, \epsilon, \eta, \lambda, \mu, \nu, \rho, \pi, \Phi, \sigma$ , leurs valeurs  $\Delta, Q, A, B, C, o, E, F, o, o, K, L, o, o, o$ , & au lieu des indéterminées  $(t)$  &  $(s)$ , les indéterminées  $(z)$  &  $(u)$ , & au lieu de l'exposant indéfini  $n$ , l'exposant défini  $(4)$ , on a l'égalité marquée ici par  $(2K)$ , dont les racines réelles donnent les quatre points auxquels la courbe  $MGDGCgM_{\mu}EBFm$  est coupée par une ligne droite quelconque  $GM$  qui passe par l'origine  $G$  des abscisses  $GQ$ .

$$(2K) \dots \left\{ \begin{array}{l} +\Delta h^4 \\ +Q h^3 \\ +B h^2 \\ +E h \\ +K \end{array} \right\} z^4 \left\{ \begin{array}{l} +A h^3 \\ +C h^2 \\ +F h \\ +L \end{array} \right\} z^3 = 0.$$

Or cette égalité, ayant trois racines égales à zero, il est évident que la sécante  $GM$  rencontre, en  $G$ , trois points de la courbe  $MGDGCgM_{\mu}EBFN$ , tandis que l'axe  $GQ$ , & l'ordonnée principale  $GL$  rencontrent aussi en  $G$  trois points de la même courbe. Donc \* le point  $G$  est un point triple, & cela, dans toutes les courbes  $MGDGCgM_{\mu}EBFN$ , dont la nature peut être exprimée par l'équation marquée  $(30)$  dans l'exposé de ce Théoreme.  $C. Q. F. D.$  \* Art. id.

## PROPOSITION XII.

### PROBLÈME.

CXXXVII. Les mêmes choses étant posées : déterminer si le point triple  $G$ , de la courbe en question (dont la nature est exprimée par l'équation  $(30)$ ), est un point triple d'intersection\* de trois branches, ou s'il est un point triple formé par le Rebroussement de deux branches & le passage d'une troisième branche par

D ij

\* Fig. 64.

- \* Fig. 65. ce point de rebroussement \*, ou si c'est un point triple invisible produit par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe \*, ou enfin si c'est un point triple invisible causé par l'entrelacement des branches de la courbe en forme de
- \* Fig. 66. Lenuisceros \*.
- \* Fig. 67. Lenuisceros \*.

## SOLUTION.

On cherchera d'abord quel est le rapport de  $(du)$  à  $(dz)$  au point  $G$ , origine de la courbe, & pour cela, le point  $G$  étant un point triple, on commencera par différentier trois fois l'équation marquée \* par (30), selon la méthode de M. Bernoulli : la troisième différentiation donnera l'équation différentielle qu'on voit ici marquée par  $(\Sigma)$ .

$$(\Sigma) \dots \left\{ \begin{array}{c} +4\Delta u \\ +Qz \\ +A \end{array} \right\} du^3 \left\{ \begin{array}{c} +2Bz \\ +3Qu \\ +C \end{array} \right\} du^2 dz \left\{ \begin{array}{c} +2Bu \\ +3Ez \\ +F \end{array} \right\} du dz^2 \left\{ \begin{array}{c} +Eu \\ +4Kz \\ +L \end{array} \right\} dz^3 = 0.$$

Cela fait, on rendra cette équation propre au point  $G$ , en y substituant, au lieu des indéterminées  $(z)$  &  $(u)$ , leurs valeurs en ce même point  $G$ , qui sont \*  $z=0$ , &  $u=0$ ; ainsi l'équation  $(\Sigma)$ , étant devenue telle qu'on la voit ici en  $(P)$ , exprimera le rapport de  $(du)$  à  $(dz)$ , ou, ce qui est la

$$(P) \dots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} + \frac{A}{L} = 0$$

même chose, le rapport de l'ordonnée à la soutangente de la courbe au point triple  $G$ .

Mais ce rapport de l'ordonnée à la soutangente, au point triple  $G$ , c'est-à-dire,  $\frac{dz}{du}$  étant ici élevé jusqu'à la 3.<sup>me</sup> puissance, il est manifeste qu'il doit y avoir quatre différents cas. Car, 1.<sup>o</sup> Si l'équation  $(P)$  a trois racines réelles & inégales, c'est-à-dire, si elle fournit trois valeurs réelles & inégales du rapport  $\frac{dz}{du}$ , la courbe aura trois tangentes réelles

\* Art. 22. & distinctes au point triple  $G$ , & par conséquent \* ce point triple  $G$  sera formé par l'intersection de trois branches.

n.<sup>o</sup> 1. &  
Art. 54.  
1.<sup>re</sup> Mem.

2.<sup>o</sup> Si, des trois racines réelles de l'égalité marquée  $(P)$ , il y en a deux égales & de même signe, la troisième étant

inégale, des trois tangentes de la courbe au point triple  $G$ , il y en aura deux qui tomberont exactement l'une sur l'autre, & ne feront plus qu'une même tangente, tandis que la troisième demeurera distincte, & dans ce cas \* le point triple  $G$  sera produit par le Rebroussement d'une branche & l'inter-  
 section d'une autre branche de la même courbe. \* Art. 22.  
 n.º 2. & Art. 54.

3.º Si des trois racines de l'égalité  $(P)$ , il y en a deux imaginaires, la troisième étant nécessairement réelle, il est visible que des trois tangentes de la courbe au point triple  $G$ , il y en aura deux imaginaires & une réelle, d'où il \* suit  
 que le point triple  $G$  sera alors un point triple causé par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. \* Art. id.  
 n.º 3. & Art. 54.

4.º Enfin, si les trois racines de l'égalité  $(P)$  sont réelles, égales & de même signe, les trois tangentes de la courbe au point triple  $G$ , tomberont les unes sur les autres, & dans ce dernier cas \* le point triple  $G$  sera un de ces points triples invisibles que nous avons nommé *Lemnisceros infiniment petit*, à cause de l'entrelacement des branches de la courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit; entrelacement dont on a donné la Théorie dans les art. 131 & 132 de ce Mémoire. \* Art. 134.  
 & 135.

Donc par le moyen de l'équation  $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} + \frac{A}{L} = 0$ , on déterminera toujours la nature du point triple  $G$ ; ou, ce qui est la même chose, on connoîtra si ce point triple  $G$  est causé par l'intersection de trois branches \*: ou par le rebroussement de deux branches, & le passage d'une troisième branche, de la même courbe, par ce point de rebroussement \*: ou bien s'il est un point triple invisible produit par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe \*: ou enfin si c'est un *Lemnisceros* infiniment petit \*. *Ce qu'il falloit trouver.* \* Fig. 64.  
 \* Fig. 65.  
 \* Fig. 66.  
 \* Fig. 67.

## COROLLAIRE I.

CXXXVIII. Lorsque le coefficient  $(A)$  de l'équation marquée par (30) dans l'exposé de l'art. 136 est égal à zero,

l'ordonnée principale  $GL$  est une des tangentes de la courbe au point triple  $G$  : car alors on a  $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} = 0$  ; dont une des racines est  $\frac{dz}{du} = 0$  ; or tous les Géomètres conviennent que ce rapport donne une tangente parallèle aux ordonnées. Donc, &c.

## COROLLAIRE II.

CXXXIX. Lorsque les coefficients  $(A)$  &  $(C)$  de l'équation marquée par (30) dans l'art. 136, sont l'un & l'autre égaux à zero, il n'est pas moins évident qu'il y a alors, au point triple  $G$ , un rebroussement dont la tangente se confond avec l'ordonnée principale : car en ce cas on a  $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} = 0$ , d'où l'on tire  $\frac{dz^2}{du^2} = 0$ , ce qui fait voir qu'il y a, en  $G$ , deux tangentes qui tombent l'une sur l'autre, en se confondant avec l'ordonnée principale  $GL$ . Donc, &c.

## COROLLAIRE III.

CXL. Lorsque les coefficients  $A, C, F$ , de l'équation marquée (30) dans l'art. 136, sont tous trois égaux à zero, il y a, au point  $G$ , un *Lemnisceros infiniment petit*, dont la tangente se confond avec l'ordonnée principale  $GL$  : car alors on a  $\frac{dz^3}{du^3} = 0$ , d'où l'on voit que les trois tangentes se confondent ensemble & avec la droite  $GL$ .

## EXEMPLE I.

\* Fig. 64. CXLI. Soit la courbe  $MGDGC_mNEBF_n^*$ , dans laquelle le rapport des abscisses  $GQ(z)$  aux ordonnées  $QM(y)$  est exprimé par l'équation

$$u^4 - 2z^2u^2 + 2bz^2u^2 - z^4 - 5bz^3 = 0.$$

Je dis que cette courbe a un point triple à l'origine  $G$  de son axe, & que ce point triple est formé par l'intersection de trois branches  $MGD, mGC, \phi G\epsilon$ , qui se coupent en ce même point  $G$ .

Il est visible que l'équation donnée n'est qu'un cas particulier de l'équation générale marquée par (30) dans la 11.<sup>me</sup> Proposition \*, & que l'on a ici  $\Delta = 1$ ,  $Q = 0$ ,  $A = 0$ ,  $B = -2$ ,  $C = 2b$ ,  $E = 0$ ,  $F = 0$ ,  $K = -1$ , &  $L = -5b$ ; or on a démontré que toutes les lignes du 4.<sup>me</sup> ordre, dont la nature pouvoit se rapporter à l'équation marquée par (30), avoient un point triple à l'origine  $G$  de leur axe. Donc, puisque l'équation donnée n'est qu'un cas particulier de l'équation générale marquée par (30), il s'ensuit que la courbe  $MGDGCmNEBFn$ , dont cette équation donnée exprime la nature, a un point triple à l'origine  $G$  de son axe. *Ce qu'il falloit faire voir en premier lieu.*

Mais il n'est pas moins évident, par l'art. 137, que ce point triple  $G$  est causé par l'intersection de trois branches. Car si l'on substitue dans l'équation différentielle (P) de l'art. 137, au lieu des coefficients  $A, C, F, L$ , leurs valeurs  $0, 2b, 0$ , &  $-5b$ , on a l'égalité  $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{2dz}{5du} = 0$ , qui a trois racines réelles & inégales, sçavoir  $\frac{dz}{du} = 0$  &  $\frac{dz}{du} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ : d'où il suit qu'il y a trois tangentes au point triple  $G$ , & par conséquent que ce point triple  $G$  \* est causé par l'intersection de trois branches qui se croisent en  $G$ . *Ce qu'il falloit faire voir en second lieu par cet Exemple.*

COROLLAIRE.

CXLII. Il suit de-là, 1.<sup>o</sup> Que des trois branches qui passent par le point  $G$ , il y en a une qui coupe l'axe  $GQ$  parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$  à cause de  $\frac{dz}{du} = 0$ : en sorte que la tangente de cette branche, au point triple  $G$ , se confond avec l'ordonnée principale  $GL$ . 2.<sup>o</sup> Que les deux autres branches  $MGD$  &  $mGC$  coupent cet axe obliquement au point  $G$ , à cause de  $\frac{dz}{du} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ . Donc en prenant sur l'axe  $GQ$ , du côté où les  $(z)$  sont positifs, le point  $\theta$ , tel que  $G\theta$  soit  $= \sqrt{2}$ , & sur une droite  $\theta T$ , parallèle à



### 32 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'ordonnée principale  $GL$ , de part & d'autre du point  $\theta$ , les points  $T$  &  $t$ , tels que  $\theta T$  &  $\theta t$  soient l'une & l'autre  $= \sqrt{5}$ , les droites  $TG$ ,  $tG$ , seront les deux autres tangentes de la courbe au point triple  $G$ .

#### R E M A R Q U E.

CXLIII. Il est aisé de s'appercevoir, 1.<sup>o</sup> Que l'axe  $GQ$  est le diametre de la courbe  $MGDGCmNEBFn$ , puisque

l'on a toujours  $u = \pm \sqrt{2z - bz \pm 2\sqrt{22z + 3bz + bb}}$ .

2.<sup>o</sup> Si l'on prend sur ce diametre  $GQ$ , du côté où les  $(z)$  sont négatifs, le point  $B$ , tel que  $GB$  soit  $= \frac{1}{2}b$ , ce point  $B$  sera celui où la courbe coupe son diametre parallelement à l'ordonnée principale  $GL$ .

3.<sup>o</sup> Si l'on prend sur le diametre  $GQ$ , du côté où les  $(z)$  sont négatifs, le point  $\Omega$ , tel que  $G\Omega$  soit  $= b$ ; si par le point  $\Omega$  on mene la droite  $E\Omega F$  parallele aux ordonnées  $QM$ ; si l'on prend sur cette droite, de part & d'autre du point  $\Omega$ , les points  $E$  &  $F$ , tels que  $\Omega E$  &  $\Omega F$  soient l'une & l'autre  $= b\sqrt{2}$ : les points  $E$  &  $F$  seront deux des points de la courbe où les tangentes sont paralleles à l'ordonnée principale  $GL$ ; enforte que cette droite  $E\Omega F$  est tangente de la courbe aux points  $E$  &  $F$ .

4.<sup>o</sup> Si l'on prend sur le diametre  $GQ$ , du côté où les  $(z)$  sont négatifs, le point  $\pi$ , tel que  $G\pi$  soit  $= \frac{1}{2}b$ ; si par le point  $\pi$  on mene la droite  $C\pi D$  parallele aux ordonnées  $QM$ ; si l'on prend sur cette parallele  $C\pi D$ , de part & d'autre du point  $\pi$ , les points  $C$  &  $D$ , tels que  $\pi C$  &  $\pi D$  soient l'une & l'autre  $= \frac{1}{2}b\sqrt{3}$ : les points  $C$  &  $D$  seront deux des points de la courbe en question auxquels les tangentes sont paralleles aux ordonnées  $QM$ ; enforte que cette même droite  $C\pi D$  est tangente de la courbe aux points  $C$  &  $D$ .

5.<sup>o</sup> Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale  $GL$  au de-là du point  $B$ , par rapport au point  $G$ , ne rencontrent la courbe qu'en deux points, à quelque distance

tance que ces droites soient du point  $G$ . Mais celles qui sont menées parallèlement à l'ordonnée principale, entre les points  $B$  &  $\Omega$ , rencontrent la courbe en quatre points. D'où il suit, 1.° Que cette courbe a deux branches  $BEN$ ,  $BFn$ , qui s'étendent à l'infini, le long de l'axe  $GQ$ , du côté où les  $(z)$  sont négatifs. 2.° Que ces deux branches se réunissent au point  $B$ , où elles coupent l'axe parallèlement aux ordonnées. 3.° Que ces deux branches, avant de se réunir, forment deux sinuosités  $FB$ ,  $NEB$ .

6.° Toutes les droites menées, parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$ , au de-là du point triple  $G$ , par rapport au point  $B$ , & à quelque distance qu'elles soient du point  $G$ , ne rencontrent la courbe qu'en deux points; d'où il suit que cette courbe n'a que deux branches  $GM$  &  $Gm$  qui s'étendent à l'infini le long de l'axe  $GQ$ , du côté où les  $(z)$  sont positifs.

7.° Toutes les droites menées parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$  entre les points  $G$  &  $\pi$ , rencontrent la courbe en quatre points : car dès que  $(-z)$  est  $< \frac{1}{2}b$ , les 4 racines

$$u = \pm \sqrt{zz - bz \pm z \sqrt{2zz + 3bz + bb}} \text{ sont réelles.}$$

D'où il suit que les deux branches infinies  $MG$ ,  $mG$ , après s'être coupées en  $G$ , passent la première dans l'angle  $LG\pi$ , la seconde dans l'angle  $LG\pi$ , où elles touchent la droite  $D\pi C$ , la première au point  $D$ , la seconde au point  $C$  : après quoi elles reviennent, l'une de  $D$  en  $G$  par  $\epsilon$ , l'autre de  $C$  en  $G$  par  $\phi$ , se joindre au point  $G$ , où elles touchent l'ordonnée principale  $GL$ , en formant ainsi deux *Folium*  $GD\epsilon G$  &  $GC\phi G$ .

8.° Les droites menées parallèlement à l'ordonnée principale entre les points  $\Omega$  &  $\pi$ , ne rencontrent jamais la courbe : car dès que  $(-z)$  est plus grand que  $\frac{1}{2}b$ , & cependant plus petit que  $b$ , les quatre racines  $u =$

$$\pm \sqrt{zz - bz \pm z \sqrt{2zz + 3bz + bb}} \text{ sont imaginaires ; d'où il suit que les deux branches infinies } BEN,$$

Mem. 1731.

E

34 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 $F_n$ , (dont on a parlé dans le nomb. 5 de cet art.) sont  
 entièrement séparées des branches infinies  $G_6 DGM$ ,  
 $G \phi CGm$ .

#### EXEMPLE II.

CXLIV. Soit la courbe  $MG_m NG_n$ , dans laquelle le  
 rapport des abscisses  $GQ(z)$  aux ordonnées  $QM(u)$  est  
 exprimé par l'équation  $u^4 + bzzu - 2z^4 = 0$ ; il est visi-  
 ble que cette courbe a un point triple à l'origine  $G$  de son  
 axe, puisque l'équation donnée est un cas particulier de l'équa-  
 tion générale marquée par (30) dans l'art. 136.

Mais il n'est pas moins évident, que ce point triple est  
 produit par le Rebroussement  $G$  d'une portion de courbe  
 $MG_m$  & le passage, en ce même point  $G$ , d'une autre  
 branche  $NG_n$  de la même courbe. Car puisque l'on a ici  
 $\Delta = 1$ ,  $Q = 0$ ,  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$ ,  $E = a$ ,  
 $F = b$ ,  $K = -2$  &  $L = 0$ , l'équation différentielle  
 marquée par (P) dans l'art. 137, est ici  $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{b dz^2}{a du^2} = 0$ ,

dont les trois racines sont  $\frac{dz}{du} = 0$ ,  $\frac{dz}{du} = 0$  &  $\frac{dz}{du} = -\frac{b}{a}$ ;

d'où il suit, 1.<sup>o</sup> Que des trois tangentes de la courbe au  
 point triple  $G$ , il y en a deux qui tombent l'une sur l'autre,  
 en se confondant avec l'ordonnée principale  $GL$ , ce qui fait  
 voir qu'il y a un point de Rebroussement en  $G$ , auquel  $GL$   
 est tangente \*.

\* Art. 137. n.<sup>o</sup> 2. 2.<sup>o</sup> Que la troisième tangente de la courbe  
 au point  $G$  est infinie, & se confond avec l'axe  $GQ$ , ce qui

\* Art. id. désigne une branche \*  $NG_n$  qui passe par le point de Re-  
 broussement  $G$ . Donc le point triple  $G$  de la courbe en ques-  
 tion est produit par le Rebroussement d'une portion de courbe  
 $MG_m$  & le passage d'une autre branche  $NG_n$ , de la même  
 courbe, par le point de Rebroussement  $G$ . Ce qu'il falloit faire  
 voir par cet Exemple.

#### REMARQUES.

CXLV. On remarquera, 1.<sup>o</sup> Que l'ordonnée principale

$GL$  est le diamètre de la courbe  $MGmNGn$  : car on a tou-

$$\text{jours } z = \pm \frac{1}{2} \sqrt{bu \pm u \sqrt{8uu + bb}}.$$

2.<sup>o</sup> Que toutes les droites menées parallèlement à l'axe  $GQ$ , du côté où les  $(u)$  sont positifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points, aussi-bien que celles qui sont, comme  $Mm$ , menées parallèlement à l'axe du côté où les  $(u)$  sont négatifs.

3.<sup>o</sup> Si l'on prend sur le diamètre  $GL$ , du côté où les  $(u)$  sont négatifs, le point  $A$ , tel que  $GA$  soit  $= \frac{b}{4\sqrt{2}}$ , & sur l'axe  $GQ$ , de part & d'autre du point  $G$ , les points  $S$  &  $\sigma$ , tels que  $GS$  &  $G\sigma$  soient l'une & l'autre  $= \frac{b}{4\sqrt{2}\sqrt{2}}$  : si par les

points  $A$  &  $S$ , & par les points  $A$  &  $\sigma$ , on tire les droites indéfinies  $ASE$  &  $A\sigma\epsilon$ , prolongées de part & d'autre du point  $A$ , ces droites seront les deux Asymptotes de la courbe  $MGmNGn$ . Si l'on prend sur le même diamètre  $GL$ , de part & d'autre du point  $G$ , les points  $\Omega$  &  $\Phi$ , tels que  $G\Omega$  ou  $G\Phi$  soient  $= \pm \frac{1}{8}b$  : si, par les points  $\Omega$  &  $\Phi$ , on mène, parallèlement à l'axe  $GQ$ , les droites  $E\Omega\epsilon$  &  $F\Phi f$ ; les points  $E, \epsilon, F$  &  $f$ , où ces droites rencontrent la courbe  $MGmNGn$ , sont ceux auxquels cette même courbe est coupée par les Asymptotes  $fASE$  &  $FA\sigma\epsilon$ .

### EXEMPLE III.

CXLVI. Soit la courbe  $MGmNBn^*$ , dans laquelle le \* Fig. 66.  
rapport des abscisses  $GQ$  ( $z$ ) aux ordonnées  $QM$  ( $u$ ) est exprimé par l'équation  $u^4 - bz u^2 - z^4 - 2bz^3 = 0$  : il est clair que cette équation n'est qu'un cas particulier de l'équation générale désignée par (30) dans l'art. 136; d'où il suit, que la courbe en question  $MGmNBn$  a un point triple à l'origine  $G$  de ses abscisses.

Mais puisque dans ce cas particulier, on a  $\Delta = 1, Q = 0, A = 0, B = 0, C = -b, E = 0, F = 0, K = -1, L = -2b$ , il est visible que l'équation marquée par (P)

Mem. 1731.

\* E ij

36 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

dans l'art. 137, est ici  $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz}{2du} = 0$ , dont les trois racines sont  $\frac{dz}{du} = 0$  &  $\frac{dz}{du} = \pm \sqrt{-\frac{1}{2}}$ ; or la racine  $\frac{dz}{du} = 0$  est réelle, & désigne une tangente en  $G$ , qui se con-

\* Art. 138. fond avec l'ordonnée principale  $GL^*$ , & les racines  $\frac{dz}{du} = \pm \sqrt{-\frac{1}{2}}$  sont des racines imaginaires qui désignent, en  $G$ , deux tangentes imaginaires. Donc des trois tangentes de la

\* Art. 137. courbe, au point triple  $G$ , il y en a une réelle & deux imaginaires; donc \* ce point triple  $G$  est un point triple invisible, ou, ce qui est la même chose, la triplicité de ce point est causée par l'adhésion, en  $G$ , d'une ovale infiniment petite sur la branche  $MGM$  de la courbe. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

R E M A R Q U E S.

CXLVII. Il est aisé de s'appercevoir, 1.° Que l'axe  $GQ$  est le diametre de la courbe  $MGMNBn$ , puisque l'on a

$$\text{toujours } u = \pm \sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb + 8bz + 4zz}}.$$

2.° En prenant, du côté où les abscisses  $GQ$  sont négatives, le point  $B$ , tel que  $GB$  soit  $= 2b$ , il est visible que le point  $B$  sera un point simple de la courbe, dont la tangente  $BT$  est parallèle à l'ordonnée principale  $GL$ .

3.° Toutes les droites, comme  $Mm$ , menées parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$  au de-là du point  $G$ , du côté où les  $(z)$  sont positifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il suit que cette courbe n'a que deux branches infinies  $GM$ ,  $Gm$ , qui s'étendent du côté des  $(z)$  positifs.

4.° Toutes les droites, comme  $Nn$ , menées parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$  au de-là du point  $B$ , par rapport au point  $G$ , ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il suit que cette courbe n'a que deux branches  $BN$ ,  $Bn$ , qui s'étendent à l'infini du côté des  $(z)$  négatifs.

5.° Toutes les droites menées parallèlement à l'ordonnée

principale  $GL$ , entre les points  $B$  &  $G$ , ne rencontrent jamais la courbe : car dès que  $(-z)$  est plus petit que  $2b$ , les

quatre racines  $u = \pm \sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb+8bz+4zz}}$  sont imaginaires; d'où il suit que les deux branches infinies  $GM, Gm$ , qui s'étendent du côté des abscisses positives, sont séparées des deux branches infinies  $BN, Bn$ , qui s'étendent du côté des abscisses négatives, par une portion  $GB$  de l'axe  $GQ$ , qui est  $= -2b$ .

## EXEMPLE IV.

CXLVIII. Soit la courbe  $MGmNBn^*$ , dans laquelle \* Fig. 67. le rapport des abscisses  $GQ$  ( $z$ ) aux ordonnées  $QM$  ( $u$ ) est exprimé par l'équation  $u^4 = z^4 + az^3$ , il est visible que cette courbe a un point triple à l'origine  $G$  de ses abscisses, puisque son équation est un cas particulier de l'équation générale marquée par (30) dans l'art. 136.

Mais puisque l'on a dans cet Exemple  $\Delta = 1$ ,  $Q = 0$ ,  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$ ,  $E = 0$ ,  $F = 0$ ,  $K = -1$  &  $L = -a$ , il est évident que l'équation marquée par (P) dans l'art. 137, est ici  $\frac{dz^3}{du^3} = 0$ , dont les trois racines sont  $\frac{dz}{du} = 0$ ,  $\frac{dz}{du} = 0$ , &  $\frac{dz}{du} = 0$ , qui étant réelles, égales & du même signe, désignent, en  $G$ , trois tangentes qui se confondent ensemble & avec l'ordonnée principale  $GL$ ; d'où il suit \* que ce point triple  $G$  est un *Lemnisceros* infiniment petit. \* Art. 137. n.º 4. Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.

## REMARQUES.

CXLIX. Il est visible, 1.º Que l'axe  $GQ$  est le diamètre de la courbe  $MGmNBn$ , puisque l'on a toujours

$$u = \pm \sqrt{\pm z\sqrt{zz+az}}$$

2.º Si l'on prend sur le diamètre  $GQ$ , du côté où les ( $z$ ) sont négatifs, le point  $B$ , tel que  $GB$  soit  $= a$ , il est évident que le point  $B$  est un point simple de la courbe en question,

### 38 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

dont la tangente  $BT$  est parallèle à l'ordonnée principale  $GL$ ;

3.° On trouvera qu'en ce point simple  $B$ , la courbe a une inflexion de la seconde espèce \*, c'est-à-dire, ce que M. de Maupertuis a nommé *point de serpentement*, dont la tangente est parallèle aux ordonnées, comme on vient de le dire.

\* Art. 50.  
n.° 4.  
1.° Mem.

4.° On remarquera enfin que cette courbe n'est composée que de quatre branches qui s'étendent à l'infini de part & d'autre de l'axe  $GQ$ , deux du côté des  $(z)$  positifs, & les deux autres du côté des  $(z)$  négatifs.

### E X E M P L E V.

\* Fig. 68. CL. Soit la courbe  $MGDGGmEBFM^*$ , dans laquelle le rapport des abscisses  $GQ(z)$  aux ordonnées  $QM(u)$  est exprimé par l'équation  $u^4 - 2z zuu + 2bz uu + \frac{5}{4}z^2 - 2bz^3 = 0$ . Il est clair que cette courbe a un point triple à l'origine  $G$  de son axe, puisque son équation n'est qu'un cas particulier de l'équation générale marquée par (30) dans l'art. 136 de ce Mémoire.

Mais puisque, dans cet Exemple, on a  $\Delta = 1$ ,  $Q = 0$ ,  $A = 0$ ,  $B = -2$ ,  $C = 2b$ ,  $E = 0$ ,  $F = 0$ ,  $K = \frac{5}{4}$  &  $L = -2b$ , il est visible que l'équation marquée par (P) dans l'art. 137, est ici  $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{dz}{du} = 0$ , dont les trois racines sont  $\frac{dz}{du} = 0$ ,  $\frac{dz}{du} = +1$ , &  $\frac{dz}{du} = -1$ . La première de ces trois racines fait voir qu'une des tangentes de la courbe, au point triple  $G$ , est réelle, & qu'elle se confond avec l'ordonnée principale  $GL$ ; d'où il suit qu'il y a une branche qui coupe l'axe, au point  $G$ , parallèlement à l'ordonnée principale. Les deux autres racines  $\frac{dz}{du} = \pm 1$ , étant réelles, font voir que les deux autres tangentes de la courbe, au point triple  $G$ , sont réelles & obliques à l'ordonnée principale  $GL$ , faisant avec cette droite chacune un angle de 45 degrés, & par conséquent qu'il y a deux autres branches  $CGM$ ,  $DGM$ , qui coupent l'axe obliquement au point  $G$ ; d'où il suit \* que ce point triple  $G$  est produit par

\* Art. 137.  
2.° 1.

l'intersection de trois branches  $CGD$ ,  $DGM$ ,  $CGM$ .  
Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.

## REMARQUES.

CLI. On peut remarquer, 1.<sup>o</sup> Que l'axe  $GQ$  est le diametre de la courbe  $MGDGCmEBFM$ , puisque l'on a

$$\text{toujours } u = \pm \sqrt{zz - bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{4bb - zz}}.$$

2.<sup>o</sup> Qu'en prenant sur le diametre  $GQ$ , du côté où les abscisses  $GQ(z)$  sont positives, le point  $B$ , tel que  $GB$  soit  $= \frac{8}{5}b$ , le point  $B$  est un point simple de la courbe en question où la tangente est parallele aux ordonnées  $QM$ .

3.<sup>o</sup> Si l'on prend sur le diametre  $GQ$ , de part & d'autre du point triple  $G$ , les points  $\Omega$  &  $\pi$ , tels que  $G\Omega$  &  $G\pi$  soient l'une & l'autre  $= 2b$ ; si, par les points  $\Omega$  &  $\pi$ , on mene les droites  $F\Omega E$ ,  $C\pi D$ , paralleles aux ordonnées; cela fait, si l'on prend 1.<sup>o</sup> sur la parallele  $F\Omega E$ , de part & d'autre du point  $\Omega$ , les points  $F$  &  $E$ , tels que  $\Omega F$  &  $\Omega E$  soient l'une & l'autre  $= b\sqrt{2}$ : les points  $F$  &  $E$  seront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à l'ordonnée principale  $GL$ , & en même temps les limites de la courbe du côté où les abscisses sont positives. 2.<sup>o</sup> Si l'on prend sur la parallele  $C\pi D$ , de part & d'autre du point  $\pi$ , les points  $C$  &  $D$ , tels que  $\pi C$  &  $\pi D$  soient l'une & l'autre  $= b\sqrt{6}$ : les points  $C$  &  $D$  seront ceux où la courbe touche la parallele  $C\pi D$  & en même temps les limites de la courbe du côté où les abscisses sont négatives.

4.<sup>o</sup> On trouvera que toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale  $GL$ , entre les points  $G$  &  $B$ , ne rencontrent la courbe qu'en deux points; mais que les paralleles à cette droite  $GL$ , menées entre les points  $B$  &  $\Omega$ , la rencontrent en quatre points. D'où il suit, & de ce qui a été dit dans les nombres précédents, que cette courbe forme, du côté où les abscisses sont positives, une espece de coeur  $GMFBEmG$ .

5.<sup>o</sup> On trouvera de même que toutes les droites, menées



40 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$  entre les points  $G$   
 &  $\pi$ , rencontrent la courbe en quatre points : d'où il suit, &  
 de ce qui a été dit dans le nomb. 3, que cette courbe forme,  
 du côté où les abscisses sont négatives, deux especes de *Fo-*  
*lium*  $G\phi CG$  &  $G\epsilon DG$ .

6.° Enfin on trouvera que toutes les droites menées, pa-  
 rallelement aux ordonnées  $QM$ , au de-là des points  $\Omega$  &  $\pi$ ,  
 par rapport au point  $G$ , ne rencontreront la courbe en aucun  
 point, à quelque distance qu'elles soient des points  $\Omega$  &  $\pi$  :  
 d'où il suit que la courbe en question ne s'étend pas au de-là  
 des points  $\Omega$  &  $\pi$ , qu'elle rentre en elle-même, & par con-  
 séquent qu'elle n'est composée que de deux *Folium*  $G\phi CG$ ,  
 $G\epsilon DG$ , & de l'espece de cœur  $GMFBEmG$  : ce qui  
 pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllocardie*.

### PROPOSITION XIII.

#### PROBLÈME.

CLII. Une ligne du 4.<sup>me</sup> ordre étant donnée. Ou, ce qui  
 est la même chose, l'équation qui exprime le rapport des ordonnées  
 aux abscisses d'un axe quelconque de cette courbe étant donnée,  
 trouver si cette courbe a un point triple.

#### SOLUTION.

Supposons que la nature de la courbe en question est  
 donnée par l'équation générale qu'on voit ici marquée par  
 (4D) : cette équation exprime la nature de toutes les lignes  
 du 4.<sup>me</sup> ordre\*, & par conséquent ce qu'on dira de cette  
 équation pourra s'appliquer à toutes les équations particulières  
 des lignes du 4.<sup>me</sup> ordre.

\* Art. 31.  
 1.<sup>er</sup> Mem.

$$(4D) \dots \Delta u^4 \left. \begin{array}{l} + 9z \\ + A \end{array} \right\} u^3 \left. \begin{array}{l} + 6zz \\ + 7z \\ + d \end{array} \right\} u^2 \left. \begin{array}{l} + 4z^2 \\ + 11z^2 \\ + \lambda z \\ + \mu \end{array} \right\} u \left. \begin{array}{l} + 1z^3 \\ + 1z^3 \\ + 11z^2 \\ + 9z \\ + e \end{array} \right\} = 0.$$

Si on différentie cette équation, on aura le rapport de  
 (du)

# DES SCIENCES:

4. 1

(du) à (dz) exprimé par la fraction marquée ici par (Σ); dont le numérateur & le dénominateur deviendront égaux à zero, dans tous les points multiples de la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre \*.

\* Art. 46.  
1.<sup>re</sup> Mem.

$$(\Sigma) \dots \frac{du}{dz} = - \left\{ \frac{qu^3 + 2Gz + 2 \times u^2 + 3Gz + 2 \times u + 4vz^2 + 3pz^2 + 2\pi z + 9}{4u^3 + 3qz + 3A \times u^2 + 2Gz + 2 \times u + 2d \times u + 2z^2 + 2 \times u + 2z + \mu} \right\}$$

Si on différentie séparément (suivant l'art. 163 de l'Analyse des Infiniments petits) le numérateur & le dénominateur de cette fraction, on aura les deux nouvelles fractions marquées ici par (M) & par (2M).

$$(M) \dots \frac{du}{dz} = - \left\{ \frac{2Gu^2 + 6Gz + 2 \times u + 12vz^2 + 6pz^2 + 2\pi}{3qu^2 + 4Gz + 2 \times u + 3Gz + 2 \times u + \lambda} \right\}$$

$$(2M) \dots \frac{du}{dz} = - \left\{ \frac{3qu^2 + 4Gz + 2 \times u + 3Gz + 2 \times u + \lambda}{12 \Delta u^2 + 6qz + 6A \times u + 2Gz + 2 \times u + 2d} \right\}$$

Or il est constant\* que si l'on substitue, dans les fractions (M) & (2M), au lieu de (z) & de (u), leurs valeurs au point triple, de la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre dont la nature est exprimée par l'équation (4D); il est constant, dis-je, que les numérateurs & les dénominateurs de ces deux fractions deviendront les uns & les autres égaux à zero. Ainsi la Solution du Probleme se réduit à trouver quelles sont les valeurs des indéterminées (z) & (u), qui étant substituées dans les fractions (M) & (2M), font évanouir en même temps les numérateurs & les dénominateurs de ces deux fractions.

\* Art. id.

Pour trouver les valeurs en question des indéterminées (z) & (u), soient les trois équations désignées\* par (A), (B), (C), qui ne diffèrent, sçavoir, la première du numérateur de la fraction (M) égalé à zero; la seconde du dénominateur de cette fraction, ou (ce qui est la même chose) du numérateur de la fraction (2M) égalé à zero; la troisième du dénominateur de la fraction (2M) aussi égalé à zero; qu'en ce que l'on a mis, au lieu de l'indéterminée (u), l'indéterminée (y), & qu'on a ôté les communs diviseurs.

\* V. ces trois équations à la page suivante.

Mem. 1731.

F

## 42 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

$$(A) \dots 6y^2 + 3\epsilon z + \eta \times y + 6\gamma z^2 + 3\rho z + \pi = 0.$$

$$(B) \dots 3qy^2 + 4\epsilon z + 2\gamma \times y + 3\epsilon z^2 + 2\eta z + \lambda = 0.$$

$$(C) \dots 6\Delta y^2 + 3qz + 3A \times y + 6z^2 + \gamma z + \delta = 0.$$

Cela posé; il est visible, 1.<sup>o</sup> Que les trois équations (A), (B), (C), désignent trois lignes du 2<sup>d</sup> ordre, qui peuvent être construites, toutes les trois, sur l'axe des (z) de la ligne donnée du 4.<sup>me</sup> ordre, dont la nature est exprimée par l'équation (4D). 2.<sup>o</sup> Que ces trois lignes du 2<sup>d</sup> ordre, que je nomme ici les *Courbes auxiliaires* du Probleme, peuvent se rencontrer en un même point du plan sur lequel elles sont décrites. 3.<sup>o</sup> Que le point d'intersection, de ces trois courbes auxiliaires, peut tomber sur un des points de la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre.

Or, je dis que la ligne donnée du 4.<sup>me</sup> ordre aura un point triple dans l'endroit où l'intersection des trois courbes auxiliaires tombera. Car 1.<sup>o</sup> si les trois courbes auxiliaires se coupent en un même point, la substitution, des valeurs de l'ordonnée & de l'abscisse correspondante à ce point d'intersection, fait évanouir tous les termes des équations (A), (B), (C), & par conséquent tous ceux des numérateurs & des dénominateurs des fractions (M) & (2M), quand l'indéterminée (u) est égale à l'indéterminée (y). 2.<sup>o</sup> Mais le point d'intersection, des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4.<sup>me</sup> ordre, il est constant que l'indéterminée (y) des trois équations (A), (B), (C), est égale, en ce point, à l'indéterminée (u) des fractions marquées par (M) & par (2M). Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires (A), (B), (C), tombant sur la ligne donnée du 4.<sup>me</sup> ordre, fait connoître les valeurs des indéterminées (z) & (u), qui étant substituées dans les fractions (M) & (2M), font évanouir les numérateurs & les dénominateurs de ces fractions. Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4.<sup>me</sup> ordre, désigne l'endroit de cette ligne où est son point triple.

Or, 1.<sup>o</sup> il est aisé de connoître, par les premiers principes

de l'application de l'Algebre à la Géométrie, non seulement si les trois courbes auxiliaires, désignées par les équations  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , se rencontrent en un même point, mais encore qu'elles sont les valeurs de l'ordonnée & de l'abscisse qui correspondent à ce point d'intersection.

2.<sup>o</sup> Il est aussi aisé de connoître si ce point d'intersection, des trois courbes auxiliaires, tombe sur la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre : car, dès le moment qu'on a les valeurs de l'abscisse & de l'ordonnée communes aux trois courbes auxiliaires, en substituant ces valeurs dans l'équation  $(4D)$ , au lieu des indéterminées  $(z)$  &  $(u)$ , si la substitution fait évanouir tous les termes de l'équation  $(4D)$ , il sera évident que le point commun d'intersection des trois courbes auxiliaires  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , tombe sur la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, & par conséquent que cette ligne a un point triple en cet endroit ; au contraire si la substitution ne fait pas évanouir tous les termes de l'équation  $(4D)$ , il sera évident que l'intersection commune des trois courbes auxiliaires  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , ne tombe pas sur la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, & par conséquent que cette ligne du 4.<sup>me</sup> ordre n'a aucun point triple.

3.<sup>o</sup> Enfin si les trois courbes auxiliaires  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , ne se rencontrent pas toutes les trois en un même point (ce qui est encore très-aisé de connoître par les premiers principes de l'application de l'Algebre à la Géométrie) la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre, désignée par l'équation  $(4D)$ , n'aura aucun point triple.

Donc par le moyen des trois équations auxiliaires  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , on connoîtra toujours si une ligne quelconque du 4.<sup>me</sup> ordre, désignée par l'équation  $(4D)$ , a un point triple, & le lieu où il est situé, ou bien si elle n'en a pas. *Ce qu'il falloit trouver.*

#### EXEMPLE I.

CLIII. On demande s'il y a un point triple sur la courbe  $M_m B G C B D M^*$ , dans laquelle le rapport des abscisses \* Fig. 69.  $GP(z)$  aux ordonnées  $PM(u)$  est exprimé par l'équation suivante  $(\mathcal{A})$ .

F ij

$$(E) \dots u^4 - bu^3 \left\{ \begin{array}{l} + 6zz \\ - \frac{17}{5}bz \\ + \frac{11}{15}bb \end{array} \right\} u^2 \left\{ \begin{array}{l} + bz \\ - \frac{1}{5}b^2z \\ + \frac{1}{15}b^3 \end{array} \right\} u \left\{ \begin{array}{l} + 5z^2 \\ - 3bz^2 \\ + \frac{1}{5}b^2z^2 \\ - \frac{1}{15}b^3z \end{array} \right\} = 0.$$

En comparant cette équation avec celle qu'on a désignée dans l'article précédent par la caractéristique  $(4D)$ , il est évident qu'on a ici  $\Delta = 1$ ,  $q = 0$ ,  $A = -b$ ,  $C = 6$ ,  $\gamma = -\frac{17}{5}b$ ,  $\delta = \frac{11}{15}bb$ ,  $\epsilon = 0$ ,  $\eta = b$ ,  $\lambda = -\frac{2}{5}bb$ ,  $\nu = 5$ ,  $\rho = -3b$ ,  $\pi = \frac{2}{5}bb$ : d'où il suit que les trois équations auxiliaires, marquées dans l'article précédent, par  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , sont, dans cet Exemple, telles qu'on les voit ici en  $(A)$ ,  $(B)$  &  $(C)$ .

$$(A) \dots y^2 + \frac{1}{6}by + 5z^2 - \frac{2}{5}bz + \frac{1}{15}bb = 0.$$

$$(B) \dots z - \frac{17}{60}b \times y = \frac{1}{60}bb - \frac{1}{12}bz.$$

$$(C) \dots y^2 - \frac{1}{2}by + zz - \frac{17}{30}bz + \frac{11}{150}bb = 0.$$

Le lieu de l'équation marquée par  $(A)$  est une Ellipse; celui de la seconde marquée par  $(B)$  est une Hyperbole entre ses Asymptotes, & celui de la troisième est encore une Ellipse.

\* On n'a point tracé ces trois Sections coniques dans la Figure 69, de crainte de la rendre trop confuse.

Or, si l'on avoit décrit sur l'axe  $GP$ , de la ligne du 4<sup>me</sup> ordre  $MmBGCBDM$ , les trois Sections coniques\*, qui sont les lieux des trois équations précédentes  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , on verroit que ces trois Sections coniques se couperont mutuellement sur leur axe  $GP$ , en un même point  $B$ , distant de  $G$ , origine des  $(z)$  de la grandeur  $GB = \frac{1}{5}b$ : en sorte qu'en ce point  $B$  de l'axe  $GP$ , commun aux trois courbes auxiliaires, on a dans les trois courbes  $z = \frac{1}{5}b$  &  $y = 0$ .

Mais cette commune intersection, des trois courbes auxiliaires, tombe aussi sur la ligne du 4<sup>me</sup> ordre  $MmBGCBDM$ , dont la nature est exprimée par l'équation  $(E)$ ; car tous les termes de cette équation  $(E)$  s'évanouissent, lorsqu'on y substitue, au lieu de  $(z)$ , la valeur  $\frac{1}{5}b$ , & au lieu de l'indéterminée  $(u)$ , la valeur (zero) qui convient à l'indéterminée  $(y)$  au point d'intersection  $B$  des trois Sections coniques auxiliaires.

Donc il est constant que la courbe  $MmBCBDM$ , qu'on suppose n'être connue que par son équation ( $\mathcal{A}$ ), a un point triple sur son axe  $GP$ , en un point  $B$ , distant de  $G$ , origine des ( $z$ ), de la grandeur  $GB = \frac{b}{5}$ . *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

## REMARQUE I.

CLIV. Si l'on veut connoître la nature du point triple  $B$ , dont on vient de découvrir l'existence & la situation sur la courbe  $MmBGCBDM$ , on commencera (en conséquence de l'art. 54 du premier Mémoire, & de l'art. 137 de celui-ci), on commencera, dis-je, par différentier trois fois l'équation ( $\mathcal{A}$ ), suivant la méthode de M. Bernoulli, il en résultera l'équation différentielle marquée ici par ( $\Sigma$ ),

$$(\Sigma) \dots \left\{ \begin{array}{l} +120z \\ -18b \end{array} \right\} dz^3 + \left\{ \begin{array}{l} +72u \\ +6b \end{array} \right\} du dz^2 + \left\{ \begin{array}{l} +72z \\ -12b \end{array} \right\} du^2 dz + \left\{ \begin{array}{l} +24u \\ -6b \end{array} \right\} du^3 = 0,$$

dans laquelle on substituera au lieu de ( $z$ ) & de ( $u$ ) les valeurs trouvées (par l'article précédent) de l'abscisse & de l'ordonnée correspondantes au point triple  $B$ , qui sont \*  $z = \frac{1}{5}b$ , &  $u = 0$ . Cette substitution donne l'égalité marquée ici par ( $P$ ),

$$(P) \dots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz^2}{du^2} - \frac{dz}{du} - 1 = 0,$$

dont les trois racines sont  $\frac{dz}{du} = 1$ ,  $\frac{dz}{du} = -1$ , &  $\frac{dz}{du} = -1$ ,

c'est qui fait voir que des trois tangentes de la courbe au point triple  $B$ , il y en a deux qui tombent exactement l'une sur l'autre, tandis que la troisième tangente  $\theta B$ , coupe les deux premières, à angles droits. D'où il suit, 1.<sup>o</sup> Que le point triple  $B$ , trouvé par l'article précédent, est un Rebroussement\* par lequel il passe une troisième branche de la courbe.

2.<sup>o</sup> Que les tangentes au point triple  $B$ , font avec l'axe  $GP$ , des angles  $TBP$ , &  $\theta BP$  de quarante-cinq degrés.

## REMARQUE II.

CLV est aisé de prouver, 1.<sup>o</sup> Que la droite  $ABT$ ,

46 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
tangente de la courbe  $MmBGCBDM$  au point de rebroussement  $B$ , est le diametre de cette courbe.

2.<sup>o</sup> Qu'en prenant, sur ce diametre  $BA$ , le point  $A$ ; tel que  $BA$  soit  $= \frac{b}{\sqrt{2}}$ , si, par ce point  $A$ , on mène; parallelement à la tangente  $B\theta$ , la droite  $DBC$ , sur laquelle on prenne, de part & d'autre du point  $A$ , les parties  $AD$ ,  $AC$ , l'une & l'autre égales à  $\frac{b}{\sqrt{2}}$ , les points  $D$  &  $C$  seront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à  $B\theta$ .

3.<sup>o</sup> Que toutes les droites, menées parallelement à  $AD$  entre les points  $A$  &  $B$ , rencontrent toujours la courbe en quatre points.

4.<sup>o</sup> Que cette courbe rentre en elle-même, & ne s'étend pas le long de son diametre  $BA$  au de-là des points  $A$  &  $B$ , en sorte qu'elle ne forme qu'un double *Folium*  $BmMDBBCCnB$ , ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllon*, pour la distinguer de l'Ovale bifoliée du 4.<sup>me</sup> ordre \*.

\* Art. 99.  
2.<sup>d</sup> Mem.

#### EXEMPLE II.

CLVI. On demande s'il y a un point triple sur la courbe  $MBm A^*$ , dans laquelle le rapport des abscisses  $GQ$  ( $z$ ) aux ordonnées  $QM$  ( $u$ ) est exprimé par l'équation ( $\Omega$ ).

$$(\Omega) \dots u^4 - 4bu^3 \left\{ \begin{array}{l} + 2zz \\ - 6bz \\ + 10b^2 \end{array} \right\} uu + 12bbz \left\{ \begin{array}{l} - 4bz \\ - 12b^2 \end{array} \right\} u \left\{ \begin{array}{l} + \frac{1}{4}z^4 \\ - 7bz^3 \\ + \frac{11}{4}b^2z^2 \\ - 17b^3z \\ + \frac{11}{4}b^4 \end{array} \right\} = 0.$$

Puisque dans cet Exemple on a  $\Delta = 1$ ,  $q = 0$ ,  $A = -4b$ ,  $C = 2$ ,  $\gamma = -6b$ ,  $\delta = 10b^2$ ,  $\epsilon = 0$ ,  $\eta = -4b$ ,  $\lambda = 12b^2$ ,  $\mu = -12b^3$ ,  $\nu = \frac{5}{4}$ ,  $\rho = -7b$  &  $\pi = \frac{11}{2}bb$ ; \* Art. 152. il est évident \* que les équations des trois courbes *auxiliaires* seront telles qu'on les voit ici marquées par  $(A)$ ,  $(B)$  &  $(C)$ .

$$(A) \dots yy - 2by + \frac{15}{4}zz - \frac{21}{2}bz + \frac{31}{4}bb = 0;$$

$$(B) \dots zy - \frac{3}{2}by - bz + \frac{3}{2}bb = 0.$$

$$(C) \dots yy - 2by + \frac{1}{2}zz - bz + \frac{5}{3}bb = 0.$$

Or il est visible, 1.<sup>o</sup> Que ces trois lignes *auxiliaires*, dont la première est une Ellipse, la seconde une ligne droite parallèle à l'axe  $GQ$ , la troisième une autre Ellipse; il est, dis-je, évident que ces trois lignes *auxiliaires* \*, étant décrites sur l'axe  $GQ$  de la courbe  $MBmA$ , se rencontrent toutes les trois en un point  $B$ , auquel l'abscisse  $GT(z)$ , commune aux trois lignes *auxiliaires*, est  $=b$ , & où l'ordonnée  $BT(y)$  commune aux trois mêmes lignes est aussi  $y=b$ .

\* On ne les a pas tracées dans la Figure 70, dans la crainte d'y causer trop de confusion, mais il est aisé de les suppléer.

2.<sup>o</sup> Il est constant que ce point d'intersection  $B$ , des trois lignes *auxiliaires*, tombe sur la ligne du 4.<sup>me</sup> ordre  $MBmA$ : car la substitution de  $b$ , au lieu de  $(z)$ , & celle de  $b$ , au lieu de  $u$ , dans l'équation de la courbe, désignée ci-dessus par la caractéristique  $(\Omega)$ , fait évanouir tous les termes de cette équation.

Donc la courbe  $MBmA$ , dont la nature est exprimée par l'équation  $(\Omega)$ , a un point triple. Donc si l'on prend, sur l'axe  $GQ$ , la partie  $GT=b$ , & sur une droite  $TB$ , parallèle à l'ordonnée principale  $GL$  & menée par le point  $T$ , la partie  $TB=b$ , le point  $B$  sera le point triple de cette courbe  $MBmA$ . *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

## REMARQUE I.

CLVII. Si l'on veut maintenant connoître la nature de ce point triple  $B$ , il faut \* différencier trois fois l'équation  $(\Omega)$  de cette courbe, il en résultera l'équation suivante marquée par  $(\Sigma)$ , dans laquelle on substituera, au lieu de  $(z)$  & de  $(u)$ , \* Art. 54. 1.<sup>er</sup> Mem. & 137.

$$(\Sigma) \dots \left\{ \begin{array}{l} +6u \\ -6b \end{array} \right\} du^3 + \left\{ \begin{array}{l} +6z \\ -6b \end{array} \right\} dz du^2 + \left\{ \begin{array}{l} +6u \\ -6b \end{array} \right\} dz^2 du + \left\{ \begin{array}{l} +\frac{1}{2}z \\ -\frac{1}{2}b \end{array} \right\} dz^3 = 0.$$

leurs valeurs au point triple  $B$ , qui sont \*  $z=b$  &  $u=b$ . \* Art. précéd.

Cette substitution réduit l'équation  $(\Sigma)$  à celle que l'on voit ici en  $(P)$ , dont les trois racines sont  $\frac{dz}{du} = 0$ ,  $\frac{dz}{du} = \sqrt{-1}$

$$(P) \dots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz}{du} = 0.$$

&  $\frac{dz}{du} = -\sqrt{-1}$ , ce qui fait voir que des trois tangentes de la courbe au point triple  $B$ , il y en a deux imaginaires



48 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

\* Art. 54.  
1.<sup>re</sup> Mem.  
& 137.  
n.<sup>o</sup> 3.

& une réelle, & par conséquent que ce point triple  $B^*$  est causé par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. Mais, puisque la racine réelle, de l'équation  $(P)$ , est  $\frac{dz}{dx} = 0$ , il est visible que la tangente réelle, du point triple  $B$ , est parallèle à l'ordonnée principale  $GL$ , & qu'elle se confond par conséquent avec l'ordonnée particulière  $BT$ .

R E M A R Q U E I I.

CLVIII. On peut remarquer ici, au sujet de cette courbe, 1.<sup>o</sup> Que la droite  $BA$ , menée par le point triple  $B$ , parallèlement à l'axe  $GQ$ , est le diamètre de la courbe  $MBmA$ , dont la nature est exprimée par l'équation  $(\Omega)^*$ .

2.<sup>o</sup> Qu'en prenant sur le diamètre  $BA$ , du côté où les  $(z)$  sont positifs, le point  $A$ , tel que  $BA$  soit  $= \frac{8}{3}b$ , le point  $A$  est celui où la courbe coupe son diamètre parallèlement à l'ordonnée principale  $GL$ .

3.<sup>o</sup> Que toutes les droites menées, parallèlement à cette ordonnée principale  $GL$ , entre les points  $B$  &  $A$ , rencontrent toujours la courbe en deux points  $M$  &  $m$ ; au lieu que toutes les droites menées, parallèlement à cette ordonnée principale  $GL$ , au de-là du point  $A$ , du côté où les abscisses sont positives, ou au de-là du point  $B$ , du côté où les abscisses sont négatives, ou bien entre les droites  $BT$ ,  $GL$ , ne rencontrent jamais la courbe, à quelques distances qu'elles soient des points  $A$  &  $B$ . D'où il suit que la courbe en question n'a que deux branches  $BMA$ ,  $BmA$ , qui se réunissent en  $A$  & en  $B$ , & une ovale infiniment petite, adhérente en  $B$ ; en sorte que cette courbe pourroit être nommée *Ovale ponctuée* du 4.<sup>me</sup> ordre, à cause qu'il y a, en  $B$ , une ovale infiniment petite, qui y est, pour ainsi dire, réduite en un seul point.

A V E R T I S S E M E N T.

*Nous finirons ici la théorie des Points multiples, dont les Lignes du 4.<sup>me</sup> ordre sont susceptibles, en avertissant néanmoins que ce qu'on*

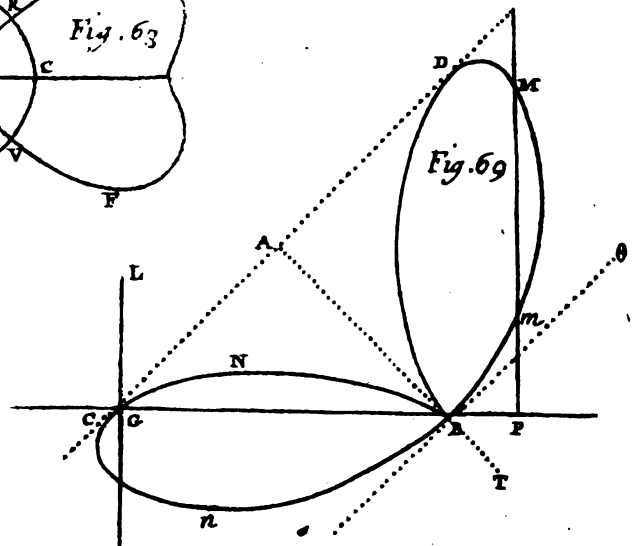
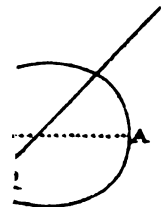
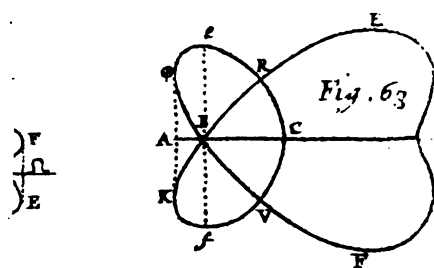
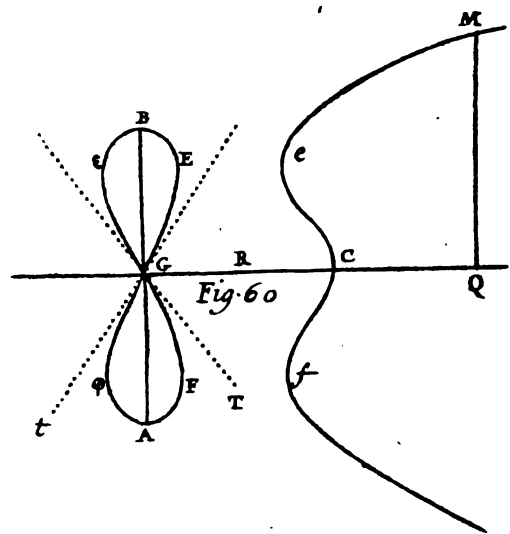
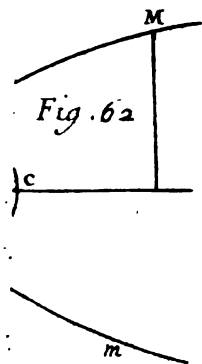
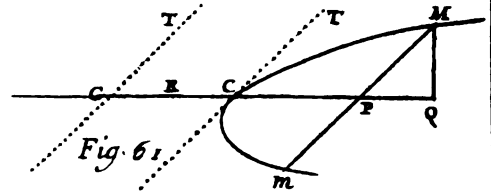
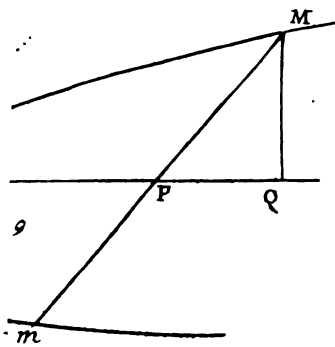




Fig. 64.

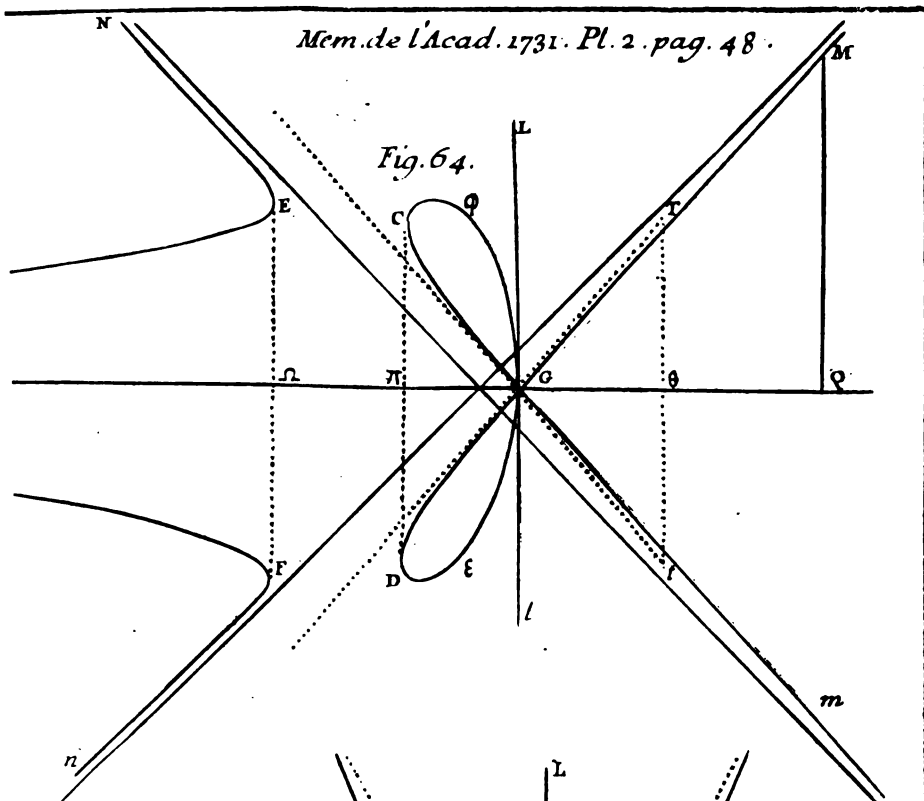
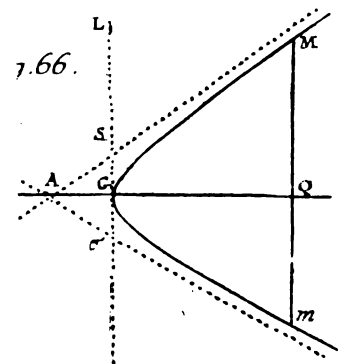
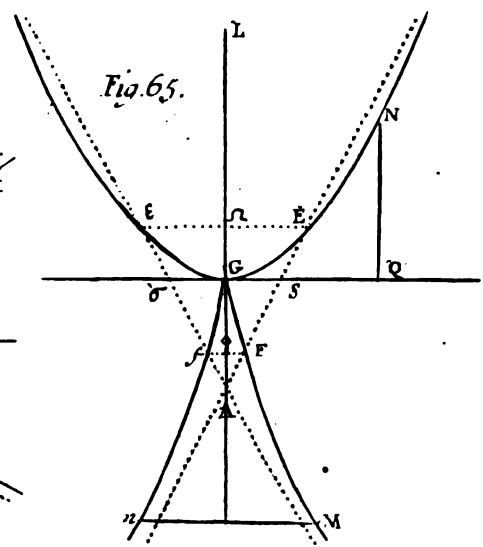


Fig. 65.



J. Bernoulli del.



*dit ( Proposition VII. ) \* sur la manière de trouver si une Ligne du 4.<sup>me</sup> ordre a un, deux, ou trois points doubles, & Proposition XIII. ) \* sur la manière de trouver si une Ligne du 4.<sup>me</sup> ordre à un point triple, peut s'appliquer aux Lignes d'un ordre quelconque. Il n'est même pas difficile de voir que la méthode indiquée dans l'art. 152 de ce Mémoire pour trouver si une Ligne donnée du 4.<sup>me</sup> ordre à un point triple peut aisément s'appliquer à ce Probleme général : Une Ligne algébrique de l'ordre  $n$  étant donnée, trouver si elle a un point multiple de l'ordre  $n - 1$ . 2.<sup>o</sup> Que la méthode, dans l'art. 90 du second Mémoire, pour trouver si une Ligne algébrique du 4.<sup>me</sup> ordre à des points doubles, peut aisément s'appliquer à ce Probleme général : Une Ligne algébrique de l'ordre  $n$  étant donnée, trouver si elle a des points multiples dont la multiplicité soit exprimée par  $n - 2$ . 3.<sup>o</sup> Enfin, en suivant la route qu'on a tenue dans la Solution des art. 90 & 152, trouver celle qu'il faut tenir pour passer à la Solution de celui-ci : Une Ligne algébrique de l'ordre  $n$  étant donnée, trouver si elle a des points multiples dont la multiplicité soit exprimée par  $n - 3$ , ou par  $n - 4$ , ou bien par  $n - 5$ , ou par  $n - 6$ , & ainsi des*

\* Art. 90.

1.<sup>er</sup> Mem.

\* Art. 152.

*onnera, dans les Sections qui suivront ce Mémoire, l'Énumération des Lignes du 4.<sup>me</sup> ordre, tout ce qu'on a dit jusqu'ici encore que les Principes généraux sur lesquels cette énumération est fondée. Il n'a pas été possible de faire imprimer tout dans les Mémoires d'une même année.*



*DE L'ADHERENCE  
DES PARTIES DE L'AIR ENTRE ELLES,  
Et de leur adhérence aux Corps qu'elles touchent.*

Par M. PETIT le Médecin.

10 Février  
1731.

**D**E toutes les choses nécessaires pour la continuation de nôtre vie, il n'y en a point de plus importante que l'Air. Nous pouvons vivre plusieurs jours sans boire & manger, mais nous ne pouvons rester que quelques moments sans respirer. Il faut nécessairement de l'Air, pour conserver la circulation du Sang & des Esprits, en quoi consiste la vie. Ce fluide nous environne toujours, nous y sommes comme dans un bain perpétuel; il fait la principale partie de l'Atmosphère; il y est mêlé avec des parties aqueuses, salines, sulfureuses, terrestres, &c. \* entre lesquelles coule la matière éthérée qui en est, pour ainsi dire, l'ame, & qui avec l'Air, les entretient toutes en mouvement. Il entre dans la composition de tous les Corps animés & inanimés. C'est l'Air, aidé de la matière éthérée, qui produit les changements qui leur arrive. C'est par son ressort qu'il produit les ébullitions, les fermentations, les fulminations. Il est le principal agent dans la génération, la nourriture, l'accroissement, & le mouvement des Animaux, des Plantes & des Minéraux.

Toutes les nouvelles connoissances que nous pouvons nous procurer sur les propriétés de l'Air nous seront toujours importantes. Nous connoissons son ressort qui fait sa condensation & sa rarefaction, & par lequel il opère tant de merveilles. Nous allons faire voir dans ce Mémoire, par des expériences, que les parties de l'Air sont adhérentes à

\* V. Boyle tom. 1. *suspici. de latentib. quibusdam qualitat. aëris*, p. 1, où il dit qu'il n'y a peut-être point dans la Nature de corps plus hétérogène.

tous les Corps qu'elles touchent, & sont aussi adhérentes entr'elles.

Il y a peu de personnes qui ne se soient apperçûes des bulles d'air qui se forment au fond des vases dans lesquels on met de l'eau, & sur les corps que l'on jette dans cette eau, mais on n'a pas poussé plus loin cette observation.

L'attention que j'ai à tout ce qui se passe dans mes expériences, m'a fait appercevoir, en faisant des dissolutions de Sels, qu'il se formoit des bulles d'air sur la superficie de ces Sels au fond de l'eau, mais encore qu'il s'élevoit de temps en temps quelques-unes de ces bulles qui enlevoient perpendiculairement avec elles des molécules de Sel jusqu'à la superficie de la liqueur où les bulles se dissipoient, & les molécules des Sels retomboient au fond de la liqueur. Cela se voit bien dans la dissolution de Sel armoniac, & dans la dissolution de Sublimé corrosif. J'ai observé la même chose dans la dissolution du Fer, du Zinc, des Yeux d'Ecrevisse, du Corail, de la Chaux, dans l'Esprit de Vitriol : mais pour le bien voir, il faut tempérer ce dissolvant avec égale partie d'eau ; car lorsqu'il est pur, il agit d'une manière confuse & tumultueuse, l'ébullition empêche que l'on ne distingue les parties métalliques ou terrestres enlevées par les parties d'air.

On observe plusieurs choses dans ces expériences. 1.<sup>o</sup> Les bulles d'air sont toujours plus grosses que les molécules de Sels & de Métaux qu'elles enlèvent. 2.<sup>o</sup> Les bulles d'air les plus grosses enlèvent de plus grosses molécules. Il y a des bulles qui ont jusqu'à une ligne & demie de diametre, qui enlèvent des molécules de Sels de demi-ligne d'épaisseur. 3.<sup>o</sup> Les bulles d'airs s'étant élevées à la superficie de la liqueur, se dissipent en se réunissant à l'air extérieur, & les molécules que ces bulles ont enlevées, se précipitent dans le moment au fond de la liqueur \*. 4.<sup>o</sup> Lorsque les bulles d'air ne se

\* V. *Leeuwenhoek*, tom. 2. pag. 3. où il parle de la quantité d'air qui sort d'un morceau d'Yeux d'Ecrevisse gros comme un grain de Sable très-fin, & qui est élevé à la superficie de la liqueur par ces bulles, & qui retombe au fond après que les bulles sont dissipées.



## 52 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

diffipent pas, comme il arrive quelquefois, les molécules de Sel ou de Métal ne se précipitent pas, & restent attachées aux bulles d'air. 5.° Il y a des molécules qui se précipitent avant qu'elles soient parvenues à la superficie de la liqueur: Elles abandonnent les bulles d'air qui continuent leur chemin jusqu'à la superficie de la liqueur; ce qui arrive lorsque les bulles d'air n'ont pas une grosseur proportionnée à la pesanteur des molécules, qui se trouvant trop pesantes, se séparent facilement des bulles d'air. Cela se rencontre fréquemment dans la dissolution des Métaux, & rarement dans la dissolution des Pierres & des Sels. C'est pour cette même raison qu'il y a des bulles d'air qui restent au fond de la liqueur, attachées aux molécules des Sels & des Métaux, trop pesantes pour être enlevées par la bulle. 6.° Lorsque les bulles sont fort grosses, & qu'elles enlèvent des molécules pesantes, il est facile de s'appercevoir que ces bulles sont un peu allongées de haut en bas.

Après cela il n'est pas difficile de découvrir la raison pourquoi les bulles d'air enlèvent avec tant de facilité des molécules de corps solides, malgré la pesanteur spécifique de ces corps par rapport à celle de l'air, qui est le corps le plus léger que nous connoissons. C'est par cette même légèreté qu'il enlève ces molécules, mais il ne peut le faire sans que les bulles ne soient, pour ainsi dire, attachées aux molécules des corps par l'adhérence qu'ils ont contractés ensemble au moment de leur contact. Les molécules ne sont adhérentes qu'à quelques-unes des particules de l'air qui composent les bulles, il est facile de s'en convaincre par la vûë, il faut donc que les particules de l'air soient adhérentes les unes aux autres, sans quoi la pesanteur des molécules les sépareroit facilement, & ces molécules ne pourroient être enlevées, il faut même que cette adhérence soit forte pour soutenir le poids que les bulles d'air enlèvent.

Il se forme des bulles sur d'autres corps que sur les Sels: Il s'en forme de grosses sur le Fer, l'Antimoine, de moyennes sur le Zinc, le Bismuth, le Cuivre, l'Étain, le Plomb, les

Pierres & tous les Corps pierreux, & principalement si on se sert de morceaux cassés ou rompus. Il ne se forme point, ou très-peu de bulles apparentes sur l'Or, l'Argent, l'Étain, le Plomb, le Fer, & généralement sur tous les Métaux qui ont été polis & planés, & sur le Mercure. L'on n'en apperçoit point sur le Verre, à moins qu'il ne soit cassé, & pour lors il s'en forme sur les cassures. C'est ce qui fait qu'il ne s'en forme point d'apparentes sur la superficie interne des fioles dans lesquelles on met de l'eau, à moins qu'il n'y ait de la crasse, ou quelque bulle de Verre qui produise quelque inégalité où il se forme des bulles d'air. C'est ce que j'ai remarqué, en faisant les expériences suivantes.

J'ai pris plusieurs petites fioles, j'y ai mis de l'eau jusqu'au bas du goulot. J'ai ajouté dans l'une des pointes de clous neufs de maréchaux, les clous se sont garnis de bulles d'air; j'ai secoué la fiole, les bulles ont quitté le Fer, & se sont élevées à la superficie de la liqueur où elles se sont dissipées. Si on a pris garde à l'endroit où l'eau étoit élevée dans le goulot, on remarque qu'après avoir dissipé les bulles, l'eau est baissée assés considérablement.

J'ai mis dans une autre fiole de l'Antimoine cassé en petits morceaux, il s'y est formé de grosses bulles d'air, dont quelques-unes avoient 1 ligne  $\frac{1}{2}$  ou environ de diametre. Il y en avoit d'autres plus petites; ces bulles étoient si adhérentes, que l'on avoit beaucoup de peine à les détacher par les secousses que l'on donnoit à la fiole, malgré la grosseur des bulles qui se dissipent, & se détachent facilement des autres corps à la moindre secousse que l'on donne à la fiole.

J'ai mis dans d'autres fioles, du Zinc, du Bismuth, du Cuivre, de l'Argent, de l'Étain, du Plomb, cassés ou rompus par morceaux, qui n'ont pas produit de si grosses bulles que le Fer & l'Antimoine, il n'en paroissoit point du tout sur les parties de ces corps qui étoient bien polies. Nous verrons dans la suite de ce Mémoire qu'il y en a, mais elles sont si petites qu'elles échappent à la vûë.

Il s'agit présentement de chercher la raison pourquoi il

54 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

se forme de si grosses bulles sur les corps qui ont la superficie inégale. Cette inégalité ne consiste que dans des élévations & des enfoncements dans lesquels l'air se loge, & y reste attaché. Aussi-tôt que ces corps sont sous l'eau, ils sont comprimés dans toute leur surface, l'eau pèse dessus, & par conséquent sur l'air qui y est attaché, elle pousse cet air de tous les côtés, elle le chasse de tous les endroits les moins raboteux, selon qu'ils sont plus ou moins inclinés; enfin de quelque manière que l'eau agisse sur l'air, elle le presse, & le rassemble en des molécules qui, aidées par la pression de la matière étherée, les rendent sphériques, ou à peu près sphérique, & dont la partie inférieure & latérale est attachée dans le fond des petites cavités de ces corps. Il ne faut pas s'étonner si les bulles sont d'autant plus grosses que ces cavités sont grandes, car pour lors elles assujettissent d'autant plus de parties d'air. Il n'y a que des bulles très-fines sur des corps polis, parce que la pression est égale dans toute l'étendue de la surface, & qu'elles n'y sont adhérentes que par des bases très-étroites.

J'ai dit que l'eau pousse & rassemble l'air en bulle, en le détachant de la superficie des corps polis. Voici des expériences qui peuvent appuyer cette conjecture.

Je prends une boule de Verre de Thermometre, dont le col a environ 1 pouce de longueur, & 2 lignes de diametre intérieur. J'attache avec du mastic un plomb au bas de la boule pour la tenir facilement dans l'eau; je plonge cette bouteille, le col en bas, dans le col d'une autre bouteille pleine d'eau. Je remarque, 1.<sup>o</sup> Que l'eau repousse l'air dans le goulot, à proportion de la profondeur où l'on met le goulot de la bouteille, par la compression que l'eau y fait. 2.<sup>o</sup> Que l'eau qui touche l'air dans le goulot fait d'abord un plan avec l'air, après quoi on s'apperçoit que l'eau pousse l'air, & le chasse de la surface interne du goulot. Si le goulot est bien sec, cet air devient peu à peu convexe, & l'eau qui le touche est concave.

Il n'arrive pas la même chose, si l'on plonge la bouteille le goulot en haut. L'eau qui pèse sur l'air ne le condense pas

comme dans l'expérience précédente, mais l'on voit dans cette dernière que l'eau détache peu à peu les parties de l'air de la surface interne du goulot de la bouteille.

Si l'on se sert de bouteilles, dont le goulot soit plus de 2 lignes de diamètre, comme de 2 lignes  $\frac{1}{2}$  & plus, l'eau s'écoule peu à peu dans le fond de la bouteille, & pousse l'air au dehors du goulot, où il fait un mammelon, qui ayant plus de liberté de se dilater que dans le goulot où il est contraint, se détache tout d'un coup, & dans ce moment on voit très-clairement l'eau qui s'écoule dans le globe de la bouteille entre l'air & la surface interne du globe, puis l'eau coule plus doucement, & d'une manière presque invisible, & recommence à repousser l'air au dehors jusqu'à ce qu'il s'en sépare une bulle. Ainsi l'air sort de la bouteille par vibrations qui se font d'autant plus vite que le goulot est plus large; si l'on examine ce goulot par sa partie supérieure, on remarque un espace entre l'air & la surface interne du goulot.

Ce qui prouve encore ce que je viens de dire, c'est que si la bouteille que l'on plonge dans l'eau est bien sèche intérieurement, la première vibration est plus long-temps à se faire, parce qu'il faut un peu de temps pour que l'eau puisse détacher l'air de la surface du Verre.

Quelques Philosophes ont dit que les corps qui tombent dans l'eau y entraînent de l'air, & qu'ils en entraînent d'autant plus que ces corps sont gros, & qu'on les laisse tomber de plus haut, ce qu'ils ont remarqué en faisant des expériences avec des balles de Plomb. Il est bien vrai que ces corps entraînent de l'air avec eux, mais il n'y a point de proportion entre la petite quantité d'air que ces corps entraînent avec eux, & la grosseur & la quantité de bulles qui s'élèvent de l'eau en laissant tomber de fort haut une balle de Plomb dedans; ce n'est point cet air qui produit ces grosses bulles. En voici la cause.

Plus les corps qu'on laisse tomber dans l'eau sont gros, plus il s'élève d'air de l'eau, & il s'en élève d'autant plus qu'on les laisse tomber de plus haut, qu'ils sont d'une matière

56 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

plus pesante, & que leur superficie est plus inégale; mais on n'a pas pris garde, 1.<sup>o</sup> Que plus les corps sont gros, & qu'ils tombent de plus haut, plus ils frappent rudement la superficie de l'eau qu'ils écartent avec d'autant plus de force & de quantité sur les côtés du vase, d'où elle revient vers le milieu, en formant une espece d'arc ou de voûte qui fait qu'elle enveloppe d'autant plus d'air que cet arc est grand. 2.<sup>o</sup> Que cet air enveloppé forme plusieurs bulles plus ou moins grosses, qui suivent ce corps à proportion de leur grosseur : les plus petites le suivent plus profondément dans l'eau, & les plus grosses s'élèvent avec plus de vitesse à la superficie de l'eau, & ce qui prouve que c'est l'eau écartée qui enveloppe beaucoup d'air en revenant sur elle-même, c'est que si on les laisse tomber doucement & très-près de la superficie de l'eau, il ne s'élève que peu ou point de bulles, & il se trouve des petites bulles formées sur ces corps au fond de l'eau, comme nous l'avons dit ci-dessus.

Ce n'est donc point l'air adhérent aux corps que l'on laisse tomber dans l'eau, ou celui qu'ils entraînent, qui produit ces grosses bulles; car si l'on mouille ces corps, & que par ce moyen on chasse tout l'air qui y est adhérent, avant de les laisser tomber dans l'eau, ils ne laissent pas de produire la même quantité de bulles qu'ils ont produit étant secs, suivant les différentes hauteurs qu'on les laisse tomber.

Il ne se forme point de bulles sur les corps secs qu'on laisse tomber à ces hauteurs dans l'eau, comme il s'en forme lorsqu'on les y laisse tomber près de la superficie de l'eau & doucement, parce que l'air attaché à ces corps en est chassé en frappant l'eau rudement, & par le mouvement & les secousses excitées dans l'eau.

Puisque l'air se rend adhérent à la superficie des Métaux, on ne doit plus être étonné de voir nager sur l'eau des Aiguilles de Fer & d'Acier que l'on y expose doucement, quoique le Fer & l'Acier soit sept fois & demi ou environ plus pesant que l'eau.

Si l'on examine bien une Aiguille qui nage sur l'eau, on remarque,

remarque, 1.<sup>o</sup> Qu'elle y est un peu enfoncée par sa pesanteur, qui forme autour de l'Aiguille une courbure à l'eau, & dénote la pression que l'Aiguille fait par son poids, qui fait effort pour diviser les parties de l'eau qui sont adhérentes entr'elles, & qui résistent à leur division. On remarque, 2.<sup>o</sup> Qu'il n'y a que le dessous de l'Aiguille qui touche l'eau qui s'y est renduë adhérente, en chassant & poussant les parties d'air vers les côtés où l'on voit les inégalités qu'elles produisent sur l'eau, & qui empêchent les parties de l'eau de s'y attacher. Il y a donc deux causes qui font nager l'Aiguille sur l'eau. 1.<sup>o</sup> L'adhérence des parties de l'eau entr'elles qui résiste au poids de l'Aiguille qui fait effort pour la diviser. 2.<sup>o</sup> L'adhérence des parties de l'air autour de l'Aiguille qui empêche les parties de l'eau de la surmonter, ce qui est absolument nécessaire pour faire couler l'Aiguille au fond de l'eau.

Si l'on retranche une de ces deux causes, l'Aiguille tombera au fond de l'eau. 1.<sup>o</sup> Il n'y a qu'à trouver le moyen d'empêcher que les parties de l'eau ne soient point si adhérentes entr'elles, & pour cela il faut faire chauffer l'eau; la rarefaction que la chaleur produit dans l'eau, en écarte un peu les parties les unes des autres, elles ont pour lors moins d'adhérence ou point du tout entr'elles, & sont divisées avec facilité par le poids de l'Aiguille qui tombe au fond de l'eau.

2.<sup>o</sup> Si l'on humecte l'Aiguille avec de l'eau avant de la poser sur l'eau, elle ne pourra jamais s'y soutenir pendant une demi-seconde. Qu'a-t-on fait en mouillant l'Aiguille? On a chassé les parties de l'air qui y étoient adhérentes, & l'eau a pris la place de l'air; ainsi l'eau qui n'a plus d'air à chasser de la surface de l'Aiguille, la surmonte facilement; s'y élève, appuye dessus, & la précipite au fond de l'eau. On produit le même effet en chauffant l'Aiguille, car la chaleur en rarefiant l'air, augmente le mouvement de ses parties les unes à l'égard des autres, il perd une partie de son adhérence avec le Fer, & en est chassé facilement par l'eau.

58 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Les corps nagent avec d'autant plus de facilité sur l'eau ; qu'ils ont plus de surface par rapport à leur pesanteur, non seulement parce qu'il y a une plus grande quantité de parties d'air adhérente à ces corps, mais encore parce qu'ils ont plus de parties d'eau à diviser. J'ai mis des Epingles sur l'eau, qui pesoient deux grains, & qui avoient 16 à 17 lignes de longueur, elles ont nagé sur l'eau ; mais celles qui pesoient 3 grains, & qui n'avoient pas plus de longueur, n'ont pû s'y soutenir, néanmoins des lames de Cuivre d'un bien plus grand poids, s'y sont soutenues à cause de leur grande surface. J'ai pris une lame de Cuivre épaisse d'un quart de ligne, large de 2 lignes  $\frac{3}{4}$ , longue de 4 pouces, c'est 396 lignes, qui font 2 pouces  $\frac{3}{4}$  de surface, elle pesoit 30 grains, elle a nagé sur l'eau, néanmoins un filet de Cuivre quarré qui pesoit 28 grains, épais d'une ligne, long de 4 pouces, n'a pû nager sur l'eau, parce qu'il a moins de surface.

Une autre lame de Cuivre, longue de 6 pouces, large de 7 lignes, c'est 504 lignes de surface, qui font 3 pouces  $\frac{1}{2}$ , épaisse d'un demi-tiers de ligne, qui pesoit 2 gros 25 grains, a fort bien nagé sur l'eau.

Après ces expériences on ne fera pas étonné de voir nager sur l'eau des corps de moindre poids & d'une bien plus grande étendue & de surface.

Il y a environ cinq ans que je communiquai à M. de Rcaumur mes expériences sur l'adhérence des parties de l'air ; il me dit qu'en faisant des expériences avec des feuilles d'Or, il en avoit mis une sur l'eau, elle y nageoit très-bien, & ne put couler à fond quelque chose qu'il pût faire. Il mit sur cette feuille de la grenaille de Plomb une certaine quantité qu'elle soutint fort bien sur l'eau, mais en ayant mis davantage, elle coula à fond, ensuite il remarqua que les coins de cette feuille, où il n'y avoit point de grenaille, s'élevoient du fond de l'eau vers sa superficie. Il fit l'expérience d'une autre manière. Il mit une feuille d'Or au fond d'un vaisseau, il la chargea de grenaille de Plomb, & n'en mit point sur les coins, il versa de l'eau dans ce vaisseau, la feuille d'Or resta au fond, mais les coins se releverent.

J'ai répété les mêmes expériences non seulement avec des feuilles d'Or, mais aussi avec des feuilles d'Argent, de Cuivre, d'Étain & de Plomb. J'ai pris une feuille d'Or carrée qui avoit 3 pouces 3 lignes de largeur, cela fait 10 pouces  $\frac{1}{2}$  de surface, elle pesoit  $\frac{1}{5}$  de grain \*. Je l'ai mise sur l'eau, je l'ai chargée de petites pièces de Cuivre en filets & en plaques, elle a soutenü la pesanteur de 4 gros, mais en ajoutant quelque chose de plus, elle a coulé à fond. Elle en soutien-droit davantage, si ces feuilles ne se fendoient pas avec tant de facilité. Il faut se servir de pièces de Cuivre, ou d'autre métal, menües & longues, & les bien ranger dans toute l'étendue de la feuille, & de cette manière elles soutiennent un plus grand poids. J'ai mis une feuille d'Or au fond du vaisseau, sans la charger d'aucun poids; j'ai versé de l'eau dans le vaisseau, la feuille s'est élevée dans le moment sur l'eau, quelque précaution que j'aye pris pour verser l'eau le plus doucement qu'il a été possible; bien plus, c'est que j'ai placé cette feuille au fond du vaisseau, je l'ai chargée jusqu'à un certain point, j'ai versé de l'eau dans le vase, la feuille s'est élevée sur l'eau, & a enlevé le poids dont elle étoit chargée. Si on la charge d'un plus grand poids, & seulement le milieu, de la manière dont je viens de le dire, si on verse l'eau doucement, la feuille reste au fond, mais les bords n'étant point chargés, se relevent vers la partie supérieure de la liqueur. J'ai examiné la surface de ces coins avec une bonne Loupe, j'y ai vü, mais fort obscurément, de petites bulles d'air plus fines les unes que les autres, & en petite quantité. On ne les voit pas en Hyver comme en Été, ou très-peu, à cause de la condensation de l'air: il y en a sans doute un bien plus grand nombre, que l'on ne peut appercevoir à cause de leur extrême petitesse.

J'ai fait la même expérience avec une feuille d'Argent

\* Boyle, au rapport de Gravesende, *tom. 1. p. 7.* dit que 50 pouces carrés de feuilles d'Or pesent seulement un grain.

M. de Reaumur a trouvé qu'un grain d'Or battu en feuilles avoit une étendue de 36 pouces carrés & demi & 24 lignes carrées. *Mem. de l'Acad. 1713. p. 203.*



60 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

quarrée, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces  $\frac{1}{4}$  de surface, elle pesoit demi-grain; étant chargée; comme je l'ai dit, de la feuille d'Or, elle a soutenu le poids de 5 gros  $\frac{1}{2}$ . J'ai mis une pareille feuille au fond du vaisseau que j'ai chargée de 6 gros pesants, les bords se sont relevés comme celle de l'Or, après y avoir versé de l'eau, & restent en cet état tant qu'on n'y touche pas. Je les ai facilement abaissées & assujetties au fond du vase, mais pour peu que l'on remue le vaisseau, ou l'eau qui est dedans, les bords de la feuille se relevent & se tiennent relevés.

Les feuilles de Cuivre ont produit le même effet. Elles ne pesent pas plus que celles de l'Argent, elles sont néanmoins plus fermes, & ne se cassent pas avec tant de facilité que celles de l'Or, de l'Argent & de l'Etain, c'est ce qui fait qu'étant étendues sur l'eau, on peut les charger d'un plus grand poids. Une de ces feuilles soutient environ une once pesant sans couler à fond.

Une feuille d'Etain, longue de 3 pouc.  $\frac{1}{2}$ , large de 3 pouc. 7 lignes, cela fait 13 pouces  $\frac{100}{144}$ , à peu-près  $\frac{2}{3}$  de surface, pesant 6 grains, a soutenu le poids d'un peu plus de 6 gros.

Une feuille de Plomb, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces  $\frac{1}{4}$  de surface, & qui pesoit 14 grains, a nagé sur l'eau, & y a soutenu le poids de 7 gros. J'ai mis une de ces feuilles au fond du vaisseau, je ne l'ai chargée d'aucun poids, j'ai versé de l'eau très-doucement, la feuille est restée en cet état, mais sans cette précaution la feuille s'élève sur l'eau, & y reste. Si sans charger les coins de cette feuille, on la tient assujettie au fond de l'eau avec un poids, les coins se relevent en versant l'eau un peu moins doucement, mais ils retombent peu-à-peu, ce qui n'arrive pas aux feuilles d'Or, d'Argent, de Cuivre & d'Etain.

A considérer la grande surface de ces feuilles, joint à la légèreté dont elles sont, il semble d'abord qu'elles peuvent être soutenues par la seule adhérence des parties d'eau entre elles qui résistent à leur division; mais il est difficile de bien comprendre comment ces feuilles, étant posées au fond du

vaisseau, se relevent sur l'eau que l'on verse dans ce vaisseau, principalement si l'on verse l'eau dessus la feuille d'Or, en sorte qu'elle la couvre entièrement avant qu'elle puisse se relever, & comment elles se relevent chargées d'un poids assez considérable qu'elles enlevent avec elles. Il semble que lorsque ces feuilles sont une fois recouvertes d'eau, la même adhérence des parties d'eau, jointe à leur poids, devroit empêcher ces feuilles de se relever, de même qu'elle les empêche de tomber au fond, lorsqu'elles sont sur l'eau; car l'adhérence des parties de l'eau doit avoir la même force pour résister à l'élevation de la feuille, qu'elle en a pour empêcher ces feuilles d'Or d'être précipitées par leur pesanteur spécifique, qui est dix-neuf fois plus forte que celle de l'eau, il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui oblige ces feuilles de s'élever. Cette force n'est sans doute autre chose que des molécules d'air assez fines pour échapper à notre vûë, & qui, toutes invisibles qu'elles sont, ne laissent pas de vaincre par leur légèreté la pesanteur de ces corps. Voici une expérience qui peut appuyer ma pensée. J'ai pris une feuille d'Or, je l'ai chiffonnée entre mes doigts, j'en ai fait un peloton, que j'ai pressé de toutes sortes de manières, je l'ai jetté dans l'eau, j'ai fait ce que j'ai pû pour le faire aller au fond, il a toujours nagé sur l'eau. Je me suis bien imaginé qu'il y avoit encore beaucoup de parties d'air que je ne pouvois chasser par ce moyen, car je ne faisois au plus que les presser avec mes doigts, & supposé que je l'eusse chassé, il en revenoit s'attacher de nouveau aussi-tôt que je retirois mes doigts de dessus le peloton, ce qui m'a obligé de presser ce peloton dans l'eau pour l'humecter, & pour chasser par ce moyen, tout l'air qui pouvoit y être encore adhérent; je l'ai remis dans l'eau, il est tombé au fond. La chose a réussi de même avec des feuilles d'Argent, de Cuivre, d'Étain, mais pour la feuille de Plomb, après l'avoir un peu chiffonnée sans l'humecter, elle est tombée au fond de l'eau, & y est restée.

Les expériences que j'ai faites avec l'huile d'Olive & l'huile

d'Amande douce, prouvent encore assés bien que la seule adhérence des parties d'eau entr'elles ne peut faire nager sur l'eau des feuilles d'Or & d'Argent chargées d'un poids médiocre. Ces huiles ont moins de fluidité que l'eau commune; elles paroissent plus visqueuses; les parties qui les composent, ont sans doute plus d'adhérence entr'elles que celles de l'eau, & quoique ces huiles soient plus légères que l'eau (elles sont à l'eau environ comme 12 à 13, l'huile d'Amande douce est pourtant un peu plus pesante que l'huile d'Olive) je comptois que l'adhérence de leurs parties suppléeroit à leur légèreté. Les feuilles d'Or & d'Argent ont fort bien nagé sur ces huiles, mais il n'a fallu qu'un filet de Cuivre pesant deux grains pour couler à fond une feuille d'Or carrée qui avoit 16 lignes de largeur, c'est 256 lignes de surface, ce qui fait environ un pouce  $\frac{3}{4}$ . Il n'a fallu que 10 grains pesants de filets de Cuivre pour couler à fond une feuille d'Argent carrée qui avoit 20 lignes de largeur, c'est 400 lignes de surface, qui font 2 pouces  $\frac{3}{4}$  ou environ.

Lorsque ces feuilles ont été au fond de l'huile, leurs coins se sont relevés, & ont resté en cet état.

J'ai mis de pareilles feuilles au fond d'une terrine de terre vernissée sans les charger d'aucun poids, j'ai versé de l'huile d'Amande douce dessus, les feuilles se sont relevées, mais non pas jusqu'à la superficie de l'huile, elles se sont tenues assés près du fond, c'est sans doute l'adhérence des parties de l'huile qui les a empêchées de s'élever plus haut.

Il n'y a que les feuilles d'Or & d'Argent qui se soient soutenues sur l'esprit de Vin, mais elles n'ont pu soutenir la pesanteur d'un grain sans couler à fond, les coins des feuilles se sont pourtant relevés vers la superficie de la liqueur comme elles font dans l'eau, ce qui marque toujours l'adhérence des parties de l'air aux feuilles d'Or & d'Argent, &c.

Puisque les Métaux nagent si facilement dans les liquides; on se persuaderoit aisément que tous les autres corps durs y nagent de même, quand l'expérience ne nous en convaincrait pas.

L'air s'attache non seulement aux corps durs, mais encore aux liquides. L'on ne doute point présentement qu'ils ne contiennent une grande quantité d'air. L'Eau, le Vin, l'Esprit de Vin, l'Huile de Térébenthine, en contiennent beaucoup; & cet air est semblable à celui que nous respirons, avec cette différence qu'il est fort condensé dans l'eau & dans tous les autres liquides. Comment l'air, qui est d'une si grande légèreté, peut-il être renfermé entre les parties de ces liquides? comment peut-il y être retenu malgré sa légèreté? s'il n'y avoit quelque force qui l'y retienne, il s'élèveroit bien vite au dessus des parties du liquide. On aura beau dire que la pression de l'air extérieur sur l'eau peut retenir l'air qui est dans les pores de l'eau, & l'empêcher de s'échapper, si cela étoit, il n'y auroit point de corps léger que cette pression ne pût retenir, d'autant plus qu'ils sont beaucoup plus pesants que l'air, nous avons vû le contraire dans les expériences précédentes; d'ailleurs tout l'air qui est dans l'eau devroit s'échapper après avoir pompé l'air extérieur qui presse sur l'eau: il est vrai qu'il s'en échappe, mais en si petite quantité, lorsque l'eau est froide, qu'on pourroit bien soupçonner que ce n'est pas la millième partie de ce qu'il en sort, lorsque l'eau est chaude. Il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui retienne celui qui ne s'échappe pas. Cette force ne peut être que l'adhérence qui se trouve entre les parties de l'air & celles de l'eau; il semble même qu'il y ait plusieurs degrés d'adhérence qui me paroissent venir de ce que l'air est enfermé & divisé dans l'eau, non seulement par particules, mais encore par molécules formées par un assemblage de particules, & suivant le plus ou le moins de particules qui s'unissent ensemble, il se forme des molécules plus ou moins grosses, ce qui se reconnoît assés par les bulles de différentes grosseurs qui s'élèvent dans l'eau, lorsqu'on la met dans le vuide. L'adhérence entre les particules d'air & l'eau est plus forte que celle qui est entre les molécules d'air & l'eau, parce que les particules présentent à l'eau plus de surface à proportion que les molécules sont plus petites, ainsi l'adhérence est

d'autant moins forte que les molécules sont plus grosses.

Pour avoir des preuves de ce que j'avance, examinons ce qui se passe dans l'eau dont on pompe l'air. Je mets de l'eau froide dans un vaisseau que j'expose sous un récipient sur la machine du vuide, & après avoir pompé environ la moitié de l'air qui est dans le récipient, il se forme des bulles d'air dans l'eau qui s'élèvent ordinairement du fond de l'eau jusqu'à la superficie où elles se dissipent. Je continuë de pomper l'air, il se forme d'autres bulles, quelquefois en plus grande quantité, mais plus en Été qu'en Hyver, les plus petites que l'on voit, ont  $\frac{1}{4}$  de ligne,  $\frac{1}{2}$  ligne, & même une ligne de diametre, les plus grosses ont jusqu'à 2 lignes; mais toutes ces bulles ne font pas une grande effervescence, parce qu'elles ne sont pas dans une assés grande quantité ni assés grosses : plus elles sont petites, plus elles sont rondes. Lorsque l'on a fait le vuide, il ne monte plus de bulles, ou très-peu, quelque temps que l'on y tienne l'eau.

Si l'on retire cette eau, qu'on la fasse tant soit peu chauffer, & qu'on l'expose sur la machine du vuide, on la voit se rarefier, à mesure que l'on pompe l'air du récipient, les bulles sont grosses, quelquefois de 7 ou 8 lignes de diametre, selon que l'eau est chaude, & font une plus grande effervescence que lorsque l'on fait boüillir de l'eau sur le feu, à quelque degré de feu que ce soit. Cette effervescence continüe tant que l'eau est chaude, elle diminue à mesure qu'elle se refroidit, & enfin cesse lorsqu'elle est presque froide.

Après avoir vû sortir une si grande quantité d'air, on seroit volontiers porté à croire que tout l'air que cette eau contenoit s'est échappé, & cela devoit être si toutes les molécules d'air contenuës dans l'eau étoient de la même grosseur, & s'il n'y avoit point d'adhérence entre les parties d'eau & ces molécules; mais si l'on fait de rechef chauffer cette eau, & qu'on la remette dans le vuide, il en sort la même quantité d'air qu'on en a tiré, si l'on a pris la précaution de la rendre plus chaude que la première fois; car si on ne lui donne que la même chaleur, on ne retirera que peu  
ou

ou point d'air, & l'eau ne fera effervescence que lorsque l'air du récipient est presque entièrement évacué, au lieu que la première fois qu'on la fait chauffer, l'eau se met à bouillir au troisième, & quelquefois au second coup de pompe, selon la quantité d'air que contient le récipient, & le diamètre de la pompe. Il en est de même de la troisième fois qu'on la fait chauffer, car il faut qu'elle soit plus chaude qu'elle n'étoit, lorsqu'on l'a mis la seconde fois; & malgré cela, après quelques coups de pompe, elle cesse de faire effervescence, quoique l'eau soit encore aussi chaude que lorsqu'on l'y a mise la première fois. Si l'on continue de la mettre dans le vuide, il faut qu'elle soit de plus chaude en plus chaude. Quelqu'un dira peut-être que sans s'amuser à la faire chauffer tant de fois, il n'y a qu'à la rendre tout d'un coup bien chaude, afin de faire d'abord sortir tout l'air qu'on en veut retirer, mais cela ne se peut, car pour lors quelque ménagement qu'on puisse apporter en pompant l'air, l'ébullition devient si forte, & l'effervescence si grande, que l'eau s'élève par dessus le vaisseau, il s'en perd quelquefois tout d'un coup plus des trois quarts, en sorte qu'il n'en reste pas assez pour tenter d'autres expériences, & principalement si le vaisseau qui contient l'eau est étroit. J'en choisis de bien larges & de bien hauts, autant que le plus grand de mes Récipients le peut permettre, je n'y mets que le tiers ou la moitié d'eau qu'il peut contenir, & malgré tout le ménagement que j'y apporte, l'eau se perd peu à peu, l'air en enlève la plus grande partie par évaporation, & l'on retire de l'air tant qu'on a de l'eau à faire chauffer pour remettre dans le vuide.

Malgré la grande condensation que l'air souffre dans l'eau, il n'y a point lieu de douter qu'il sortiroit entièrement de l'eau, même de l'eau froide, s'il n'y avoit pas de l'adhérence entre l'air & l'eau, & comme je l'ai dit, plusieurs degrés d'adhérence, & voici la raison pourquoi il sort plus facilement & en plus grande quantité de l'eau chaude.

L'eau ne devient chaude que parce qu'il s'y introduit quantité de matières éthérées, dont les parties sont dans un

66 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

mouvement très-violent qu'elle communique à celle qui est dans l'eau, les parties de l'air qui sont dans l'eau sont rarefiées, leur volume est augmenté, elles écartent les parties de l'eau, augmentent leur mouvement de liquidité, & leur font perdre une partie de leur adhérence. Tant que cette eau chaude est à l'air libre, la pesanteur de l'atmosphère retient l'air qui est dans l'eau à un point de condensation qui ne lui permet pas de s'échapper, mais si-tôt qu'on met cette eau dans le vuide, l'air qu'elle contient se rarefie & s'échappe des pores de l'eau.

Ce que je viens de dire de l'adhérence de l'air avec l'eau, se doit entendre à peu-près de même de l'adhérence de l'air avec le Vin, l'Huile de Térébenthine, l'Esprit de Vin, les dissolutions de Sels, & toute autre liqueur, telle qu'elle soit, avec cette différence qu'il est moins condensé dans le Vin, l'Huile de Térébenthine & l'Esprit de Vin, & toutes les liqueurs qui en participent, & qu'il est plus condensé dans les dissolutions de Sels dans l'eau. En voici la preuve.

L'air s'échappe avec une plus grande facilité du Vin & de l'Huile de Térébenthine que de l'eau, lorsqu'on les met dans le vuide, mais il s'échappe bien plus facilement de l'Esprit de Vin que de toute autre liqueur : il ne s'échappe pas si facilement des dissolutions de Sel commun de Salpêtre & des autres Sels & des Eaux fortes que de l'eau ; l'Huile de Tartre par défaillance est la dissolution dont l'air se sépare moins facilement. Voilà donc les parties de l'air adhérentes aux corps solides & aux corps liquides.

Quoique nous ayons vû ci-dessus que les parties de l'air sont adhérentes entr'elles, nous allons en rapporter encore des preuves qui me paroissent mériter quelque attention. L'on sçait, en bonne physique, que les corps liquides diffèrent des fluides, en ce que les parties insensibles des fluides n'ont aucun mouvement les unes à l'égard des autres, on le voit dans la limaille des Métaux, le Sablon, le Verre & toutes sortes de Pierres pilées qui ne sont composées que des molécules de ces corps solides séparées les unes des autres.

Les parties insensibles dont ces molécules sont formées, sont adhérentes entr'elles, & dans le repos les unes à l'égard des autres : mais dans les liquides les parties insensibles sont toujours en mouvement les unes à l'égard des autres ; elles sont néanmoins adhérentes entr'elles, comme nous l'avons dit, de manière que cette adhérence ne les empêche pas de glisser les unes sur les autres, parce que la matière éthérée qui circule dans les pores des liquides est presque en équilibre avec celles qui poussent les parties de ces liquides les unes contre les autres, ce qui produit une union plus ou moins légères entre ces parties, selon que leur surface forme des pores plus ou moins grands, & qu'il y circule plus ou moins de matière éthérée, en quoi consiste le plus ou le moins de liquidité.

Nous avons rapporté dans le Mémoire de l'élévation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires, des expériences qui prouvent l'adhérence des parties de l'eau du Mercure & des autres liquides. Nous avons fait voir, 1.° Que ces liquides se rendent adhérents aux corps qu'ils touchent. 2.° Que ces liquides, réduits en gouttes, affectent une figure ronde. 3.° Qu'aussi-tôt que deux gouttes d'eau, de Mercure, d'Huile, &c. se touchent, elles se confondent dans le moment, & ne forment qu'une seule goutte, ce qui est une suite nécessaire de leur agitation continuelle & de l'adhérence des parties qui les composent, c'est ce que nous ne voyons point dans les fluides. L'air a les mêmes propriétés que ces liquides, & de la connoissance de toutes ces propriétés, nous en pouvons déduire, par l'analogie, l'adhérence de ses parties entre elles.

1.° Les parties de l'air se rendent adhérentes aux corps qu'elles touchent, nous venons de le faire voir. 2.° Les parties de l'air, réduites en gouttes ou molécules, affectent une figure ronde. 3.° Aussi-tôt que deux bulles ou molécules d'air se touchent, elles se confondent, & ne forment plus qu'une seule bulle, on le voit dans les bulles qui se forment dans l'eau & le Mercure, ce qui ne peut venir que de l'agitation continuelle de leurs parties insensibles, & de leur adhérence



68 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

les unes à l'égard des autres, comme nous l'avons dit des autres liquides. L'air est donc un corps liquide, & non pas un fluide, comme l'ont avancé de très-sçavants hommes.

Puisque l'air se rend adhérent avec tant de facilité aux corps qu'il touche, nous n'avons plus lieu de nous étonner de la suspension des corps durs dissous dans les liquides. Il ne sera pas difficile de se persuader que des parties insensibles & d'une extrême petitesse puissent être soutenues par l'adhérence des parties de l'air & par l'adhérence des parties du liquide ou dissolvant. Les parties de l'air qui se trouvent dans le dissolvant & le corps dissout se rendent adhérentes aux parties du corps à mesure qu'il se dissout. Les parties du dissolvant contractent la même adhérence que l'air avec les parties du corps dissous & l'adhérence des parties du dissolvant entre elles apportent encore un obstacle à la précipitation des parties du corps dissous. En voilà autant & plus qu'il n'en faut pour la suspension des parties de l'Or, du Mercure & des autres corps solides dans les liqueurs où ils sont dissous.

L'on ne doutera point que les parties de l'eau & des autres corps répandus dans l'atmosphère, environnés de parties d'air, n'y soient soutenus par l'adhérence de ces mêmes parties d'air, ce qui nous donnera une grande facilité pour l'explication de plusieurs Phénomènes qui regardent les Liquides.



R E C H E R C H E S  
S U R  
LA CONSTRUCTION DES COMBLES  
D E C H A R P E N T E.

Par M. COUPLET.

**L**E défaut que j'ai remarqué dans les Toits de presque tous les Bâtimens ordinaires, m'a fait penser à chercher le moyen d'y remédier. 17 Février 1731.

Le défaut de ces Toits est que leur charge fait toujours plier ou surbaïsser la pièce de bois nommée *Panne*, qui est placée, lorsqu'elle est seule, à peu-près sous le milieu de la longueur des Chevrans pour les soutenir.

Le fléchissement de la *Panne* occasionne nécessairement le fléchissement du Faîte, comme l'on s'en apperçoit dans presque tous les Bâtimens où ce défaut n'est que trop commun.

Pour remédier en quelque sorte au fléchissement de ces *Pannes*, on pourroit les faire d'un plus gros équarrissage qu'on ne les fait ordinairement, ou diminuer la grandeur des Travées.

Mais ces *Pannes*, si grosses qu'elles soient, cederont enfin, tant à leur propre poids, qu'à la charge qu'elles ont à soutenir, sur-tout lorsqu'elles auront une portée considérable, & particulièrement, si elles sont vertes, comme on les emploie assés ordinairement dans les campagnes, où l'on est en usage de ne couper les bois que pour remédier sur le champ aux besoins actuels ou de réédifier, ou de construire, ne voulant ou ne pouvant point se donner le temps de les laisser sécher, ce qui demande plusieurs années; d'ailleurs les *Pannes* d'un si grand équarrissage deviendroient trop chères.

70 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Mais si, sans avoir recours à des Pannes d'un trop gros équarrissage, ou à la diminution des travées, l'on pouvoit trouver un moyen de former les Combles, tels, que les Pannes, qui dans les constructions ordinaires fléchissent toujours les premières, ne fussent employées uniquement que pour maintenir la forme du Toit, sans en souffrir aucune charge, je crois qu'il seroit à propos de l'employer, puisque dans cette construction, on auroit non seulement l'avantage de remédier à ce fléchissement ordinaire des Pannes en général, mais encore celui que les moindres brins suffiroient pour leur être substitués, & ces petits brins, qui seroient très-communs, seroient en même temps à bon marché. Je ne compte point la charge dont on soulageroit les Murailles qui les doivent porter, car dans ce cas les Arêtièrs & Arbalétriers, même les Fermes entières pourroient être de plus foible équarrissage qu'elles ne sont ordinairement, attendu que la charge qu'elles ont actuellement à porter, seroit de beaucoup diminuée dans cette nouvelle construction.

La construction que je propose, est de faire les Combles en Manfarde, de manière que la Panne, qui dans ce cas est nommée *Panne de brisis*, ne soit point chargée par son Comble ou Toit, comme elle l'a été jusqu'à présent, & que cette Panne de brisis ne fasse, pour ainsi dire, que maintenir le Toit, sans en être aucunement chargée.

Pour profiter de cette avantage, je propose que l'on aye soin de faire assembler les Chevrons par leurs bouts, deux à deux, à tenons & mortoises en forme de charnière, ou bien à mi-bois, & de les cheviller à cet endroit où la Panne de brisis devroit être naturellement selon les bonnes & les plus solides constructions, & que chacun des autres bouts de ces Chevrons soit arrêté à l'ordinaire, l'un brandi sur le Faîte, & l'autre attaché dans son pas sur la Sablière ou Platte-forme qui lui est destinée. L'on peut encore assembler les Chevrons à tenons & mortoises en forme de charnière au dessus du Faîte.

La difficulté ne consiste qu'à trouver la place de la Panne

de brisis, dans laquelle, soit que ces Chevrons soient assemblés au moyen de leurs charnières, soit qu'ils soient tous deux brandis sur cette Panne de brisis, l'équilibre du Toit entier se puisse trouver, sans avoir aucune détermination à charger cette Panne, laquelle Panne dans ce cas nous pourrions faire aussi foible que l'on voudra, puisqu'à la rigueur on pourroit s'en passer.

## PROBLEME I.

Soit à construire le Comble  $ABC$  en Mansarde, dont le Poinçon  $AD$  & la moitié  $DC$  de la largeur du Bâtiment soient donnés quelconques ; & soit supposé la Panne de brisis placée en  $B$ , de manière que le Chevron  $AB$  soit égal au Chevron  $BC$ .

Il faut déterminer la position du point  $B$ , telle que le Toit  $AB$  soit en équilibre avec le Toit  $BC$ .

## SOLUTION.

Par le centre de gravité & milieu  $P$  du Toit  $AB$ , soit tiré la verticale  $MN$ .

Par les points  $A$  &  $B$ , soient tirées les horizontales  $AH$ ,  $BF$ , & par les points  $M$ ,  $N$ , où ces horizontales rencontrent la verticale  $MN$ , soient tirées les lignes  $NA$ ,  $MB$ .

L'on aura un parallélogramme  $MANB$ , tel, qu'en exprimant la pesanteur du Toit  $AB$  par la diagonale verticale  $MN$ , les efforts que ce Toit fera contre ses appuis  $A$ ,  $B$ , seront exprimés par les grandeurs  $MA$ ,  $MB$ .

Mais l'effort  $MA$  doit être soutenu par le Toit qui est de l'autre côté du Bâtiment. Donc il ne reste plus qu'à chercher quel est l'effort  $MB$ , pour renverser la partie  $BC$  du Toit proposé.

Or cet effort  $MB$  est composé lui-même de deux autres efforts  $NB$ ,  $HB$ , dont l'un est horizontal, & l'autre est vertical.

Le premier  $NB$  de ces deux efforts est employé à renverser le Toit  $BC$  avec le levier  $BG$ .

Et le second effort  $HB$ , qui est égal à la pesanteur  $MN$ ,

72 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

est au contraire employé à retenir ce même Toit  $BC$ , ou à le faire rentrer dans le Bâtiment, & cet effort  $HB$  est appliqué au bras de levier  $GC$ .

Ceci bien entendu, il ne sera pas difficile de trouver quels sont tous ces efforts, & leurs énergies.

Soit  $AD \dots \dots \dots = a$ .  
 $DC \dots \dots \dots = b$ .  
 $FB$  ou  $DG \dots \dots \dots = x$ .  
 $BG \dots \dots \dots = y$ .  
L'on aura  $AF$  ou  $MN \dots \dots \dots = a - y$   
Et  $GC \dots \dots \dots = b - x$   
Soit de plus  $AB$  &  $BC$  ou chacun de leur poids  $= p$ .

Pour lors l'on aura cette analogie :

La pesanteur du Toit  $AB$  étant réunie à son centre de gravité  $P$ ,  
est à l'effort qu'elle fait horizontalement suivant  $NB$ ,  
comme  $MN$  est à  $NB$ ,

$$\text{c'est-à-dire, } a - y : \frac{x}{2} :: p : \frac{px}{2a - 2y},$$

dont le 4.<sup>me</sup> terme exprime l'effort horizontal suivant  $NB$

Multipliant cet effort par son levier  $BG = y$ , le produit  $\frac{pxy}{2a - 2y}$  sera l'énergie de l'effort horizontal que le Toit  $AB$  fait pour renverser le Toit  $BC$ .

Mais le Toit  $AB$  agit aussi de toute sa pesanteur sur le point  $B$  pour retenir le Toit  $BC$ .

Ainsi multipliant sa pesanteur  $p$  par le levier  $GC = b - x$  le produit  $pb - px$  sera l'énergie que le Toit  $AB$  a pour retenir le Toit  $BC$ .

C'est pourquoi retranchant cette dernière énergie verticale de la première horizontale, le reste  $\frac{pxy}{2a - 2y} - pb + px$  sera l'énergie du Toit  $AB$ , pour renverser le Toit  $BC$ , et le faisant tourner autour du point  $C$ .

Voyons maintenant quelle est l'énergie du Toit  $BC$  pour résister à celle du Toit  $AB$ .

Pour cela la pesanteur du Toit  $BC$  étant réunie à son centre

centre de gravité  $O$ , la pesanteur  $p$  étant multipliée par son levier  $CQ = \frac{b-x}{2}$ .

Le produit  $\frac{p(b-x)}{2}$  sera son énergie, laquelle doit être égale à celle du Toit  $AB$  pour lui résister; ce qui donne cette Equation  $\frac{p(b-x)}{2} = \frac{pxy}{2a-2y} - pb + px$ .

Passant le 1.<sup>er</sup> membre, l'on aura  $\frac{pxy}{2a-2y} - \frac{3pb+3px}{2} = 0$ .

Divisant par  $\frac{p}{2}$ , l'on aura  $\frac{xy}{a-y} - 3b + 3x = 0$ .

Multipliant par  $a-y$ , l'on aura  $xy - 3ab + 3ax + 3by - 3xy = 0$ , ou  $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$ .

Cherchons maintenant à substituer en la place de  $y$  une grandeur qui ne contienne que des  $x$  & des grandeurs connues, ce qui se fera ainsi:

A cause des Triangles rectangles  $AFB$ ,  $BGC$ , l'on aura  $\overline{AB}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{AF}^2$  ou  $pp = xx + aa - 2ay + yy$ .

L'on aura aussi  $\overline{BC}^2$  ou  $\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{GC}^2$  ou  $pp = yy + bb - 2bx + xx$ . Ce qui donne cette Equation

$$xx + aa - 2ay + yy = yy + bb - 2bx + xx.$$

Retranchant  $xx + yy$  de part & d'autre, l'on aura

$$aa - 2ay = bb - 2bx.$$

Et par conséquent  $-2ay = -aa + bb - 2bx$ , ou  $2ay = aa - bb + 2bx$ .

$$\text{Et } y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}.$$

Et multipliant par  $-2x$ , l'on aura

$$-2xy = \frac{-2aax + 2bbx - 4bx^2}{2a}.$$

Multipliant par  $3b$  la même Equation  $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$ ,

$$\text{L'on aura } 3by = \frac{3aab - 3b^2 + 6bbx}{2a}.$$

Substituant ces valeurs de  $3by$  &  $-2xy$  dans l'Equation  $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$ , l'on aura

$$\frac{4aax + 8bbx - 4bx^2 - 3aab - 3b^2}{2a} = 0;$$

74 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Multipliant par  $2a$ , & transportant  $-4bxx + 4aax + 8bbx$ , l'on aura  $-3aab - 3b^3 = 4bxx - 8bbx - 4aax$ .

Divisant par  $4b$ , l'on aura  $\frac{-3aa-3bb}{4} = xx - \frac{2bbx-aax}{b}$ .

Ajoutant le carré de  $\frac{-2bb-aa}{2b}$ , l'on aura  

$$\frac{4b^4 + 4aabb + a^4 - 3aabb - 3b^4}{4bb} = xx - \frac{2bbx-aax}{b}$$

$$+ \frac{-2bb-aa}{2b}.$$

Abrégeant & tirant la racine quarrée, l'on aura

$$- \sqrt{\frac{b^4 + aabb + a^4}{2b}} = x - \frac{2bb-aa}{2b}.$$

Transportant  $\frac{-2bb-aa}{2b}$ , l'on aura

$$x = \frac{2bb+aa - \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b},$$

qui est la grandeur  $BF$  ou  $DG$ . *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Figure 1. Si l'on veut que la hauteur  $a$  du Poinçon soit égale à la demi-largeur  $b$  du Comble, comme c'est assés l'usage dans les campagnes, il faudra substituer  $b$  en la place de  $a$  dans la formule  $x = \frac{2bb+aa - \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$  que nous avons trouvé pour la Solution du Probleme, & l'on aura cette nouvelle formule  $x = \frac{3bb - \sqrt{3b^4}}{2b} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$ , C'est-à-dire, que la distance  $BF$  de la Panne de brisis au Poinçon fera  $= \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$ .

COROLLAIRE II.

Figure 2. Si l'on veut que la hauteur  $a$  du Poinçon soit égale au tiers de la largeur entière du Comble, ou aux deux tiers de la demi-largeur  $b$ , comme c'est assés l'usage dans les Villes, il

DES SCIENCES. 79  
 faudra substituer  $\frac{2b}{3}$  en la place de  $a$  dans la formule trouvée pour la Solution du Probleme, & l'on aura

$$BF \text{ ou } x = \frac{2bb + \frac{4bb}{9} - \sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}{2b}$$

$$= \frac{22bb - \sqrt{133bb^4}}{18b} = \frac{22b - \sqrt{133bb^4}}{18}, \text{ ou } \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb^4}}{18}.$$

C'est-à-dire, que la distance  $BF$  ou  $x$  de la Panne de bris au Poinçon sera  $= \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb^4}}{18}$ .

#### CONSTRUCTIONS.

##### I.

Pour construire la formule  $x = \frac{2bb + aa - \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$  que nous avons trouvée dans la Solution du Probleme premier Soit tiré  $AK$  perpendiculaire sur  $AC$ , l'on aura

Figure 3.

$$KD = \frac{AD}{DC} = \frac{aa}{b}.$$

Et par conséquent la moitié  $PD = \frac{aa}{2b}$ , &  $PC = b + \frac{aa}{2b} = \frac{2bb + aa}{2b}$ .

Ayant tiré sur le milieu de  $AC$  en  $I$  la perpendiculaire  $BD$ , l'on aura  $CI = \sqrt{\frac{aa + bb}{4}} = \sqrt{\frac{aabb + b^4}{4bb}}$ .

Maintenant faisant  $IL = PD = \frac{aa}{2b} = \sqrt{\frac{a^4}{4bb}}$ ; & tirant l'hypothénuse  $CL$ , l'on aura  $CL = \sqrt{CI^2 + IL^2} = \sqrt{\frac{a^4 + aabb + b^4}{4bb}} = \frac{\sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$ .

Enfin faisant  $CM = CL$ , l'on aura  $PM = PC - CL = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$ , qui est la valeur de  $x$  suivant la Solution.

Ainsi faisant  $DG = PM$ , & élevant la perpendiculaire  $K ij$



*GB*, pour lors le point *B*, où cette perpendiculaire rencontrera la ligne *BL*, sera le point de rencontre des Toits *AB*, *BC*. *Ce qu'il falloit trouver.*

II.

Pour construire la formule  $x = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$ , que nous avons trouvée dans le Corollaire premier,

Figure 1. Faites un demi-cercle sur *DC* pour diamètre, & faites l'arc *DR* de  $60^\circ$ ; puis du point *C*, comme centre, décrivez l'arc *RS*, l'on aura  $CS = \sqrt{\frac{3bb}{4}}$ , car suivant cette construction, puisque le diamètre *CD* a été appelé *b*, & que l'arc *DR* est de  $60^\circ$ , nous aurons la corde  $DR = \frac{b}{2}$ , & par conséquent la corde  $CR = CS$  de son supplément sera égale  $\sqrt{bb - \frac{bb}{4}} = \sqrt{\frac{3bb}{4}} = \frac{\sqrt{3bb}}{2}$ .

Ainsi faisant  $CT = \frac{3b}{2} = \frac{3DC}{2}$ , l'on aura  $TS = CT - CS = \frac{3b}{2} - \frac{\sqrt{3bb}}{2} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$ , qui selon l'expression de la Solution est égal  $x = BF = GD$ .

Donc pour la pratique, il faut faire *GD*, *DF*, *FB*, *BG*,  $= TS$ , & le point *B* où aboutissent les Toits *AB*, *BC* sera déterminé. *Ce qu'il falloit trouver.*

III.

Pour construire la formule  $x = \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$ , que nous avons trouvée dans le Corollaire second,

Figure 2. Soit tirée l'hypoténuse *AC*, & sur le milieu *I* de cette hypoténuse soit tiré la perpendiculaire *IE*.

Ensuite ayant porté la valeur de *x* de *D* en *G*, élevé *GB* perpendiculairement sur *DC*, pour lors le point *B* où cette perpendiculaire rencontrera la ligne *IE*, sera celui où les deux Toits *AB*, *BC* doivent aboutir : car il est évident que

Les deux Toits étant supposés égaux doivent aboutir dans la ligne  $IE$ .

Pour trouver cette valeur de  $x$ , faites

$$CV = \frac{133b}{324} = \frac{133DC}{324}.$$

Puis élevés la perpendiculaire  $VR$ , & du point  $C$ , comme centre, décrivez l'arc  $RS$ , pour lors l'on aura  $CS$  ou  $CR$

$$= \sqrt{CV \times CD} = \sqrt{\frac{133bb}{324}} = \sqrt{\frac{133bb}{18}}.$$

Maintenant faites  $CT = \frac{11b}{9}$ , & pour lors l'on aura

$$TS = \frac{11b}{9} - \sqrt{\frac{133bb}{18}} = x.$$

Ainsi faisant  $DG = TS$ , & élevant la perpendiculaire  $GB$ , le point  $B$  où elle rencontrera la ligne  $EI$  fera le point de concours des Toits  $AB$ ,  $BC$ , ou le lieu de la Panne de Bris. Ce qu'il falloit trouver.

### PROBLEME II.

Trouver la longueur de chacun des deux Chevrons égaux  $AB$ , Figure 3. &  $C$  qui forment la moitié  $ABC$  du Comble en Mansarde, dont la hauteur  $AD$ , & la demi-largeur  $DC$  sont données quelconques.

### SOLUTION.

Nous avons trouvé dans le Probleme premier,  $BG$  ou  $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$ . Mais nous avons trouvé  $DG = x$

$$= \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}.$$

Substituant cette valeur de  $x$  dans l'Equation précédente,

$$\text{on aura } BG, \text{ ou } y = \frac{aa - bb + 2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a}$$

$$= \frac{bb + 2aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a}.$$

$$\text{Et } BG^2 = \frac{2b^4 + 5aabb + 5a^4 - 2bb - 4aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aa}.$$

78 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

$$\text{Enfin } GC = DC - DG = b - \frac{2bb - aa + \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$$

$$= \frac{-aa + \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}. \text{ Et par conséquent l'on}$$

$$\overline{GC}^2 = \frac{a^4 - 2aa\sqrt{b^4 + aabb + a^4} + b^4 + aabb + a^4}{4bb}$$

$$= \frac{2a^4 + aabb + b^4 - 2aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4bb}.$$

$$\text{Donc } \overline{BC}^2 \text{ ou } \overline{BG}^2 + \overline{GC}^2$$

$$= \frac{2b^4 + 5aabb + 5a^4 - 2bb - 4aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aa}$$

$$+ \frac{2a^4 + aabb + b^4 - 2aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4bb}.$$

Et donnant même dénominateur

$$= \frac{2b^6 + 5aabb^4 + 5a^4bb - 2b^4 - 4aabb \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$$

$$+ \frac{2a^6 + a^4bb + aab^4 - 2a^4 \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$$

$$= \frac{2b^6 + 6aabb^4 + 6a^4bb + 2a^6 - 2b^4 - 4aabb - 2a^4 \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$$

$$= \frac{bb + aa \times 2bb + 2aa - 2\sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}.$$

Tirant la Racine quarrée, l'on aura

$$BC = \frac{bb + aa \times \sqrt{2bb + 2aa - 2\sqrt{b^4 + aabb + a^4}}}{2ab}.$$

*Ce qu'il falloit trouver.*

R E M A R Q U E.

L'on auroit pû d'abord trouver la valeur de  $BG$ , en mettant dans la valeur de  $DG$  la lettre  $b$  en la place de  $a$ , & lettre  $a$  en la place de  $b$ , parce que les Toits  $AB$ ,  $BC$ , ront également en équilibre, soit que  $AD$  ou  $DC$  soient hauteur, comme on le voit évidemment, en comparant valeur de  $DG$  avec celle de  $BG$ , qui ne diffèrent entr'el

DES SCIENCES. 79

qu'en ce que l'une a des  $a$  & des  $b$  aux mêmes endroits où l'autre a des  $b$  & des  $a$ , puisque ces deux Equations sont

$$BG \text{ ou } y = \frac{bb + 2aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a},$$

$$\text{Et } DG \text{ ou } x = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}.$$

### COROLLAIRE I.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons  $AB, BC$ , lorsque la hauteur  $a$  du Poinçon est égale à la moitié  $b$  de la largeur totale du Comble, il faudra substituer  $b$  en la place de  $a$  dans la formule qui donne la valeur du Chevron  $BC$  dans la Solution du Probleme second, & l'on aura cette

$$\text{nouvelle formule } BC = \frac{2bb \sqrt{4bb - 2\sqrt{3}b^4}}{2bb}.$$

Et divisant le numérateur & le dénominateur par  $2bb$ , l'on aura  $BC = \sqrt{4bb - 2\sqrt{3}b^4} = b \times \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = b \times \sqrt{4 - \sqrt{12}}.$

Et si l'on veut ôter les incommensurables, l'on aura  $BC = b \times \frac{732}{1000}$ , ce qui donne cette analogie

Comme 1000

est à 732,

Ainsi la demi-largeur  $b$  du Comble,  
ou la hauteur  $b = a$  du Poinçon,  
est à la longueur  $BC$  de chacun des deux Chevrons égaux  
 $AB, BC$ .

### COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons égaux  $AB, BC$ , lorsque la hauteur  $a$  du Poinçon est égale au tiers de la largeur entière du Comble, ou égale aux deux tiers de sa demi-largeur  $b$ . Ce qui donnera  $a = \frac{2b}{3}$ .

Il faudra substituer  $\frac{2b}{3}$  en la place de  $a$  dans la formule

80<sup>e</sup> MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
qui donne la valeur du Chevron  $BC$  dans la Solution du  
Probleme second, & l'on aura cette nouvelle formule

$$\begin{aligned}
 BC &= \frac{bb + \frac{4bb}{9} \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{\frac{4bb}{3}} \\
 &= \frac{13bb \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{12bb} \\
 &= \frac{13 \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{12} \\
 &= \frac{13b \times \sqrt{2 + \frac{8}{9} - 2\sqrt{1 + \frac{4}{9} + \frac{16}{81}}}}{12} = \frac{13b \times \sqrt{26 - 2\sqrt{133}}}{36} \\
 &= \frac{b \times \sqrt{4394 - 338\sqrt{133}}}{36}.
 \end{aligned}$$

Et si l'on veut ôter les incommensurables, l'on aura  
 $BC = b \times \frac{61865}{100000}$ , ce qui donne cette analogie,

Comme 100000  
est à 61865,  
Ainsi la demi-largeur  $b$  du Comble  
est à la longueur  $BC$  du Chevron demandé.

### PROBLEME III.

Figure 4. Trouver l'effort horizontal que le Comble quelconque  $ABC$   
fait contre la Platte-forme  $C$  qui lui doit résister.

### SOLUTION.

Ayant tiré la droite  $NO$  par les milieux  $N, O$  des Toits  
 $AB, BC$ . Si par le milieu  $P$  de cette droite  $NO$ , l'on tire  
une verticale  $MPL$ , le poids du Toit sera à sa poussée  
horizontale, comme la hauteur  $AD$  de ce Toit est à la  
ligne  $LC$ .

Le Toit étant construit, l'on connoitra toujours la hauteur  
 $AD$ ,

$AD$ , & la ligne  $LC$ . Et par conséquent l'on aura le rapport du poids du Toit à sa poussée horizontale, comme  $AD$ , est à  $LC$ .

## D É M O N S T R A T I O N.

Il est évident que le point  $P$  sera le centre de gravité du Toit  $ABC$ , & la ligne  $ML$  sera la direction de son poids.

Maintenant par le faite  $A$  du Toit, tirant l'horizontale  $AM$ , & la ligne  $MC$ , & par le point  $L$  une droite  $LQ$  parallèle à  $MC$ , l'on aura un parallélogramme  $QMCL$ .

Or la diagonale verticale  $ML$  de ce parallélogramme, ou son égale  $AD$ , représentant le poids du Toit  $ABC$ , se décomposera en deux forces  $MQ$ ,  $MC$ , dont la force horizontale  $MQ$  sera soutenue par l'autre côté du Toit, &  $MC$  sera la poussée du Toit suivant  $MC$  sur la Sablière.

Mais faisant le parallélogramme  $CLMR$ , pour lors la poussée oblique  $MC$  se décomposera en une verticale  $RC$  égale à  $ML$ , ou  $AD$ , qui représente le poids du Toit  $ABC$  & dans une poussée horizontale  $LC$  exprimée par  $LC$ .

Ainsi la pesanteur du Toit est à l'effort horizontal du même Toit, comme  $ML$ , ou  $AD$ , hauteur du Toit, est à  $LC$ , qui est la distance du pied du Chevron à la verticale qui passe par le centre de gravité du Toit  $ABC$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

L'on voit que cet effort horizontal  $LC$  du Toit  $ABC$  est celui auquel il faudra que cette Sablière ou Platte-forme résiste, puisque c'est sur elle que les Chevrons s'appuyent; mais cette Sablière ne sera pas obligée de résister avec tout cet effort, exprimé par  $LC$ . Car cette Sablière se trouvant; pour ainsi dire; unie au Mur sur lequel elle est posée immédiatement & maçonnée, elle ne cèdera point que le Mur lui-même ne commence, & ne consente, pour ainsi dire, à sa rupture, en sorte que la Sablière & le Mur pris ensemble seront employés à cette résistance  $LC$ .

Quand même la Platte-forme ou Sablière souffriroit tout l'effort  $LC$ , il sera facile de sçavoir l'échantillon qu'il

82 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 conviendra de lui donner, conformément à la résistance des  
 Bois, dont ont traité plusieurs illustres Auteurs, Galilée,  
 Mariotte, Varignon en 1702, & Parent en 1707 & 1708  
 des Mémoires de l'Académie.

### THEOREME I.

*Les Toits les plus roides ou les plus élevés font moins d'effort  
 pour écarter les Sablières que les Toits plus surbaissés, lorsque  
 la largeur du Comble est la même.*

#### DÉMONSTRATION.

Fig. 6. Soient deux Toits  $AB$ ,  $CB$ , de même largeur  $DB$ , sur  
 le milieu  $F$  de la largeur  $DB$ , soit tiré la verticale  $EF$ ,  
 laquelle coupera les deux Toits  $AB$ ,  $CB$  en deux également  
 aux points  $O$  &  $P$ .

Soient tirés les horizontales  $AE$ ,  $CL$ , & les lignes  $EB$ ,  
 $AF$ , &  $LB$ ,  $CF$ , l'on aura deux parallelogrammes  $AEBF$ ,  
 $CLBF$ , dont les diagonales verticales  $EF$ ,  $LF$ , passeront  
 par les centres de gravité  $O$ ,  $P$ , des Toits  $AB$ ,  $CB$ .

Si donc l'on considère le parallelogramme  $AEBF$ , l'on  
 aura la pesanteur du Toit  $AB$  à l'effort horizontal qu'il fera  
 pour écarter la Sablière  $B$ , comme la diagonale verticale  $EF$   
 est à l'horizontal  $FB$ .

Ainsi la pesanteur du Toit  $AB$  étant appelée  $p$ ,  
 & son effort horizontal étant appelé.....  $f$ .

L'on aura  $f:p :: FB:EF$  ou  $:: FB:AD$ .

Par la même raison, si l'on appelle  $\pi$  la pesanteur du  
 Toit  $CB$ , &  $\phi$  son effort horizontal, pour écarter la Sablière  
 $B$ , l'on aura, à cause du parallelogramme  $CLBF$ , cette  
 analogie.

La pesanteur du Toit  $CB$ , exprimée par la diagonale  
 verticale  $LF$ , est à l'effort horizontal exprimé par  $FB$ , qu'il  
 fait contre la Sablière  $B$ , comme  $LF$  est à  $FB$ , ou bien,  
 comme  $CD$  est à  $FB$ .

C'est-à-dire,  $\pi:\phi :: CD:FB$ .

Mais la pesanteur du Toit  $AB$  est à celle du Toit  $CB$ ,  
 comme  $AB$  est à  $CB$ .

C'est-à-dire,  $p : \pi :: AB, CB$ .

Multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura  
 $f \times \pi \times p : p \times \pi \times \phi :: FB \times CD \times AB : AD \times FB \times CB$ .

Divisant les deux premiers termes de cette analogie par  $p\pi$ , & les deux derniers termes par  $FB$ , elle se transformera en celle-ci  $f : \phi :: CD \times AB : AD \times CB$ .

Maintenant si l'on met  $\sqrt{AD^2 + BD^2}$  en la place de  $AB$  &  $\sqrt{CD^2 + BD^2}$  en la place de  $CB$ , l'on aura  
 $f : \phi :: CD \times \sqrt{AD^2 + BD^2} : AD \times \sqrt{CD^2 + BD^2}$ ,  
ou bien  $f : \phi :: \sqrt{AD \times CD^2 + BD^2 \times CD} : \sqrt{CD \times AD^2 + BD^2 \times AD}$ .

Mais il est évident que le troisième terme est plus petit que le quatrième.

Donc le premier terme est aussi plus petit que le second; c'est-à-dire, que la poussée horizontale du Toit le plus élevé, est la plus petite. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## THEOREME II.

*La charge totale d'un Toit, ou l'effort total que les Chevrons souffrent par la charge des Tuiles dont ils sont couverts, est toujours la même, quelque surmonté, ou quelque surbaissé que soit ce Toit.*

### DÉMONSTRATION.

Soient deux Toits  $AB, BC$ , de même largeur.  $DB$ .

Soit le poids des Tuiles de la couverture du Toit.  $AB = p$ . Fig. 5.

Et le poids des Tuiles de la couverture du Toit.  $CB = \pi$ .

La charge du plan du Toit.....  $AB = f$

La charge du plan du Toit.....  $CB = \phi$

A cause que le nombre des Tuiles de ces Toits différents  $AB, CB$ , est dans le rapport de ces mêmes longueurs différentes  $AB, CB$ .

L'on aura cette analogie  $p : \pi :: AB : CB$ .

L ij



#### 84 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Mais la pesanteur d'un corps étant à la charge qui en résulte sur le plan sur lequel il est posé comme la longueur du plan est à sa base,

L'on aura ces deux analogies...  $\left\{ \begin{array}{l} f : p :: BD : AB. \\ \pi : \phi :: CB : BD. \end{array} \right.$

Donc en multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura  $p \times f \times \pi : p \times \pi \times \phi :: AB \times BD \times CB : AB \times BD \times CB.$

Or les deux derniers termes de cette analogie sont égaux. Donc les deux premiers le sont aussi.

Donc  $p \times f \times \pi = p \times \pi \times \phi$ , ou bien  $pf\pi = p\pi\phi$ .

Divisant par  $p\pi$ , l'on aura  $f = \phi$ .

C'est-à-dire, que la charge du plan du Toit  $AB$  est égale à la charge du plan du Toit  $CB$ , quelque différentes que soient leurs hauteurs  $AD$ ,  $CD$ , ayant toujours une largeur commune  $DB$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

#### S C H O L I E.

Les Toits les plus roides sont les plus solides.

1.° Les Eaux des Pluyes coulent dessus avec plus de rapidité, & par conséquent le vent a moins de temps & de facilité pour les faire entrer entre les Tuiles dans l'intérieur du Comble.

2.° Le vent a moins d'action pour feuilleter les Tuiles, & découvrir ces sortes de Toits roides.

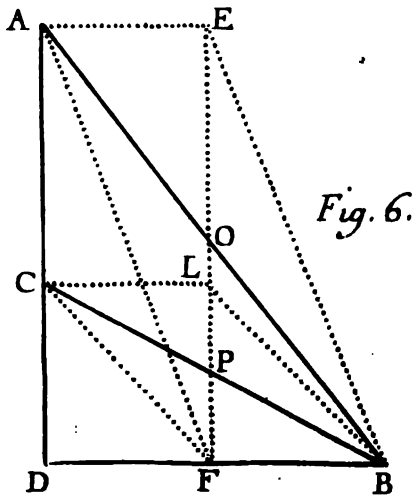
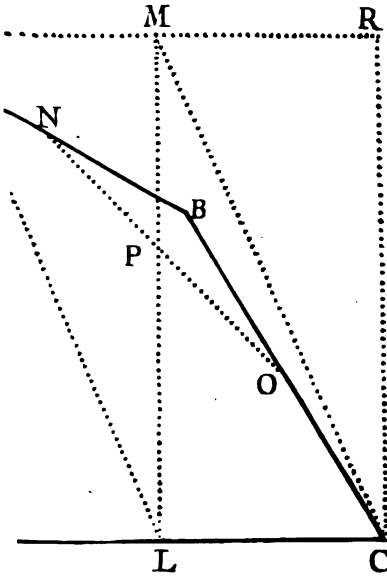
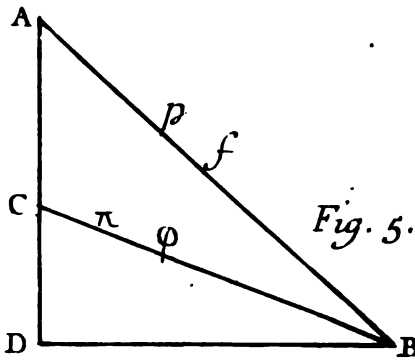
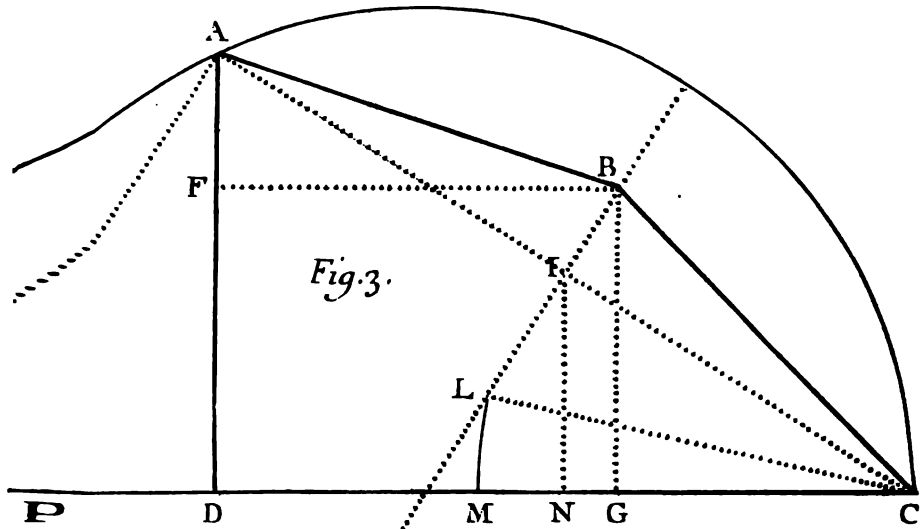
3.° Ils travaillent moins pour écarter leurs Sablières ou Plattes-formes, & par conséquent une moindre résistance peut en soutenir la poussée, comme il est démontré (*Th. 1.*)

4.° Quant à la charge que ces Toits souffrent par les Tuiles dont ils sont couverts, elle est la même pour tous les Toits en général, soit qu'ils soient surbaissés, soit qu'ils soient surmontés, pourvu qu'ils soient tous formés sur une même largeur de Comble, comme il est démontré (*Theor. 2.*)











*D I S S E R T A T I O N*  
*S U R*  
*LA MANIERE D'ARRESTER LE SANG*  
*DANS LES HEMORRAGIES.*

*Avec la Description d'une Machine ou Bandage propre à  
 procurer la consolidation des Vaisseaux, après l'Ampu-  
 tation des Membres, par la seule Compression.*

Par M. P E T I T.

**S'**IL est une occasion dans laquelle la Chirurgie soit plus utile que dans une autre, c'est lorsqu'il s'agit d'arrêter le sang qui coule abondamment par l'ouverture d'un Vaisseau considérable ; mais s'il est un cas qui exige plus particulièrement ce secours du Chirurgien, c'est lorsque faisant quelque opération, il coupe lui-même un Vaisseau par nécessité ou par inadvertance. Quelle peine, quelle mortification, de voir un Blessé perdre la vie avec son sang ! C'est-là qu'un Chirurgien, quoique touché d'un état si déplorable, doit, sans se troubler, rassembler dans l'instant les secours les plus sûrs & les plus prompts.

4 Avril  
1731.

Tous ceux qu'on a mis en pratique, ou qui ont mérité quelques suffrages dans tous les temps, peuvent se réduire aux Absorbants, aux Astringents simples, aux Stiptiques, aux Caustiques, au Fer-brûlant, à la Ligature & à la Compression.

Les Absorbants & les simples Astringents ne peuvent être utiles que pour de légères Hémorragies. Leur insuffisance dans l'ouverture des grands Vaisseaux a fait mettre en usage l'Alun, le Vitriol, & toutes les Huiles & les Eaux stiptiques ou escarotiques. Les Anciens Chirurgiens se servoient même des Cauteres, de l'Huile bouillante, du Plomb fondu & du Fer-ardent.

L ij

Ils ont combiné la brûlure de tant de façons différentes, qu'on c'étoit faire, selon eux, une grande découverte, que d'imaginer une nouvelle façon de brûler. Ils avoient des instruments de différents métaux, figurés selon les endroits où ils vouloient les appliquer ; & avec ces instruments rougis dans les charbons ardents, ils brûloient les Vaisseaux pour les fermer par la crispation que cause la brûlure.

Les Chirurgiens, plus éclairés, devinrent moins cruels ; ils imaginerent la Ligature des Vaisseaux, & par ce moyen ils arrêtoient les Hémorragies qui accompagnent les Playes. Ce moyen parut d'autant plus naturel à celui qui s'en servit le premier, qu'on le mettoit déjà en usage pour barrer les Varices, les Hémorroïdes, & autres Veines ; mais quoique toutes ces opérations dûssent autoriser les Chirurgiens à faire la Ligature des Vaisseaux qu'on est obligé de couper dans l'Amputation des Membres, on ne s'en étoit point encore servi dans ces occasions, au xvi.<sup>e</sup> Siècle. Ambroïse Paré, Chirurgien de trois de nos Rois, fut le premier qui la mit alors en pratique. Cette manière d'arrêter le sang, qui parut nouvelle, lui attira bien des contradictions ; mais quoique désapprouvée d'abord par quelques-uns de ses contemporains, il eut la satisfaction de la voir pratiquer avec un grand succès. La Ligature rendit les Chirurgiens moins timides : l'Amputation des Membres devint une opération plus sûre, moins douloureuse, & la guérison en fut plus prompte. On s'en est presque universellement servi jusqu'à présent pour arrêter le sang, non seulement dans l'Amputation des Membres, mais encore dans l'opération de l'Anévrysme, & dans les Playes accompagnées de grandes Hémorragies.

Tous ces différents moyens n'auroient jamais, ou n'auroient que très-rarement, été suivis de succès sans la Compression, qui a toujours été d'un grand secours. Pour faire cette Compression, après avoir mis sur les Vaisseaux les Stiptiques, les Caustiques, ou même après en avoir fait la Ligature, on y applique des compresses pyramidales assujetties & soutenues par plusieurs tours de bande suffisamment serrés pour résister

à l'impulsion du sang de l'Artere, & s'opposer à la chute trop prompte de l'Escarre que font les Stiptiques & le Feu, ou à la séparation prématurée de la Ligature. Sans cette précaution, on auroit presque toujours à craindre l'Hémorragie, qui n'arrive que trop souvent à la chute de la Ligature ou de l'Escarre, malgré les soins qu'on prend pour l'éviter par une Compression convenable.

La Compression est aussi ancienne que les autres moyens d'arrêter l'Hémorragie; elle est même, selon toute apparence, conforme à la première idée que les hommes ont dû naturellement avoir pour arrêter le sang. J'espère cependant, en ce qui concerne les Amputations, lui donner aujourd'hui tous les avantages de la nouveauté, soit par rapport à la manière de comprimer les vaisseaux, soit par rapport à l'usage exclusif que je lui donne, en rejetant celui des Astringents, des Stiptiques, des Caustiques, & même de la Ligature des Vaisseaux, autant qu'il est possible. Je vais d'abord rapporter les observations que j'ai faites sur la manière dont le sang s'arrête par les différents moyens dont je viens de parler.

Lorsqu'une Hémorragie considérable a été arrêtée par les Absorbants ou les Stiptiques, c'est toujours par le moyen d'un Caillot soutenu de la compression, que l'orifice du vaisseau se trouve bouché. Ce Caillot a ordinairement deux parties, l'une au dehors du vaisseau, & l'autre au dedans. Celle du dehors est formée par le sang dernier sorti, qui, en se caillant, fait corps avec le charpi, la mousse, ou les poudres, dont on s'est servi pour arrêter le sang. L'autre partie du Caillot, qui est dans le vaisseau même, n'est précisément que la portion du sang qui étoit prêt à sortir, quand on a bouché le vaisseau. Ces deux parties ne sont souvent qu'un même Caillot; celle du dehors fait l'office de Couvercle, & celle du dedans fait l'office de Bouchon. L'une & l'autre arrêtent le sang par la solidité qu'elles acquièrent en se coagulant, & par l'adhérence qu'elles contractent ensuite, l'une avec l'intérieur du vaisseau, & l'autre avec son orifice externe.

Si l'on s'est servi des Stiptiques ou des Escarotiques, le



88 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Caillot est plutôt formé que quand on a usé des Absorbants, ou des simples Astringents : il occupe une plus grande étendue de la cavité du vaisseau ; ce qui fait un Bouchon plus profond. Le Couvercle ou la portion extérieure du Caillot est aussi beaucoup plus épaisse, parce qu'en même temps que les Stiptiques & Escarotiques coagulent le sang, ils brûlent une portion du vaisseau & des chairs voisines qui, faisant corps avec le sang caillé, forment ensemble un Couvercle plus épais & plus étendu.

La Ligature arrête le sang en plissant & serrant le vaisseau, comme fait le cordon avec lequel on lie un sac. Le sang qui étoit prêt à sortir, retenu par la Ligature, se coagule à la vérité plus lentement que lorsqu'on se sert des Stiptiques, mais il se coagule toujours, & on doit le regarder comme la portion du Caillot, que j'ai appelé le Bouchon, qui dans ce cas est retenu par la Ligature ; au lieu que dans l'autre, le Bouchon est retenu par la portion extérieure du Caillot, que j'ai appelé le Couvercle.

Ce Caillot ou ce Bouchon est par sa figure, bien différent de celui qui se forme après l'application des Stiptiques. Celui-ci est cylindrique, & celui qui se forme après la Ligature a une figure pyramidale, la base du côté de l'intérieur du vaisseau, & la pointe du côté de la Ligature. Cette figure est très-favorable pour retenir le sang après la chute de la ligature, pourvu qu'elle se sépare sans effort par la seule supuration & l'accroissement des chairs qui se forment au dessus de l'endroit lié ; car alors, quand même l'orifice du vaisseau ne seroit pas entièrement réuni ou fermé par les chairs, il seroit du moins si considérablement rattaché, que le Caillot (supposé qu'il fût entièrement détaché de la paroi du vaisseau, comme cela arrive quelquefois) ne seroit point chassé au dehors par l'impulsion du sang, mais tout au plus la pointe du Caillot s'engageroit dans ce qui resteroit d'ouverture au vaisseau, & y entrant, pour ainsi dire, à force, le boucheroit exactement. Ce n'est pas la même chose, quand quelque convulsion, ou quelques autres mouvements violents de la part du Malade, sont

sont cause de la séparation de la Ligature ; car cette séparation se fait alors avant la parfaite clôture du vaisseau ; & de plus, le Caillot, malgré sa figure, est poussé avec tant de violence, que non seulement il sort, mais qu'il détruit même en passant tout ce qu'il y a de réunion commencée, & l'ouverture du vaisseau, aussi large qu'auparavant, laisse darder le sang comme le premier jour.

La forme du Caillot, telle que je viens de la décrire, se voit parfaitement pour l'ordinaire, dans le Moignon de ceux qui sont morts depuis le deux jusqu'au vingt ou trentième jour de l'Amputation. J'ai présenté à la Compagnie l'Artere crurale d'un Homme à qui on avoit coupé la Cuisse depuis cinq jours, & dont on peut voir la Figure.

*Voyez la première & la seconde Figure.*

*A*, l'Artere ouverte.

*B*, la Ligature.

*C*, le corps du Caillot.

*D*, la pointe du côté de la Ligature.

*E*, la pointe du Caillot du côté supérieur.

Après la chute de la Ligature, il arrive assés souvent une légère Hémorragie, parce que le Caillot, en durcissant, a diminué de volume, & s'est détaché par quelque endroit de la paroi du vaisseau ; mais cette Hémorragie subsiste seulement, ou jusqu'à ce que le Caillot entièrement détaché de la paroi du vaisseau, puisse être poussé par le sang, vers l'endroit que la Ligature a rendu plus étroit, ou jusqu'à ce que le sang qui passe entre le caillot & le vaisseau, ait bouché cet intervalle en s'y caillant.

Lorsqu'on a arrêté le sang avec les Stiptiques ou avec les Caustiques, si à la chute de l'Escarre il survient Hémorragie, ne fût qu'un suintement, le sang ne s'arrête souvent pas avec facilité, parce que par cette manière d'arrêter le sang, l'orifice du vaisseau n'est pas rétréci comme quand on s'est servi de la Ligature. Si le Caillot, qui est presque cylindrique, tient encore par quelque endroit à la paroi du vaisseau, il n'y aura qu'un suintement ; mais s'il en est entièrement détaché, la plus légère impulsions du sang le chassera dehors, &

L'Hémorragie recommencera, à moins que par une Compression artistement faite sur l'extrémité du vaisseau, on ne retienne ce Caillot prêt à s'échapper, jusqu'à ce que le sang remplisse l'espace qui se trouve entre lui & la paroi du vaisseau, qu'il s'y coagule, & qu'il le bouche une seconde fois.

La clôture des Vaisseaux par l'usage de la seule compression ne se fait pas tout-à-fait de même, sur-tout si l'on a observé, en la faisant, toutes les circonstances que je rapporterai ci-après, & dont une des principales est de comprimer le vaisseau par le côté. Alors l'embouchure n'est plus ronde; elle est aplatie comme l'anche d'un Haut-bois; les parois & les bords appliqués l'un contre l'autre, s'unissent & se consolident comme deux parties fraîchement coupées; puis, toutes les deux ensemble se joignent avec les chairs voisines, & cette adhésion, qui se fait peu-à-peu, est suivie d'une réunion & d'une cicatrisation commune. Il se forme un caillot intérieur comme après la ligature, lequel n'a pas la même figure, puisqu'il se moule est différent; cependant supposé qu'il se détacha, il arrêteroit de même le sang, pourvu que l'ouverture du vaisseau fût en partie réunie, parce qu'il est plus épais du côté de la cavité du vaisseau que du côté de son orifice. Il y a donc cette différence entre la réunion d'un vaisseau procurée par la Ligature, & celle qui est procurée par la Compression; que la réunion par la Ligature ne se fait, pour ainsi dire, que dans le point où le fil a réuni toute la circonférence du vaisseau, & que la réunion procurée par la Compression, se fait non seulement d'un bord à l'autre, mais encore dans toute l'étendue des surfaces intérieures qui ont été appliquées l'une sur l'autre par l'applatissment du vaisseau comprimé, & c'est ce qui rend cette adhésion plus étendue & plus capable de soutenir le Caillot, & de résister à l'impulsion du sang.

Dans toutes ces différentes manières d'arrêter le sang, on voit que le Caillot est très-nécessaire; mais on croira difficilement qu'il devienne partie solide, & que ce soit lui qui pour toujours empêche le sang de passer par le vaisseau; il

peut tomber en Gangrene ; que si elle n'est pas forte , elle ne peut arrêter un gros vaisseau , sur-tout lorsqu'il est coupé entièrement , comme dans les Amputations des membres. J'avoüerai que ce sont-là les défauts de la Compression , telle que je l'ai décrite ci-dessus , ou telle qu'elle s'est toujours pratiquée. On ne peut la graduer ni la ménager , de manière qu'en agissant sur les parties qui doivent être comprimées , on laisse la liberté à celles qui n'ont pas besoin de compression , & à qui même elle peut être très-nuisible , mais la Compression que je propose aura des forces suffisantes , & elle sera ménagée de manière qu'on évitera toutes sortes d'inconvenients.

L'art de comprimer les vaisseaux ne consiste donc pas dans la quantité des forces qu'on emploie , mais dans la manière de les appliquer.

La force de la colonne du sang , qui sort d'une Artere ouverte , n'est pas si considérable , qu'un caillot adhérent à l'orifice du vaisseau ne puisse lui résister : une compresse soutenue d'un léger bandage peut quelquefois suffire. Le bout du doigt , quoique légèrement appuyé sur l'orifice d'un vaisseau ouvert , est suffisant pour en arrêter le sang , & il ne faudroit pas autre chose , si l'on pouvoit toujours tenir le doigt dans cette attitude , & si le Moignon d'un Malade agité pouvoit garder assés long-temps la même situation ; mais comme la chose est impossible , il faut trouver une Machine qui fasse l'office d'un doigt , & qui , sûrement & invariablement appliquée au Moignon , suive si bien les attitudes d'un Malade inquiet , qu'elle garde toujours les mêmes rapports avec le Moignon ; qu'elle soit telle enfin que le vaisseau se trouve toujours pressé dans les mêmes points , & avec les mêmes degrés de compression.

Une condition essentielle à cette Machine est qu'elle ne gêne point le Malade , afin qu'il puisse la supporter tout le temps nécessaire , sans aucune incommodité. Pour cela , il faut qu'elle n'agisse que sur les parties qui doivent être nécessairement comprimées , laissant toutes les autres en pleine

liberté : il faut de plus qu'elle soit construite de manière que, sans causer aucuns mouvements au Moignon du Malade, on puisse la relâcher, ou la resserrer selon les cas.

Si après l'Amputation, le Moignon enfle, & se gonfle, la compression sera trop forte, la machine trop serrée, il faut pouvoir la relâcher : au contraire, quand le Moignon descend, la compression est trop foible, la machine est trop lâche, il faut pouvoir la resserrer. Il est donc absolument nécessaire que cette machine puisse avec facilité être serrée ou relâchée plus ou moins, pour s'ajuster au volume de la partie, afin que la compression du vaisseau soit toujours égale.

Je divise cette Machine en deux parties : l'une comprime le tronc d'où vient la branche de l'Artère coupée, & l'autre comprime l'ouverture ou la coupure de la branche par laquelle le sang s'écoule. Voici la manière de se servir de cette machine, que je vais appliquer à une Cuisse coupée.

La première partie s'applique avant que de faire l'opération : elle y est même très-essentielle. Elle est composée d'un Bandage circulaire *A*, qui fait le même contour que le circulaire d'un Brayer, & qui après avoir embrassé le corps au-dessous des hanches, vient se rendre dans l'Aîne, précisément au-dessous de l'arcade des muscles du ventre, dans l'endroit où passe l'Artère crurale. Un autre Circulaire *B* entoure la cuisse au-dessous du pli de la fesse, & vient se rendre dans l'Aîne, où se trouvent l'une sur l'autre deux Plaque de taule garnies de chamôis *CD*. Celle de dessous est plate du côté qu'elle touche à la plaque de dessus, mais du côté qu'elle touche au pli de l'Aîne, elle est garnie d'une Pelote bien rembourée : le centre de cette Pelote est appuyé précisément sur le passage de l'Artère crurale à la sortie du ventre. La plaque de dessus est attachée aux deux Circulaires qui lui servent de point fixe : quelques liens attachent ces deux circulaires entre eux. Celui qui entoure les hanches empêche la plaque de descendre, & celui qui entoure la cuisse, l'empêche de remonter, afin qu'elle réponde toujours au même endroit du pli de l'aîne. Une Vis *E*, qui peut tourner

*Voyez la troisième & la quatrième Figure.*

94 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

sans fin sur la plaque de dessous, passe dans un écrou taraudé dans la plaque de dessus ; de sorte que lorsqu'on tourne cette Vis à droite, on écarte les deux plaques l'une de l'autre, & on les rapproche, lorsqu'on la tourne à gauche : mais afin qu'elles s'éloignent ou qu'elles s'approchent en ligne droite, il y a deux petites fiches 1, 2, qui s'élèvent perpendiculairement de la plaque de dessous, & passent chacune par un trou percé dans la plaque de dessus, l'une à droite, & l'autre à gauche de la Vis. Ces deux tiges dirigent l'approche & l'éloignement des deux plaques, & c'est par elles qu'elles s'éloignent ou s'approchent toujours parallèlement.

Ce Bandage étant placé comme je viens de le dire, si l'on tourne la Vis à droite, les plaques s'écarteront l'une de l'autre ; mais parce que les deux circulaires retiennent la plaque de dessus, & s'opposent à son élévation, il faut de nécessité que la plaque de dessous s'abaisse & s'enfonce dans le pli de l'Aîne ; que la Pelote dont elle est garnie comprime le tronc de l'Artère crurale, à mesure que l'on tourne la Vis ; & que cette Vis, tournée un certain nombre de fois, comprime si exactement l'artère, que le sang n'y puisse plus passer.

Ce Bandage n'a servi jusques-là qu'à retenir le sang pendant l'opération, mais pour arrêter le sang des vaisseaux que l'on vient de couper, il faut un second Bandage composé d'une double plaque, comme le premier. A la plaque de dessus viennent aboutir & s'accrocher quatre courroyes F, qui sont solidement retenues aux deux circulaires du premier Bandage. Avant que de les appliquer, il faut placer, en comprimant, un peloton de charpi sur le vaisseau, non directement sur son embouchure, mais sur le côté de cette embouchure, le plus éloigné de l'Os, afin qu'en le poussant vers l'Os, les parois s'appliquent l'une contre l'autre, & que pressé d'un côté par le peloton de charpi, & de l'autre par la résistance de l'Os de la cuisse, le vaisseau prenne la figure de l'anche d'un Haut-bois. Sur ce premier peloton de charpi, on en place un second plus large, & sur celui-ci un troisième, & même un quatrième, toujours plus larges ;

& toujours poussés suivant la même direction. Ensuite on pose sur ce dernier tampon de charpi le centre de la pelote *G*, qu'on assujettit avec les courroyes *F* qui viennent toutes se rendre à la plaque de dessus *H*. Alors si on tourne la Vis à droite, les deux plaques s'éloigneront ; mais parce que les quatre courroyes empêchent l'élevation de la plaque supérieure, il faut que la plaque de dessous s'enfonce & appuie sur le tampon de charpi le plus extérieur, & celui-ci sur les autres successivement jusqu'au premier appliqué, lequel pressant le vaisseau, ainsi qu'il a été dit, en effacera si exactement la cavité qu'aucune goutte de sang ne pourra s'épancher.

Après avoir fait cette dernière application, on lâche par degré, & peu à peu la Vis de la pelote qui comprime le tronc de l'artère dans l'aîne, pour laisser passer le sang, jusqu'à ce que l'on commence à sentir le battement de l'artère ; & si l'on s'apperçoit qu'elle batte trop fort, & qu'il passe trop de sang, on resserre la Vis d'un demi-tour, ou d'un tour, plus ou moins, afin de n'en laisser passer qu'autant qu'il en est nécessaire pour conserver la vie dans le Moignon.

Ainsi cette Machine a plusieurs utilités. Par le moyen de la première piece, on se rend totalement maître du sang ; l'attention du Chirurgien n'est point partagée ; il est plus assuré & plus ferme en opérant ; l'opération finie, on lâche autant de sang qu'on le juge à propos. Veut-on panser le Malade, on retient totalement le sang, jusqu'à ce qu'on ait levé l'ancien appareil, & appliqué le nouveau, en prenant les précautions que je dirai ci-après.

La deuxième partie de cette Machine arrête le sang, en comprimant la bouche du vaisseau coupé, ainsi que l'on a dit ci-dessus ; & l'on conçoit bien que si la compression ordinaire pouvoit arrêter le sang dans une branche, sans que le tronc fût comprimé, celle-ci l'arrêteroit bien plus facilement, puisqu'elle arrête la colonne de sang dans le tronc même, & qu'on n'en laisse passer qu'autant qu'on le juge nécessaire, pendant que le surplus est obligé de refluer dans les troncs voisins, ou dans les vaisseaux collatéraux.

Un autre avantage que cette Machine a sur les autres moyens d'arrêter le sang, & sur la compression ordinaire, c'est qu'aussi-tôt que la supuration est établie, on peut sans crainte d'hémorragie, lever entièrement l'appareil à chaque pansement. Au contraire lorsqu'on s'est servi des autres moyens, on laisse à chaque pansement tout ce qui est placé sur les vaisseaux; on craint de les dégarnir; ce qui reste s'échauffe, se pourrit, & contracte une odeur incommode au Malade, & à tous ceux qui l'approchent; de plus, ce reste d'appareil retient une partie du pus, qui croupissant, devient âcre, irrite la partie, & cause douleur, inflammation, fièvre, insomnie, & autres accidents.

Avec nôtre Machine, pour n'avoir rien à craindre à la levée du premier appareil, il ne faut que serrer la Vis des plaques qui sont dans l'aîne. On empêche le sang de couler dans le vaisseau. On détache alors les courroyes de la pelote de dessus le moignon; on la leve, & on ôte de l'appareil tout ce qui peut aisément se séparer. Ensuite on applique de nouveaux tampons de charpi à la place des anciens; on remplace, on attache la pelote; on en serre la Vis au degré qui convient; on relâche peu à peu la Vis de l'aîne pour la remettre au degré où elle étoit, & l'on acheve le pansement. On pourroit dire que cette manière de consolider les vaisseaux est une imitation de la manœuvre des Fontainiers qui, pour réparer un tuyau de Fontaine, commencent par fermer le robinet du Reservoir, pour se rendre maîtres de l'eau, qui empêcheroit leur soudure. La Vis de l'aîne est une espece de robinet qui retient le sang, ou modere son mouvement, jusqu'à ce que les suc's nourriciers ayent soudé & consolidé l'ouverture du vaisseau.

Ce moyen d'arrêter le sang est préférable aux autres, non seulement parce qu'il est plus doux, plus sûr & plus commode, mais encore parce qu'il est plus naturel. En effet, les Stiptiques, les Escarotiques, le Feu & la Ligature n'arrêtent le sang, qu'en détruisant une portion des vaisseaux, des nerfs & des chairs voisines. La compression ne détruit aucune partie;  
elle



elle les rapproche seulement , & procure leur adhésion. Mais ce qu'il y a de plus estimable, c'est que la compression bien graduée ne produit jamais d'inflammation, & il en arrive toujours, lorsqu'on se sert des autres moyens. C'est même cette inflammation qui donne occasion à la supuration extraordinaire, & la supuration à la chute prématurée des Escarres & des Ligatures.

La chute des Escarres sera toujours suivie d'hémorragie; quand la partie du Caillot, que j'ai appelé le Bouchon, restera attachée avec la partie que j'ai appelée le Couvercle, parce qu'elles tomberont ensemble, & qu'alors l'orifice du vaisseau ne sera ni bouché ni couvert. J'ai tâché de découvrir pourquoi ces deux parties du Caillot tomboient quelquefois ensemble, & quelquefois séparément; & j'ai remarqué que cela dépendoit de la manière dont on faisoit la compression ordinaire, après l'application des escarotiques, ou autres moyens : car si l'on observoit de faire toujours la compression sur le côté du vaisseau, de façon à en approcher les bords & les parois, on empêcheroit la communication du Caillot interne avec l'externe, ils n'auroient point d'adhérence l'un à l'autre, l'externe se sépareroit seul, l'interne resteroit dans le vaisseau, & l'hémorragie ne suivroit pas si souvent la chute des Escarres.

On voit par cette observation combien la compression est utile pour faire réussir les autres moyens d'arrêter le sang, & l'on prévoit même déjà, que seule elle peut être suffisante. En effet, pour empêcher que le sang coule par un vaisseau ouvert, il ne faut qu'une compression qui le retienne, jusqu'à ce que les adhésions du caillot au vaisseau, du vaisseau à lui-même & aux chairs voisines, soient assez fortes pour résister à l'impulsion du sang. Il ne faut pas pour cela un temps bien considérable; le jour que l'Appareil se sépare avec facilité, qui est pour l'ordinaire le quatrième ou le cinquième, la réunion est faite, & si l'on continuë la compression, ce n'est que pour plus grande sûreté.

Les Caustiques, les Stiptiques & la Ligature pourroient-ils

mieux faire? Eux, au contraire qui retranchent & détruisent, qui font beaucoup de douleur, & qui attirent l'inflammation, si contraire à la réunion. Un vaisseau pour se réunir à soi-même, au caillot & aux chairs voisines, peut-il être dans une situation plus favorable, que celle dans laquelle il se trouve, à l'instant qu'il vient d'être coupé? La Chirurgie ne nous enseigne-t-elle pas que pour réunir des parties fraîchement divisées, il ne faut que les rapprocher, & les maintenir rapprochées? C'est, si j'ose le dire, à la Nature à faire le reste, & elle le fait toujours, lorsqu'elle n'est point interrompue dans ses fonctions, comme elle l'est par les autres moyens d'arrêter le sang. Ceux-ci retardent la réunion qui ne commence à se faire qu'au cinquième ou au sixième jour; au lieu qu'en se servant de la compression, l'adhésion, la réunion, & la consolidation des vaisseaux commencent dès les premiers instants qu'ils sont comprimés : si bien que, lorsqu'à la levée du premier appareil, la supuration détache les tampons de charpi, dont on s'est servi pour comprimer le vaisseau, on s'aperçoit que la réunion de ses parties est déjà faite. Il est vrai qu'elle n'est pas encore bien solide, c'est pour cela, qu'avant de lever l'appareil, on a soin de serrer la Vis de la pelote de l'aîne, qui comprime exactement le tronc; de sorte que ce qui reste de sang dans le vaisseau, depuis cette compression jusqu'à l'ouverture, n'a point le mouvement d'impulsion, qui seroit capable de forcer cette réunion commencée.

Ce que je viens de dire de la Machine & de ses usages n'est point conjecture : je ne la propose qu'après l'avoir mis heureusement en pratique à l'Amputation de la Cuisse d'une personne de distinction. Toute la France a pris tant de part à cette guérison, la maladie étoit si considérable, & accompagnée de tant de circonstances singulières, que je me suis cru obligé d'en rendre compte.

Au Siège d'Aire en 1710, cette personne reçut un coup de bale de Mousquet, qui lui perça la Cuisse droite de part en part, & brisa l'os en tant de pièces, qu'il y a lieu de

s'étonner que les deux portions principales ayent pû se réunir par un calus assés fort pour soutenir le corps, & conserver la facilité de marcher pendant vingt ans. Cet illustre Blessé fut prisonnier de Guerre, & quoiqu'on eût pour lui tous les égards & les soins dûs à une personne de sa condition, la blessure resta fistuleuse, parce qu'on ne tira de la playe aucune des esquilles, qui cependant étoient en grand nombre, comme il paroît par celles qu'on a tirées en différens temps, soit par l'ouverture de la fistule, qui a subsisté 19 ans, soit par celle de quelques-uns des Abscess qui sont survenus pendant le cours de cette longue & laborieuse maladie.

Il y a un an & plus que la douleur vive & presque continue que le Malade souffroit, l'obligea de prendre un parti. Il assembla plusieurs personnes habiles, au nombre desquels furent ceux que le sçavoir & l'expérience ont élevés aux premières places. Il fut mis en question, si on ouvriroit la Fistule pour tirer une Esquille très-considérable qu'on y sentoit avec la Sonde, ou si on couperoit la Cuisse. On décida, qu'avant toutes choses, on tireroit l'Esquille, regardant l'Amputation de la Cuisse comme une dernière ressource.

Chargé d'exécuter ce dont on étoit convenu, je dilatai la Fistule, autant qu'une barrière osseuse, qui la formoit, me permit de le faire. Par cette dilatation, je ne pûs découvrir que huit lignes du milieu de l'Esquille qui avoit trois pouces de longueur : les deux extrémités étoient cachées dans une espece de caverne osseuse, & retenües presque immobiles par des chairs dures & caleuses. Après avoir essayé en vain de pousser l'esquille, soit en haut, soit en bas, pour la tirer par l'une de ses extrémités, je fis faire un Instrument avec lequel je la coupai en deux. Alors je la tirai avec facilité, & tout de suite trois autres esquilles, dont l'une étoit plus grosse que la première, & les deux dernières plus petites ; mais ce qui paroîtira surprenant, c'est qu'ayant porté mon doigt dans le fond de la Fistule, je trouvai un morceau du drap de la culote, qui n'avoit perdu que sa couleur. Quelques jours après, il sortit en trois pansements différens, trois morceaux de Fer

roüillés, qu'on jugea être des portions de l'anneau d'une Clé que la bale avoit brisé, & dont le reste fut trouvé dans poche de la culote le jour même de la blessure.

Le succès de toutes ces opérations sembloit promettre une guérison parfaite, mais les douleurs qui n'avoient été qu' diminuées, revinrent bien-tôt aussi vives qu'auparavant. L'insomnie, la fièvre lente & la maigreur détruisirent nos espérances ; enfin les forces qui diminuoient chaque jour, nous obligèrent d'annoncer au Malade la nécessité de l'Amputation ; ou plutôt le Malade, devenu habile en Chirurgie depuis vingt ans qu'il en étoit le Sujet, reconnut lui-même la nécessité de cette cruelle opération : il la proposa, & décida du jour & de l'heure qu'elle seroit faite.

Le 23 Février 1730, à dix heures du matin, tout étoit prêt, mais l'opération ne fut faite qu'à onze, parce que notre courageux Malade n'étoit pas éveillé. Nous lui laissâmes achever cette nuit, qui fut une des plus tranquilles qu'il eût encore passé depuis sa blessure. L'opération faite, les Vaisseaux furent liés à l'ordinaire. Le Malade couché, fut si tranquille, qu'il paroissoit avoir oublié les douleurs qu'il venoit de souffrir, & mépriser celles que l'on pouvoit lui causer par la suite. Son courage l'empêchoit de douter de sa guérison sûre de vivre, il ne s'occupoit qu'à former des projets agréables, & ne soupçonnant aucun danger, son esprit jouissoit de cette tranquillité que donne la douce espérance, ou plutôt la sécurité.

Avec de pareilles dispositions, les guérisons sont faciles mais s'il est avantageux qu'un Malade ait du courage, il faut droit pouvoir y donner des bornes. L'exemple de celui-ci prouve qu'on peut abuser de tout, même de la vertu. Celui qui l'avoit conduit si rapidement à la guérison, ce courage intrépide, lui fit entreprendre de se lever lui-même sans se courir, & de s'asseoir le dos contre le chevet de son lit ; à qu'il fit avec tant de promptitude & de force, qu'il alarma les assistants, & qu'à l'instant il s'aperçut qu'il perdoit tout son sang. Ce fut le vingt-unième jour de l'opération. J'étois

heureusement chés lui ; le mal fut aussi-tôt réparé par l'application d'un bouton de Vitriol, soutenu d'un bandage convenable. Il observa plus exactement le repos : cependant le onzième jour de l'application du Vitriol, à la chute de l'Escarre, l'hémorragie revint. J'étois encore près du Malade, & profitant des réflexions que j'avois faites sur les défauts de la Ligature & l'infidélité des Caustiques, je crus pouvoir tenter d'arrêter le sang par la seule Compression. Je la fis avec les moyens ordinaires ; ce que je regardai cependant plutôt comme une épreuve que la nécessité m'obligeoit de faire, que comme un moyen assuré. La crainte & la méfiance me firent placer près du Malade quatre Chirurgiens, qui se relevoient d'heure en heure pour tenir le Moignon, & appuyer la main sur l'endroit de l'Artere ouverte, afin de fortifier l'action du bandage qui faisoit la compression.

Dans cette cruelle extrémité, il sembloit que pour sauver la vie du Malade, nous n'eussions à choisir que l'application des Caustiques, ou la Ligature du Vaisseau ; mais comment se fier une seconde fois à l'un ou à l'autre, puisque tous deux nous avoient manqué ? La Ligature fut cependant proposée ; elle parut difficile & dangereuse : difficile, parce que l'Artere avoit été raccourcie de près d'un pouce, soit par la portion qu'en avoit retranché la Ligature, soit par celle qu'en avoit brûlé le Vitriol. Elle n'étoit pourtant pas impossible, puisqu'on pouvoit faire une incision pour découvrir l'Artere, & la lier ; mais cette opération eût été dangereuse à un Malade exténué & fatigué par les opérations, par la diète & par une supuration abondante, qui duroit depuis près de trente jours.

La triste situation où je me trouvois, ne me permit pas de songer à autre chose qu'à trouver les moyens de remédier à un si fâcheux accident. L'idée d'une Machine me vint, & ne me quitta pas de toute la nuit : le jour étant venu, j'en fis un modèle avec du papier. Je mandai M. Perron, mon confrere, qui approuva cette Machine, & la fit fabriquer. Si-tôt que je l'eus placé, le Malade sentit qu'elle réussiroit.

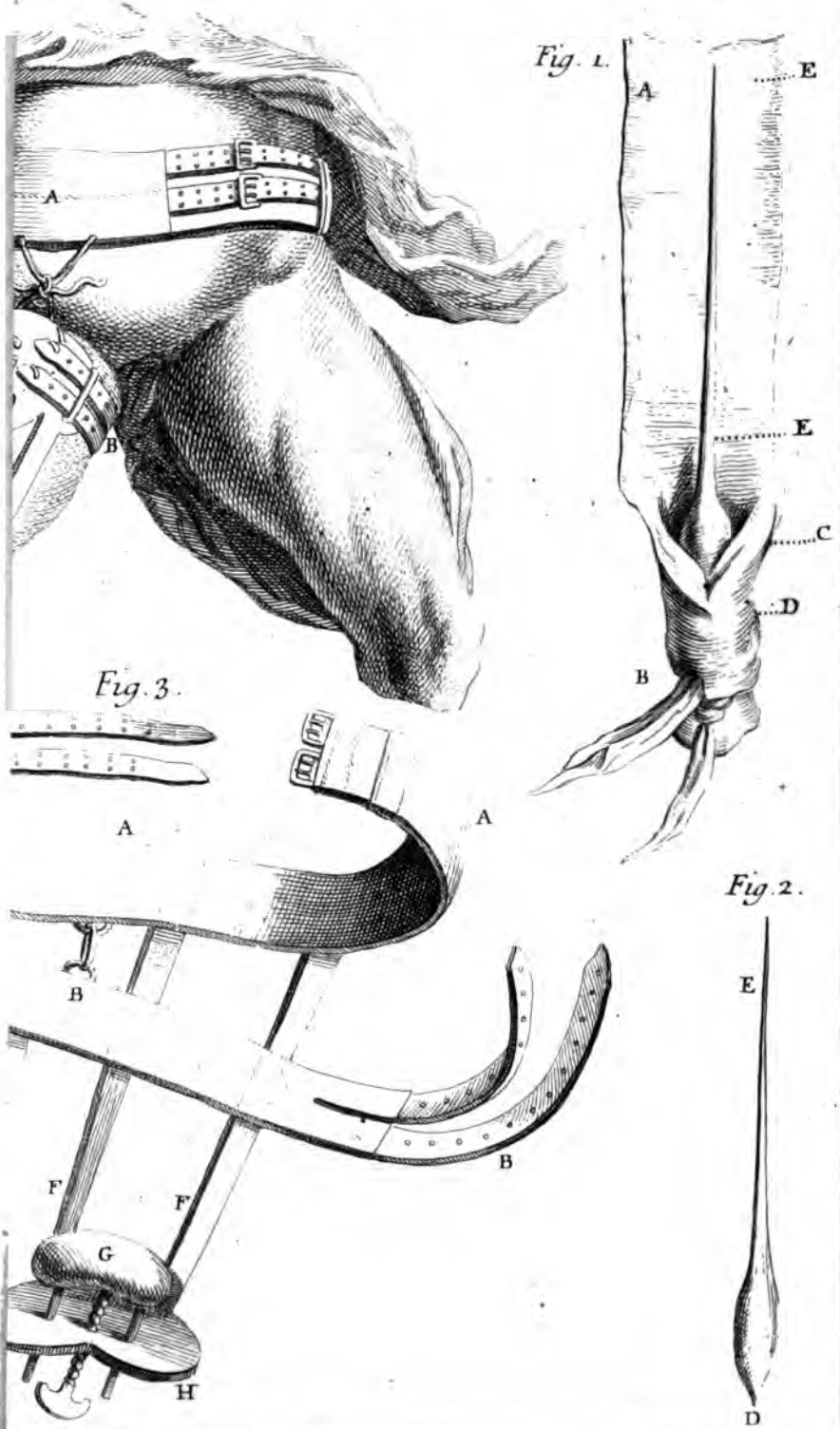
parce que, disoit-il, elle appuyoit sur les deux points essentiels, & qu'elle laissoit en liberté tout le reste du Moignon. Elle fit toute seule, mais avec bien plus d'exactitude & de régularité, ce que faisoient les quatre Chirurgiens que j'employois à comprimer le bout du Moignon. Ce qu'elle a fait de plus, c'est qu'après avoir tranquilisé le Malade, rassuré le Chirurgien & la Famille allarmée, elle a procuré la consolidation du Vaisseau, d'où s'en est suivi une guérison parfaite.

On voit par l'exemple que je viens de rapporter, qu'on arrêtera le sang des Vaisseaux coupés dans les Amputations sans Stiptiques, sans Caustiques & sans Ligature. Par les observations & les réflexions que j'ai faites sur les différents moyens d'arrêter le sang, on sera convaincu que la Compression doit être préférée; & l'on sera d'autant plus porté : s'en servir, qu'elle s'exécute par le moyen d'une Machine sûre simple & facile à manœuvrer. Je ne prétends pas borner son usage à la seule Amputation de la Cuisse : il est certain qu'elle doit encore mieux réussir aux Bras & aux Jambes, puisqu'elle s'y ajustera plus facilement, & que les Vaisseaux y sont moins considérables.



Fig. 4.

Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 5. pag. 102.







SUR LA SEPARATION  
DES INDETERMINEES  
DANS  
LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

**I.** SOIT l'Equation  $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$ , dans laquelle  $a, b, m, n, p$ , sont des quantités constantes quelconques, &  $x$  &  $y$  variables. Pour séparer les indéterminées dans cette Equation, je la multiplie par  $A$  indéterminée en forme & en valeur, & j'ai  $A dx = a Ax^m y^n dy + b Ay^{n+1} x^p dx$ .

L'intégrale de cette Equation est  $[\int A dx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}]$   
 $-\frac{ma}{n+1} \int Ay^{n+1} x^{m-1} dx - \frac{a}{n+1} \int y^{n+1} x^m dA + b \int Ay^{n+1} x^p dx$ .

Je fais  $= 0$  les termes du second membre qui sont affectés du signe  $\int$ ; & les différentiant, il vient  $\frac{ma}{n+1} Ax^{m-1} dx + \frac{a}{n+1} x^m dA = b Ax^p dx$ , ou  $A^{-1} dA = \frac{(n+1)b}{a} x^{p-m} dx - mx^{-1} dx$ . J'integre cette Equation, & j'ai  $\ln A + m \ln x = \frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}$ , ou (passant aux nombres, & prenant  $c$  pour le nombre dont le logarithme  $= 1$ )  $Ax^m = c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}$ , ou  $A = c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m}$ .

Et substituant cette valeur de  $A$  dans l'Equation intégrée

$$[\int A dx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}], \text{ il vient}$$

$$\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx = \frac{a}{n+1} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} y^{n+1},$$

$$\text{ou } y^{n+1} = \frac{n+1}{a} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} \int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx,$$

$$\text{ou enfin } y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a}} x^{p-m+1} \times \\ \left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1} x^{-m} dx\right)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Quel que soit le rapport entre  $a, b, m, n, p$ , dans l'Equation  $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$ , les indéterminées seront, comme l'on voit, toujours séparées par cette méthode, & par conséquent le Probleme contruisible par les Quadratures, excepté cependant lorsque  $p = m - 1$ , ou  $n = -1$ .

II. Lorsque  $p = m - 1$ , l'intégrale générale ne fait rien connoître, à cause des exposants infinis qui s'y trouvent. C'est que l'Equation est absolument intégrable sans quantités exponentielles : car elle est alors  $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^{m-1} dx$ . Je lui applique donc la règle sous sa forme particulière, & j'ai  $A dx = ax^m y^n dy + bAy^{n+1} x^{m-1} dx$ , dont l'intégrale est  $[\int A dx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}] - \frac{ma}{n+1} \int Ay^{n+1} x^{m-1} dx = \frac{a}{n+1} \int x^m y^{n+1} dA + b \int Ay^{n+1} x^{m-1} dx$ . D'où l'on tire  $A^{-1} dA = \frac{nb+b-ma}{a} x^{-1} dx$ , ou  $lA = \frac{nb+b-ma}{a} l x$ , ou  $A = x^{\frac{nb+b-ma}{a}}$ ; & substituant cette valeur de  $A$  dans l'Equation intégrée, l'on a

$$\left(\frac{a}{nb+b-ma+a}\right) \times \left(x^{\frac{nb+b-ma+a}{a}} + B\right) = \frac{a}{n+1} x^{\frac{(n+1)b}{a}} y^{n+1},$$

$$\text{ou } \left(\frac{n+1}{nb+b-ma+a}\right) \times \left(x^{-m+1} + Bx^{\frac{(-n-1)b}{a}}\right) = y^{n+1}, \text{ ou}$$

$$\text{enfin } y = \left(\frac{n+1}{nb+b-ma+a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times \left(x^{-m+1} + Bx^{\frac{(-n-1)b}{a}}\right)^{\frac{1}{n+1}}.$$

D'où l'on voit que lorsque  $p = m - 1$ , & que  $m$  &  $n$  sont des nombres rationnels, l'Equation appartient toujours à des Courbes algébriques.

Cette intégrale ne fait rien connoître, lorsque  $n = -1$ . C'est que l'Equation étoit intégrable sans aucune préparation

car l'on a alors  $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^{m-1} dx$ , ou  $x^{-m} dx$   
 $= bx^{-1} dx + ay^{-1} dy$ , ou  $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} = b \ln x + a \ln y$   
 $= a \ln B$ , ou  $c^{\frac{1}{-m+1} x^{-m+1}} = \frac{x^b y^a}{B^a}$ , ou  $y =$   
 $= B c^{\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1}} x^{-\frac{b}{a}}$ .

III. Lorsque  $n = -1$ , l'intégrale générale ne fait rien  
connoître. C'est encore parce que l'Equation est intégrable  
sans préparation; car elle est alors  $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^p dx$ ,  
ou  $x^{-m} dx = ay^{-1} dy + bx^{p-m} dx$ , dont l'intégrale est  
 $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} = \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1} = a \ln y - a \ln B$ ,

ou  $c^{\left(\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1}\right)} = B^{-a} y^a$ ,

ou  $y = B c^{\left(\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1} - \frac{b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}\right)}$ .

Cette intégrale ne fait rien connoître, lorsque  $m = 1$ ,  
ou  $p = m - 1$ .

Si  $m = 1$ , l'on a  $dx = ax y^{-1} dy + bx^p dx$ , ou  
 $x^{-1} dx = ay^{-1} dy + bx^{p-1} dx$ ; dont l'intégrale est  
 $\ln x - a \ln y + a \ln B = \frac{b}{p} x^p$ , ou  $B^a x y^{-a} = c^{\frac{b}{p} x^p}$ , ou  
 $y = B x^{\frac{1}{a}} c^{-\frac{b}{p a} x^p}$ .

Si  $p = m - 1$ , c'est le cas précédent (*Art. III.*)

IV. Je reviens à la racine de l'Equation générale

$$y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} x c^{\frac{b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \times \left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}\right.$$

$x^{-m} dx)^{\frac{1}{n+1}}$ ; & je cherche les cas où cette racine peut être

exprimée en termes finis. Pour cela faisant  $\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} = a$ ,

$m = 6$ , &  $p - m + 1 = 1$ , la quantité qui est sous

le signe  $\int$  devient  $\int c^{ax^6} x^6 dx$ ; que j'intègre comme il suit.

Mem. 1731.

O

$$\int c^{ax^e} x^e dx = \int c^{ax^e} x^{e-1+1} \cdot x^{e-1} dx = \frac{1}{a^e} c^{ax^e} x^{e-1+1} \\ - \frac{(e-1+1)}{a^e} \int c^{ax^e} x^{e-1} dx.$$

$$\int c^{ax^e} x^{e-1} dx = \int c^{ax^e} x^{e-2+1} \cdot x^{e-1} dx = \frac{1}{a^e} c^{ax^e} x^{e-2+1} \\ - \frac{(e-2+1)}{a^e} \int c^{ax^e} x^{e-2} dx.$$

$$\int c^{ax^e} x^{e-2} dx = \int c^{ax^e} x^{e-3+1} \cdot x^{e-1} dx = \frac{1}{a^e} c^{ax^e} x^{e-3+1} \\ - \frac{(e-3+1)}{a^e} \int c^{ax^e} x^{e-3} dx.$$

$$\int c^{ax^e} x^{e-3} dx = \&c.$$

Donc

$$\int c^{ax^e} x^e dx = \frac{1}{a^e} c^{ax^e} x^{e-1+1} - \frac{(e-1+1)}{a^e} c^{ax^e} x^{e-2+1} \\ + \frac{(e-1+1) \cdot (e-2+1)}{a^e} c^{ax^e} x^{e-3+1} \\ - \left( \frac{(e-1+1) \cdot (e-2+1) \cdot (e-3+1)}{a^e} \right) c^{ax^e} x^{e-4+1} + \&c.$$

D'où l'on tire, en remettant pour  $a$ ,  $e$ , leurs valeurs,

$$y = \left( \frac{n+1}{a} \right)^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(p+m-1)a}} x^{p-m+1} \times \left( \frac{a}{(n+1)b} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1} \right) x^{-1} \\ + \frac{p a^2}{(n+1)^2 b b} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1} x^{m-2p-1} - \frac{p a^3 (m-2p-1)}{(n+1)^3 b^3} \\ c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1} x^{2m-3p-2} + \frac{p a^4 (m-2p-1) \times (2m-3p-2)}{(n+1)^4 b^4} \\ c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1} x^{3m-4p-3} - \&c. + Q)^{\frac{1}{n+1}}, \text{ ou}$$

$$y = \left( \frac{n+1}{a} \right)^{\frac{1}{n+1}} \times \left( \frac{a}{(n+1)b} x^{-p} + \frac{p a a}{(n+1)^2 b b} x^{m-2p} \right. \\ \left. - \frac{p a^3 (m-2p-1)}{(n+1)^3 b^3} x^{2m-3p-2} + \frac{p a^4 (m-2p-1) \cdot (2m-3p-2)}{(n+1)^4 b^4} \right.$$

$$x^{m-4p-3} - \&c. + Qc^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a}} x^{p-m+1} \frac{1}{n+1} \Big) ; \text{ ou faisant } \\ \frac{a}{(n+1)b} = A, \frac{p a A}{(n+1)b} = B, \frac{(m-2p-1)B}{(n+1)b} = C, \\ \frac{(2m-3p-2) a C}{(n+1)b} = D, \&c. \\ y = (x^{-p} + p A x^{m-2p-1} - (m-2p-1) B x^{m-3p-2} \\ + (2m-3p-2) C x^{m-4p-3} - (3m-4p-3) \\ D x^{m-5p-4} + \&c. + R c^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a}} x^{p-m+1} \frac{1}{n+1} \Big) ;$$

On ne peut voir sans étonnement tout ce que contient une seule Équation différentielle aussi simple que  $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$ . Nous en avons donné la séparation en général (*Art. II.*) & les cas particuliers d'intégration (*Art. III. IV.*) L'on voit de plus qu'on a la valeur de  $y$  en termes finis toutes les fois que  $\frac{m-1}{m-p-1}$  est un nombre entier positif, ce qui donne une infinité de cas différents de ceux dont nous avons parlé.

Si  $\frac{m-1}{m-p-1}$  étant un nombre entier positif, l'on fait  $R=0$ , & que  $p$  soit un nombre rationnel, toutes ces courbes seront algébriques.

Si  $\frac{m-1}{m-p-1}$  étant quelque nombre entier positif,  $R=0$ ,  $p$  ou  $m$  sont irrationnels, l'on aura des courbes irrationnelles, mais dont les exposants sont constants, & qui tiennent le premier rang après les courbes algébriques.

Enfin si  $\frac{m-1}{m-p-1}$  étant toujours un nombre entier positif,  $R$  est quelque quantité donnée, ces courbes sont exponentielles à exposants variables.

V. La méthode s'applique avec le même succès à une infinité d'autres formules, & à celles dont M. Craig a donné la séparation dans son Livre de *Calculo Fluentium*.

*Lib. Calc.  
Fluent. p. 40,  
& seq.*

Son 1.<sup>er</sup> cas, qui est celui où l'une des indéterminées

manque, se réduit de lui-même aux Quadratures, & se trouvoit déjà dans le beau Scholion de la fin de la *Quadrature des Courbes* de M. Newton.

Le 2.<sup>d</sup> cas de M. Craig est  $ay^m dy = by^{m+1} dx + q dx$  ( $q$  étant une quantité quelconque donnée par  $x$ ). Je lui donne la forme  $Aq dx = a Ay^m dy - b Ay^{m+1} dx$ , dont l'intégrale est  $[\int Aq dx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1} \int y^{m+1} dA - b \int Ay^{m+1} dx$ . D'où l'on tire  $lA = -\frac{(m+1)b}{a} x$ , ou  $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a} x}$ ; & substituant cette valeur de  $A$  dans l'Equation intégrée, il vient  $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} x} q dx = \frac{a}{m+1} c^{-\frac{(m+1)b}{a} x} y^{m+1}$ , ou enfin  $y = (\frac{m+1}{a})^{\frac{1}{m+1}} x^{\frac{b}{a}} \times (\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} x} q dx)^{\frac{1}{m+1}}$ .

Le 3.<sup>me</sup> cas  $ay^m dy = by^{m+1} p dx + q dx$ , ( $p$  &  $q$  étant des fonctions quelconques de  $x$ ). Je lui donne cette forme  $Aq dx = a Ay^m dy - b Ay^{m+1} p dx$ , dont l'intégrale est  $[\int Aq dx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1} \int y^{m+1} dA - b \int Ay^{m+1} p dx$ . D'où l'on tire  $lA = -\frac{(m+1)b}{a} \int p dx$ , ou  $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a} \int p dx}$ ; & substituant cette valeur de  $A$  dans l'Equation intégrée, l'on a  $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} \int p dx} q dx = \frac{a}{m+1} c^{-\frac{(m+1)b}{a} \int p dx} y^{m+1}$ , ou enfin  $y = (\frac{m+1}{a})^{\frac{1}{m+1}} \times c^{\frac{b}{a} \int p dx} (\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} \int p dx} q dx)^{\frac{1}{m+1}}$ .

Le 4.<sup>me</sup> cas (si tant est qu'il soit différent du 3.<sup>me</sup>) est  $ady = py dx + by^n q dx$ . C'est l'Equation que M. Jacques Bernoulli avoit autrefois proposée (*Act. erud.* 1695. p. 553.)

& dont M. Jean Bernoulli son Frere donna la séparation dans les mêmes Actes 1697. p. 115. Quoiqu'il en soit, je lui donne cette forme,  $bAqdx = aAy^{-n}dy - Ay^{-n+1}pdx$ , dont l'intégrale est  $[b\int Aqdx = \frac{a}{-n+1} Ay^{-n+1}] - \frac{a}{-n+1} \int y^{-n+1} dA - \int Ay^{-n+1} pdx$ ; d'où l'on tire  $lA = (\frac{n-1}{a}) \int p dx$ , ou  $A = c^{(\frac{n-1}{a}) \int p dx}$ . Et substituant cette valeur de  $A$  dans l'Equation intégrée, l'on a  $b\int c^{(\frac{n-1}{a}) \int p dx} q dx = \frac{a}{-n+1} c^{(\frac{n-1}{a}) \int p dx} y^{-n+1}$ , ou  $y = (\frac{(-n+1)b}{a})^{\frac{1}{1-n}} \times c^{\frac{1}{a} \int p dx} \times (\int c^{\frac{n-1}{a} \int p dx} q dx)^{\frac{1}{1-n}}$ .

Quant au 5.<sup>me</sup> cas,  $ay'dy = by^n qdx + pdx$ ; il me semble que M. Craig se trompe, de croire en pouvoir faire la séparation comme il a fait dans les 2.<sup>d</sup> & 3.<sup>me</sup>. Ce cas n'est séparable ni par sa méthode ni par la mienne.



RECHERCHES GÉOGRAPHIQUES  
SUR L'ÉTENDUE  
DE L'EMPIRE D'ALEXANDRE,  
*Et sur les Routes parcourues par ce Prince dans  
ses différentes Expéditions.*

*Pour servir à la Carte de cet Empire, dressée par feu  
M. Delisle, pour l'usage du Roy.*

Par M. BUACHE.

4 Avril  
1731.

L'HONNEUR que j'ai d'occuper aujourd'hui une place que feu M. Delisle mon Beau-pere a si dignement remplie, m'a fait préférer ce sujet à plusieurs autres, que j'aurois pû exposer au jugement de la Compagnie. Formé par les soins de M. Delisle, & lui devant tout ce que je puis sçavoir en Géographie, j'ai crû devoir commencer par exécuter un Projet dont il m'avoit entretenu plusieurs fois.

Comme la Carte de l'Empire d'Alexandre s'étend depuis la Côte occidentale de la Grèce, voisine de l'Illyrie, jusque par de-là le Fleuve Indus, elle comprend presque toute la partie orientale du Monde connu des Anciens, & par-là elle auroit donné à M. Delisle occasion de justifier une partie des changements qu'il avoit faits aux Cartes des Géographes précédents.

Ce Mémoire joint à celui qu'il lût en 1714, sur la situation de l'Italie, & de la partie occidentale de la Méditerranée, auroit tenu lieu en partie de cette introduction à la Géographie qu'il avoit promise.

J'ai trouvé dans les Recueils de M. Delisle beaucoup de matériaux destinés à composer le Mémoire que je lis aujourd'hui, mais il n'avoit presque rien écrit des raisons sur



lesquelles il s'étoit déterminé pour les positions conjecturales de la Carte des Expéditions d'Alexandre : cependant ces positions conjecturales sont , comme le savent tous ceux qui ont travaillé sur la Géographie , la partie la plus considérable & la plus difficile de cette Science ; ainsi il m'a fallu rappeler & imaginer quelquefois , pour ainsi dire , les raisons qui l'avoient déterminé dans ces occasions. ~~.....~~

Pella, Capitale de la Macédoine, étoit la patrie d'Alexandre, & c'est de cette Ville que ce Prince partit pour ses trois expéditions différentes contre les Grecs, contre les Triballes, Peuples de la Thrace Septentrionale qu'il traversa jusqu'au Danube, obligeant une partie de ce vaste Pais de se soumettre à lui, & contre les Perses. La situation de Pella est déterminée sur la Carte, par sa distance de la Ville de Thessalonique, où l'on a une Observation du Pere Feüllée.

La partie occidentale de l'Empire d'Alexandre comprenoit les Pais contenus entre l'Epire, la Béotie, & la Thrace ; c'étoit-là proprement le Royaume de ce Prince, lorsqu'il déclara la guerre aux Perses. Athènes, Lacédémone ni les autres Villes de la Grèce, n'obéissoient point à Alexandre, comme à leur Souverain, mais comme au Chef, & comme au Général de la Nation Grecque ; c'est par cette raison que sur la Carte, l'Attique & le Peloponèse ne font point partie de l'Empire d'Alexandre. On en a encore excepté Byzance, parce que cette Ville formoit une espece de République qui conserva sa liberté, même sous les Successeurs d'Alexandre.

Les différentes victoires que ce Prince remporta sur les Perses, le rendirent maître de presque tous les Pays soumis à ces peuples : je dis de presque tous les Pais, parce qu'il faut excepter de l'Asie mineure la Bythinie, & la partie septentrionale de la Cappadoce, nommée depuis le *Royaume du Pont*. Il en faut dire autant de l'Arménie située à l'Orient de l'Euphrate, ou de la grande Arménie. L'Atropatene située à l'Orient de l'Arménie, & qui est nommée maintenant *Adherbijan*, ne faisoit pas non plus partie de l'Empire d'Alexandre, & il ne faut pas d'autre preuve pour rejeter les

traditions Orientales, qui font aller ce Prince dans l'Ibérie ou Georgie, & qui lui attribuent la construction de la Forteresse & de la muraille de Derbent.

A l'égard des Frontieres orientales de l'Empire d'Alexandre vers l'Hyrcanie & vers la Scythie, on les comprendra mieux par l'inspection seule de la Carte, où les marches de son Armée sont tracées, que par tout ce que je pourrois dire. Il en sera de même de la Frontière de l'Inde.

La partie méridionale de l'Empire de ce Prince étoit terminée par la Mer des Indes, par le Golfe Persique, & par l'Euphrate. Alexandre n'avoit point soumis les Arabes, & le détail des Guerres qui s'élevèrent entre ses Successeurs, montre que cette Arabie qui est mise au nombre des Provinces de son Empire, étoit la partie de l'Egypte, voisine d'Heroum ou du Suës, qui est entre la Mer rouge & la Méditerranée.

Comme ces discussions touchant les Provinces qui composoient l'Empire d'Alexandre, ne regardent pas précisément nôtre objet présent, il suffit d'avoir indiqué en gros ce que la Carte de M. Delisle a de particulier sur cet article. L'objet de ce Mémoire étant uniquement ce qu'il y a de géographique dans cette Carte.

Pour rendre plus sensibles les changements que M. Delisle a faits dans la situation & dans la distance des Pays qui composoient l'Empire d'Alexandre, j'ai suivi la méthode dont il s'est déjà servi pour mettre sous les yeux, les différentes figures données à la Mer Caspienne, par les Géographes, & qu'il avoit employées à l'occasion du Mémoire qu'il lût en 1714 pour justifier les changements qu'il avoit faits à l'Italie. J'ai tracé deux fois différentes sur la Carte les Pays qui composoient l'Empire d'Alexandre, d'abord suivant l'Hypothese géographique de M. Delisle, & ensuite selon celle des autres Géographes.

Ces deux Plans du même Pays ont une ligne commune, qui est le Méridien de Byzance, aujourd'hui Constantinople, mais tous les autres points sont différents, & par conséquent doubles—

doubles. Pour rendre ces différences plus sensibles, on a distingué les deux Plans par des traits. Celui de M. Delisle est marqué par un trait avec des hachures, & l'ancien Plan par un simple trait.

Comme les Latitudes & les Longitudes données aux Villes de ces Païs par M. Delisle sont très-différentes de celles de l'ancien Systeme, on a été obligé, pour représenter l'un & l'autre sur la même Carte, de répéter les noms & la position des Villes. Celle de Byzance, par exemple, est marquée deux fois; sçavoir, dans le Plan de M. Delisle, à 41 degrés une minute de Latitude, conformément à l'observation de M. de Chazelles, & dans le Plan des anciens Géographes, à 43 degrés, suivant l'opinion de Ptolomée, ce qui fait une différence de deux degrés, ou de 50 lieues entre ces deux points du même Méridien. Cette différence est réelle, parce que le parallèle de Byzance suivant l'opinion ancienne, n'est pas le même que celui qui résulte de l'Observation Astronomique.

A l'égard du Méridien, considérant celui de Byzance pris en lui-même, & comme un premier Méridien, duquel je commence à compter, il est le même dans l'un & dans l'autre Plan, M. Delisle suivant en cela l'Observation de M. de Chazelles, l'éloigne de 26 degrés 33 min. du Méridien de Paris, & de 46 degrés 33 minutes du premier Méridien. Le Systeme ancien augmentoit cet intervalle de 10 degrés, & comptoit 56 degrés 30 minutes entre Byzance & l'Île de Fer. Je me suis contenté de marquer cette différence au bas du Méridien de Byzance.

A mesure que l'on s'éloigne de ce Méridien vers l'Occident, & vers l'Orient, la différence des deux Plans devient plus sensible, mais c'est à l'extrémité orientale qu'elle l'est extrêmement, parce que c'est-là qu'est la somme des différences accumulées. Tout le monde sçait que le Gange fut le terme des expéditions d'Aléxandre : or la différence de Longitude entre ce Fleuve & Constantinople est de 47 degrés 50 minutes 30 secondes, suivant les Observations envoyées des Indes au P. Kirker, par le P. Grueber, qui donnoient

4 heures 16 minutes 16 secondes pour la différence des Méridiens de Rome & d'Agra, d'où il résulte celle de 74 degrés 24 minutes entre Paris & Agra, & celle de 49 degrés 50 minutes 30 secondes entre Agra & Constantinople.

La Ville d'Agra, située sur le Fleuve Gemené qui se jette dans le Gange du côté occidental, est à peu près par le Méridien des sources du Gange, qui de l'aveu de tous les Géographes coule au Sud-Est; ainsi le Méridien d'Agra est peu éloigné des Frontières orientales de l'Empire d'Alexandre.

Suivant l'ancien Systeme, l'Empire d'Alexandre s'étendoit plus de 58 degrés à l'Orient de Byzance. C'est une différence de 10 degrés environ, ou de plus d'un sixième.

La réformation faite par M. Delisle à la Longitude des différents Païs de cette partie orientale de l'Empire d'Alexandre est fondée sur des Observations astronomiques de M. de Chazelles à Alexandrie, & à Alexandrette, & sur celles du P. Feüllée à Smyrne. On n'a pas les mêmes secours pour les Pays situés à l'Orient de la Méditerranée.

Les Observations faites à Alexandrette, comparées avec celles du P. Grueber à Agra, dont j'ai déjà parlé, avec celles de Goa & du Cap Comorin, rapportées dans les Mémoires de l'Académie, & avec quelques Observations faites par les Navigateurs Anglois vers l'embouchure de l'Inde, déterminent en général l'étendue de cette partie de la Carte à un intervalle de 40 degrés 24 minutes au plus, mais ce n'étoit pas assés, & il restoit à distribuer cet intervalle de 40 degrés entre les différents Païs compris depuis le Gange jusqu'à la Méditerranée. Il étoit nécessaire de s'assurer de la quantité dont il falloit les diminuer, car il n'étoit pas sûr qu'ils eussent tous été augmentés en Longitude dans la même proportion.

Cette partie de la Carte, est celle qui a demandé sans doute le plus de travail, parce qu'il falloit suppléer par le nombre, & par la diversité des preuves à tout ce qui pouvoit manquer à la force & à la certitude de chacune en particulier.

Au défaut des Observations de nos Astronomes Européens,

M. Delisle a crû pouvoir se servir de celles des Astronomes Orientaux, rapportées dans les Catalogues de Nassir-Eddin, & d'Ouloubeg, pour établir la distance de diverses Villes de cette partie orientale. Pour s'assurer de la justesse de ces Observations, il a comparé la distance totale qu'elles supposent entre le Méridien d'Alexandrette ou des Côtes de Syrie, & le Méridien du cours de l'Indus avec la distance résultante des Observations faites à Agra & à Alexandrette. Cette dernière est, comme on a vû, de 40 degrés 24 minutes, & il a trouvé que celle des Astronomes Orientaux étoit la même à très-peu près.

Si l'on prend dans ces Astronomes la Longitude du Méridien d'Antioche, qui est le même à quelques minutes près que celui d'Alexandrette, & qu'on la compare avec celles des Villes de l'Inde dans ces mêmes Astronomes, on trouvera qu'ils mettent les Sources de l'Inde à 33 degrés 34 minutes d'Antioche, Dioul, ou l'Embouchure de l'Indus qui coule au Sud-sud-ouest à 30 degrés 34 minutes, Moultan à 36 degrés 9 minutes, & Lahor à 37 degrés 54 minutes.

Ces Astronomes placent la Ville de Kanouge, qui étoit de leur temps la Capitale des Indes, à 44 degrés 44 minutes d'Antioche. On ignore si cette Ville n'a point été détruite par les Mogols, & quel nom elle porte aujourd'hui, mais on sçait que son territoire étoit entre l'Indus & le Gange, & même qu'elle étoit sur le confluent du Gange, & d'un autre Fleuve. Pour Benares, qui subsiste encore sur le Gange, & qui est très-célebre dans les Relations des Voyageurs modernes, les Astronomes Arabes la mettent à 45 degrés 54 minutes d'Antioche. Ces diverses Longitudes s'accordent parfaitement avec l'Observation qui fait Agra, Ville située entre le Gange & l'Indus, plus orientale, qu'Alexandrette ou qu'Antioche, de 40 degrés 24 minutes.

Cette conformité forme une présomption bien forte en faveur des Astronomes Orientaux, & peut du moins faire soupçonner que les Longitudes qu'ils nous ont données, étoient fondées sur des Observations. On sçait combien les

Orientaux ont toujours été attachés à l'Astronomie, & combien ils l'ont cultivée. Les Géographes Arabes n'avoient pas toujours copié Ptolomée, pour s'en convaincre, il suffit de comparer les intervalles de Longitudes de ce Géographe avec ceux de Nassir-Eddin & d'Ouloubeg, qui mettent seulement 36 degrés 9 minutes entre Antioche & la Ville de Moultan sur le confluent de l'Hydraotes & de l'Indus ; tandis que Ptolomée met ce confluent à 54 degrés 25 minutes d'Antioche, & le fait 18 degrés 16 minutes plus oriental que les Arabes, ce qui est une différence de plus d'un tiers.

Ce même Géographe marque la Ville d'Agara entre l'Indus & le Gange 59 degrés 45 minutes à l'Orient d'Antioche. Cette Ville d'Agara est la même que celle d'Agra, comme M. Delisle le marque sur sa Carte, & elle est plus orientale de 15 degrés 25 minutes, c'est-à-dire, de plus d'un quart dans le Géographe Grec, qu'elle ne le devroit être par l'Observation.

*Ortarius, Char-  
dun, Herbert &  
Therrenot.*

Nous avons dans les Voyageurs modernes des observations de la Latitude de quelques-unes des principales Villes de la Perse, & ces observations qui servent à confirmer les Latitudes des Astronomes orientaux, forment une nouvelle présomption en faveur des Longitudes qu'ils nous ont données.

La position des différentes Villes de l'Orient étant fixée par ces observations, & la situation de celles dont les Astronomes Orientaux ne parlent point, étant déterminée par les Itinéraires, & par les routes des Voyageurs les plus exacts, il ne s'est plus agi que de comparer la situation des Villes modernes avec celle des anciennes, & que de fixer le rapport de l'ancienne & de la nouvelle Géographie. Comme il y a plusieurs de ces Villes dont les noms anciens sont connus avec certitude, elles ont servi comme de points fixes pour trouver les autres.

Les Ecrivains de l'Histoire d'Alexandre avoient marqué la mesure de toutes les marches de l'Armée de ce Prince. Ces mesures avoient été exactement prises par les Arpenteurs ou Géometres qu'il menoit avec lui, & elles avoient été

conservées dans les Journaux de ses Expéditions écrits par son ordre. Toutes ces mesures ne sont pas venues jusqu'à nous, mais les plus importantes ont été conservées par Strabon, par Plin & par Arrien. Elles ont servi à tracer les Routes que l'on peut voir sur la Carte, & en même temps elles ont fourni une nouvelle preuve de la justesse des observations des Astronomes Orientaux.

Ces mesures mettent entre les différentes Villes par lesquelles Alexandre a passé, des distances qui gardent un rapport à peu-près semblable à celui qui est entre les différences qui résultent des observations.

Ces mesures sont exprimées en stades, & si l'on prenoit ces stades pour ceux dont les Géographes postérieurs à Alexandre, & à la mesure de la Terre déterminée par Eratosthènes, se sont servis, on ne trouveroit aucun rapport entre ces mesures, & les observations, soit des Orientaux, soit de nos plus habiles Modernes. Si l'on comptoit, par exemple, 700 stades au degré de l'Équateur avec Eratosthènes, il faudroit retrancher près de la moitié des mesures itinéraires, pour les faire quadrer avec les observations, & plus de la moitié, si l'on adoptoit la mesure de 500 stades au degré, employée par Ptolomée.

On compte, par exemple, 10290 stades entre les Villes d'Ecbatane & d'Alexandrie sur le Fleuve Aria, aujourd'hui Héri, par un chemin à peu près parallèle à l'Équateur. Les 10290 stades font plus de 14 degrés d'un grand cercle par la mesure d'Eratosthènes, & plus de 20 degrés de celle de Ptolomée.

La distance en Longitude des Villes d'Hamadan & de Hérat, c'est-à-dire, d'Ecbatane & d'Aria, dans les Astronomes Orientaux, est de 11 degrés 20 minutes; qui eût égard à la diminution des degrés de Longitude du parallèle de ces deux Villes, sont égaux à 8 degrés 57 minutes d'un grand cercle, ce qui est très-différent de la distance en Longitude de 14 degrés qui résulte des mesures précédentes; cette seule différence doit nous persuader que les stades employés

# 118 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

par les Arpenteurs d'Alexandre étoient plus petits de beaucoup, que ceux des Géographes postérieurs, car cette différence est trop grande pour l'attribuer à l'obliquité & aux sinuosités des chemins : d'ailleurs ce n'est point ici l'occasion d'employer cette supposition, il s'agit de la marche forcée que fit Alexandre à la tête d'un Corps de Cavalerie d'élite, d'abord pour se rendre maître de Darius, lorsque ce Prince alloit chercher une retraite dans la Bactriane, après avoir perdu la Bataille d'Arbelles, ensuite pour s'opposer au traître Bessus, & ne lui pas donner le temps de s'emparer des Provinces orientales de la Perse. Dans l'une & dans l'autre de ces vûes, la diligence étoit nécessaire, & l'on connoît trop le caractère d'Alexandre, pour croire que le chemin le plus court & le plus droit ne lui parut pas le meilleur, quoique le plus difficile.

L'événement qui suivit cette marche d'Alexandre nous fournit une preuve, ce me semble sans réplique, que les stades des Arpenteurs de ce Prince, étoient extrêmement courts. De la Ville d'Aria, il passa dans la Capitale des Dranges, éloignée de 1600 stades. Là il fit arrêter Philotas convaincu d'avoir conspiré, & le fit conduire, chargé de chaînes, à Ecbatane, où il fut exécuté le onzième jour après son départ de la Ville des Dranges. Philotas chargé de chaînes, fit donc avec l'escorte qui le conduisoit, 11890 stades en moins de onze jours. C'est tout au moins 1080 stades par jour, & selon la mesure de Ptolomée 54 lieues de 25 au degré, suivant celle d'Eratostènes ce sera près de 43 lieues, ce qui est encore impossible, lorsqu'il s'agit d'une marche continuée pendant onze jours, par un corps de Cavalerie, sur-tout lorsqu'il traverse un Pais peu habité, & où l'on a les peuples pour ennemis.

Je pourrois multiplier les exemples de ce genre, & l'Histoire d'Alexandre est remplie de marches forcées, qui supposent toutes que les stades dans lesquels elles sont exprimées, sont beaucoup plus petits que ceux dont on s'est servi depuis. Nous voyons par exemple, qu'Alexandre marchant avec son



armée contre les Malles, traversa en un jour & en une nuit un País desert & très-rude de 400 stades d'étendue, ce qui par l'évaluation ordinaire feroit 20 lieuës en 24 heures. Arrien compte 1500 stades entre Maracanda, aujourd'hui Samarcand, & le Jaxartes, & assure qu'Alexandre avec une partie de sa Cavalerie & de son Infanterie pesamment armée fit ce chemin en trois jours. Selon l'opinion commune, ces 1500 stades valent 75 lieuës, ce qui feroit 25 lieuës par jour.

La largeur du Fleuve Hydaspes, passé par Alexandre à la vûe de Porus & des Indiens campés sur la rive opposée, étoit de 20 stades, selon la mesure exacte qui en fut prise par les Arpenteurs d'Alexandre. Ces 20 stades font dans l'opinion commune une lieuë de 25 au degré, ou de plus de 2200 toises. Il est vrai que le passage d'Alexandre fut favorisé par une Isle placée au milieu du Fleuve, & de laquelle il s'étoit emparé, mais cela n'empêche pas que la largeur du Bras opposé aux Indiens ne fut encore de 10 stades qui feroient une demi-lieuë.

Toutes ces difficultés disparaîtront, si l'on suppose avec M. Delisle que les Arpenteurs d'Alexandre avoient employé les mêmes stades que les Astronomes dont Aristote Précepteur de ce Prince rapporte l'opinion sur la mesure de la Terre. Ces Astronomes comptoient 1111 stades environ au degré, & la manière dont Aristote rapporte leur mesure, fait voir que c'étoit celle que l'on suivoit communément de son temps. Il étoit naturel qu'Alexandre, dont le projet n'alloit pas à moins qu'à la Conquête du Monde entier, employât cette même mesure pour déterminer l'étendue de ses Conquêtes, & pour connoître quelle portion du Monde il avoit déjà soumise.

Supposant cette mesure de la Terre à peu près exacte, les stades employés par les Astronomes seront de 308 pieds de Roi, ou d'un peu plus de 51 toises. Les 20 stades de la largeur du Fleuve Hydaspes feront environ 1000 toises, & les 10 stades du Bras opposé aux Indiens feront 500 toises,

120 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

ou un quart de lieuë, ce qui ne s'éloigne guères de la largeur du Rhin dans l'endroit où l'Armée du feu Roi Louis XIV. la traversa en présence des Ennemis en 1672.

Les marches d'Alexandre deviendront de même moins surnaturelles. Les 11890 stades faits en 11 jours par l'escorte qui conduisoit Philotas de la Capitale des Dranges à Ecbatane ne vaudront qu'environ 168 lieuës de 25 au degré, chaque journée sera de 24 de ces lieuës, & non de 43 comme dans la mesure d'Eratostènes, ou de 54 comme dans celle de Ptolomée.

Les 1500 stades qu'Alexandre fit du Jaxartes à Maracanda en trois jours, ne feront que 36 lieuës communes, & les journées seront de 12 lieuës, au lieu que par l'opinion ordinaire elles seroient de 25 lieuës, comme nous l'avons remarqué.

La fameuse marche du Pont d'Epiere, au mois d'Août 1691, par Monseigneur le Dauphin, fut de 30 lieuës en 48 heures, & elle est bien aussi forte que celle d'Alexandre, qui ne fit que 36 lieuës en trois jours, marchant jour & nuit.

La marche que firent, au mois de Juillet 1710, les Troupes que M. le Duc de Noailles conduisit au secours du Port de Cette est encore un exemple singulier de l'extrême diligence que les Troupes peuvent faire dans de certains cas.

M. le Duc de Noailles reçût au Boulou où étoit le quartier général de son Armée, la nouvelle de la descente des Anglois. La petite Ville du Boulou dans le Roussillon est éloignée d'Agde, où devoient se rendre les Troupes, d'environ 35 lieuës communes de France. La Cavalerie fit ce chemin en 30 heures, l'Infanterie en 48 heures, & l'Artillerie dans laquelle il y avoit quatre pièces de 24, en 43 heures.

La distance des 10290 stades, marquée par les Arpenteurs d'Alexandre entre les Villes d'Ecbatane & d'Aria réduite en degrés, suivant l'opinion des Astronomes d'Aristote, donne 9 degrés 16 minutes d'un grand cercle. Nous avons vû que celle qui résulte des Observations astronomiques étoit de 8 degrés 57 minutes, c'est une différence de 19 minutes

ou

ou de 350 stades au plus qu'il faudroit défalquer pour la courbure des chemins, ce qui n'est pas considérable sur un intervalle de 10290 stades.

On ne s'attend pas que j'entre ici dans un plus long détail, touchant l'étendue en Longitude de la partie de l'Empire d'Alexandre, située à l'Orient de Byzance, il faudroit m'entendre plus qu'il ne m'est permis dans cette Dissertation.

A l'égard de la partie de cet Empire, située à l'Occident de Byzance, les corrections que l'on a faites à sa Longitude sont fondées sur des observations exactes du R. P. Feüllée à Thessalonique, à l'Isle du Mile, à la Canée, & à Candie. Ces observations sont dans les Mémoires de l'Académie, & par conséquent connues de tout le Monde.

La partie occidentale de la Grèce du côté de l'Épire est déterminée dans le Mémoire lu par M. Delisle en 1714, & les distances itinéraires de l'intérieur de la Grèce, jointes aux routes exactes des Navigateurs dans l'Archipel, ont donné la Longitude des Côtes orientales du Péloponèse, de l'Attique, & de la Thessalie.

Il ne me reste plus maintenant qu'à rendre compte des changements que M. Delisle a faits aux Latitudes de ces Païs. On voit sur la Carte que la différence est bien considérable, sur-tout dans la partie occidentale. La raison en est que ces Latitudes avoient été déterminées par le moyen des distances itinéraires sur celle de Constantinople, & celle-ci étant trop grande de 2 degrés; cette erreur avoit influé dans toutes les Latitudes.

La même raison a eu lieu, par rapport à la Mer Noire, & rabbaissant de 2 degrés vers le Sud, Constantinople & Trebisonde, où l'on a des observations exactes, il a fallu de nécessité rabbaïsser toute la Côte de l'Asie mineure, & même la Crimée, aussi-bien que le Palus Méotide & la Circassie.

Il a fallu faire aussi un changement considérable à l'étendue en Longitude de cette Mer. Cette correction étoit une suite de celle que les observations obligeoient de faire à la Longitude des Frontières orientales de l'Empire d'Alexandre;

mais on avoit encore une raison particulière. La distance du Pont Euxin à la Mer Caspienne étant connue par plusieurs mesures données dans Strabon & dans Plin, & la Longitude de la partie occidentale de cette Mer étant déterminée par celle d'Astracan, il a fallu de nécessité se régler là-dessus. Nous trouvons dans la Collection des Voyages, donnée par Purchas, que Burrough Astronome Anglois observa le 3<sup>e</sup> Janvier 1580 une Eclipsé de Lune à Astracan, cette même Eclipsé fut observée à Uranibourg par Tycho, & la différence des deux Méridiens résultante de l'observation est de 38 degrés 45 min. lesquels joints aux 10 degrés 32 min. 30 secondes dont Uranibourg est plus oriental que Paris, font 49 degrés 17 min. 30 sec. entre Paris & Astracan, & 22 degrés 44 minutes 30 sec. entre Constantinople & Astracan; Mais, comme selon Vendelin, dont l'opinion est rapportée par le P. Riccioli dans son Astronomie réformée, page 98, le véritable milieu arriva seulement à 10 heures 30 minutes à Uranibourg, & que Tycho n'ayant point eu égard à la pénombre, a trop avancé le commencement de l'Eclipsé, on peut soupçonner que la différence des Méridiens d'Uranibourg & d'Astracan n'est pas tout-à-fait de 38 deg. 45 min. & dans le doute, en attendant quelque observation plus sûre que celle de Burrough, le meilleur parti que l'on puisse prendre, est celui que M. Delisle avoit pris, c'est de choisir la moyenne entre la différence résultante du milieu de l'Eclipsé selon Tycho, & du milieu selon Vendelin.

La première est de 38 degrés 45 minutes, la seconde 33 degrés 45 minutes seulement, & la moyenne entre les deux sera de 36 degrés 15 minutes, lesquels ajoutés aux 30 degrés 32 minutes 30 sec. Longitude d'Uranibourg donne 66 degrés 47 min. 30 sec. pour la Longitude d'Astracan, c'est-à-dire, près de 67 degrés. Ce résultat se trouve d'ailleurs confirmé par les Itinéraires, dont M. Delisle a fait usage dans sa Carte de Perse. Je me suis étendu sur cet article, pour répondre aux difficultés proposées contre cette Longitude d'Astracan dans le nouveau Recueil d'observations faites à la Chine.





Sur la Carte de la Mer Caspienne, en 2 feuilles, publiée en 1722, on avoit marqué que le Méridien d'Astracan étoit de 67 degrés à l'Orient de Paris, au lieu de dire 47 degrés à l'Orient de Paris, & 67 degrés de Longitude. Cette erreur étoit facile à corriger par les autres Cartes de M. Delisle antérieures & postérieures à celle de la Mer Caspienne, & il est étonnant que le sçavant Éditeur de ces observations n'ait pas vû que ses objections ne portoient que sur une méprise de graveur.

A l'égard des différences de Latitude dans la partie qui est au Midi de Byzance, elles ont été déterminées par les observations de M. de Chazelles aux Dardanelles, à Rhodes, à Alexandrette, à Larneca dans l'Isle de Chypre, à Damiette, à Rosette, à Alexandrie. Par celles du P. Feuillée à Thessalonique, à Smyrne, au Mile, à la Canée, & à Candie; & par celles de M. Vernon à Coron, à Sparte, à Corinthe, à Athenes, à Thebes, & dans quelques autres parties de la Grèce.

A l'égard des Latitudes des Païs orientaux, M. Delisle s'est réglé sur les Latitudes des Astronomes Arabes, qu'il a comparées avec celles qui ont été observées par quelques-uns de nos Voyageurs, qui avoient une teinture d'Astronomie suffisante pour donner quelque autorité à leurs observations.



S U R U N S E L  
 CONNU SOUS LE NOM  
 DE POLYCHRESTE DE SEIGNETTE

Par M. BOULDUC.

5 Septembre  
1731.

ON se sert depuis nombre d'années en Médecine d'un Sel sous le nom de *Polychreste de M. Seignette*, de Rochelle, qui en étoit l'Auteur, & dont pendant sa vie il fait un secret, lequel a passé à ses enfants, sans que jusqu'à personne d'entre les Artistes en ait véritablement dévoilé le mystère, les uns ayant pensé d'une façon, les autres d'un autre, sur la manière de le faire.

Les Remedes, comme les autres choses de la vie, ont leur mode, laquelle après avoir subsisté un certain temps plus ou moins long, passe enfin, & tombe dans l'oubli; mais un sort, que de très-excellents Remedes même ont éprouvé & qui resteroient encore dans cet oubli, si quelqu'un par hazard, souvent peu versé dans l'Art & dans la Médecine ne s'avisait de les faire revivre, pour ainsi dire, & de leur donner un nouveau crédit; le Kermes minéral, entre plusieurs autres, en est un exemple. Ce sort n'est pourtant point tombé sur le Sel Polychreste: dès que son Auteur l'a annoncé & en a publié les vertus, il a pris faveur, & sa réputation s'est augmentée de plus en plus & jusqu'à présent dans plusieurs parties de l'Europe; preuve évidente de la bonté de ce Remede.

Cette réputation m'a donné la curiosité de l'examiner, & de tâcher de découvrir quelle étoit sa composition.

La première épreuve, que j'en ai faite, a été d'en mettre sur le charbon allumé; je l'y ai vu se fondre, bouillonner, donner de la fumée, & ensuite laisser une matière noire & charbonneuse: de tous ces effets, celui qui m'a arrêté



le plus, a été l'odeur qu'avoit la fumée qui s'en exhaloit, à laquelle les gens du métier ne pouvoient se méprendre; c'étoit celle du Tartre ou de la Crème de Tartre, qui est une même chose: je ne m'arrêtai point ni à la fonte, ni au bouillonnement de ce Sel sur le charbon, parce que ce sont des propriétés communes à plusieurs Sels, mais je goûtai le charbon resté après toute la fumée exhalée, & sur la langue je trouvai qu'il faisoit, à quelque chose près, l'impression que font nos Sels fixes & lixiviels.

Ces deux propriétés, sçavoir l'odeur du Tartre brûlé & le goût lixiviel, jointes à la facilité que ce Sel a de se fondre dans l'eau froide, me firent d'abord penser, que ce pouvoit être quelque chose d'approchant du Tartre soluble; mais je ne m'en tins pas à cette épreuve, qui me parut trop superficielle, & je passai à la distillation. Deux onces de ce Sel poussé au feu par la Cornüe, rendirent une liqueur assés claire, & une Huile noire, qui nageoit dessus. L'une & l'autre examinées, la liqueur étoit l'Esprit de Tartre, & l'Huile noire étoit encore celle, qu'on appelle l'empyreumatique ou fétide du même Tartre. Je fis ensuite une pareille distillation de deux onces de Tartre soluble, & le produit fut le même que de la distillation précédente.

Jusqu'ici je me trouvai avoir tout lieu de penser, que le Sel de Seignette & le Tartre soluble n'étoient qu'une même chose: mais quelques circonstances me jetterent de nouveau dans le doute de leur différence.

Les deux distillations, dont je viens de parler, étant faites, je tournai mes vûes du côté des Résidus, & à l'œil ils me parurent de prime-abord être les mêmes; c'étoit une matière noire, charbonneuse, poreuse, rarefiée, que je regardois comme un Tartre calciné, & dont on ne pourroit retirer qu'un Sel fixe alkali; & en effet, en versant & sur l'un & sur l'autre de l'Esprit de Nitre, l'un & l'autre fermentoit; cependant le résidu du Tartre soluble fermentoit en apparence beaucoup plus vivement, que celui du Sel de Seignette; & voulant aller plus avant, je calcinois séparément l'un &

l'autre résidu à feu ouvert, & après les avoir fait dissoudre dans de l'eau & filtré, je trouvai au résidu du Tartre soluble un goût simplement lixiviel, & sur le filtre une cendre; mais à l'égard de celui du Sel de Seignette, la lessive avoit quelque odeur, sentoît en quelque façon l'œuf couvi, & étant filtrée, elle n'avoit point la couleur de l'eau, qu'avoit celle du Tartre soluble, mais une couleur bleüâtre; & ayant versé sur cette solution du Vinaigre distillé, la liqueur se troubloît, & précipitoit au bout de quelque temps une matière blanche & en apparence sulphureuse.

Mais après tous ces essais, il n'y avoit encore rien de certain pour distinguer le Sel de Seignette d'avec le Tartre soluble ordinaire; & quoique j'eusse eu souvent de fois occasion de m'entretenir sur ce sujet avec M.<sup>rs</sup> Geoffroy, avec lesquels j'ai toujours eu des liaisons étroites, & qui m'ont bien voulu communiquer là-dessus leurs idées, j'avoüe, que je suis toujours demeuré dans l'incertitude sur la matière avec laquelle ce Sel pouvoit se faire: & en mon particulier je serois resté dans cette incertitude, peut-être toute ma vie, si M. Grosse, mon ami, ne m'avoit un jour ouvert les yeux en me faisant part de ce qu'il avoit observé en travaillant sur la Soude; il me fit voir un Sel, qui se séparoit, où déposoit peu-à-peu de la solution de cette matière, & quoiqu'il fût figuré comme un Sel de Glauber, ne laissa de fermenter avec tous les Acides, avec les Minéraux particulier très-vivement, & avec les Acides végétaux plus lentement, comme avec le jus de Citron, le Vinaigre, & d'autres; mais le plus foiblement avec la Crème de Tartre; & pendant quelque lente que fût cette dissolution avec la Crème à froid s'entend, elle ne laissoit pas d'être parfaite au bout de quelque temps; & M. Grosse ajouta, que ce mélange méritoit d'être examiné par l'évaporation & la cristallisation.

Je saisis cette idée dans le moment, & je conçûs, que ce mélange donneroit une nouvelle espece de Sel moyen Tartre soluble; je me représentai même dès-lors que Seignette, ayant voulu faire une Crème de Tartre solu-

qui, comme l'on sçait, n'est que le Tartre rendu soluble par le Sel alkali fixe du même Tartre, a pû croire, comme bien d'autres Artistes le croyent encore, que tous les Sels alkalis tirés des Plantes par la calcination, sont les mêmes, & que le feu ne leur laisse rien d'essentiel de la Plante, dont ils sont tirés; & qu'ainsi on pouvoit indifféremment substituer l'un à l'autre, & enfin que suivant ce principe, ayant fort à la main la Soude, qui est le Sel du Kali calciné, il pouvoit en faire son Tartre soluble : ce qu'ayant executé, il en avoit retiré un Sel, qui ne s'étoit point trouvé être précisément le Tartre soluble ordinaire, & connu depuis long-temps, mais un nouveau Sel, ou plutôt une nouvelle espece de Crème de Tartre soluble, à laquelle il avoit donné par la suite le nom de *Polychreste*, parce qu'on en a vû plusieurs bons effets en Médecine.

Je suis demeuré dans cette idée encore long-temps sans l'éprouver, quoique je l'eusse communiquée à plusieurs personnes du métier, lorsque l'occasion s'est présentée d'en parler.

Enfin pourtant je me suis mis en devoir de l'exécuter, ce que M. Geoffroy de son côté a aussi fait dans le même temps, sans que l'un eût averti l'autre sur son travail, & nous avons trouvé tous les deux précisément la même chose.

Pour faire le Sel dont il est question, on prend la Soude d'Alicante la plus calcinée, la plus dure & la plus blanche, que l'on met en poudre : on en fait une forte lessive en la faisant bouillir dans l'eau, on filtre cette lessive, qui est très-limpide.

On a séparément de la Crème de Tartre en poudre, sur laquelle on verse de cette lessive, après l'avoir chauffée; ce mélange excite une fermentation qui dure fort long-temps, & qui, même après avoir cessé quelquefois, se renouvelle à plusieurs reprises; c'est dans le temps de cette fermentation, que la Crème de Tartre se dissout; après quoi il se fait une précipitation assez abondante d'une terre grise, spongieuse & légère, que l'on sépare de la liqueur par le filtre : on fait ensuite évaporer ce mélange à lente chaleur jusqu'à un tiers

ou environ de sa diminution, puis on le laisse en repos dans des terrines; & au bout de quelques jours on trouve des Cristaux transparents comme le Cristal, & qui sont figurés, lorsqu'ils sont librés & non appuyés sur les vaisseaux, comme des cylindres ou colonnes, qui dans leurs longueurs ont plusieurs faces plates, dont j'ai compté au de-là de neuf, mais communément elles ne se trouvent pas en si grand nombre.

En mon particulier, je pense, qu'on ne peut pas déterminer exactement la proportion de la Soude & de la Crème de Tartre, y ayant des Soudes, qui contiennent une plus grande quantité de Sel les unes que les autres : mais cette proportion se trouve bien naturellement, quand on fait dissoudre à la lessive autant de Crème de Tartre qu'elle en peut prendre, ce qui est le point de saturation.

La lessive de six livres de Soude a pourtant absorbé communément deux livres & trois à quatre onces de Crème de Tartre : & quand la Soude a été bien blanche & bien chargée de Sel, la lessive de six livres a quelquefois absorbé presque poids égal de Crème de Tartre ; cette différence, comme il est aisé de penser, ne peut dépendre que de la qualité de la Soude plus ou moins calcinée, & chargée de Sel alkali.

Mais quand j'ai pris le *Sel*, qui se dépose de la solution ou lessive de la Soude, & dont la configuration imite assez celle du Sel de Glauber, une demi-livre de ce Sel dissous, a pris aisément treize à quatorze onces de Crème de Tartre, & le mélange n'a presque point jetté de terre : c'est-là la proportion la plus juste, que je puisse proposer pour les deux matières, qui doivent entrer dans la composition du Sel Polychreste : il n'en coûte qu'un peu d'attente pour avoir les Cristaux de la Soude, & ensuite le mélange se fait plus également, & n'est point sujet à la précipitation des différentes matières hétérogènes, que la Soude communique à sa lessive.

Enfin nôtre Sel étant en Cristaux, & comparé avec celui de Seignette aussi cristallisé, se trouve être absolument le même

même dans toutes les circonstances ; ils sont figurés l'un comme l'autre, ils se fondent très-aisément dans l'eau froide, lorsqu'ils sont en poudre ; ils ont le même goût, & impriment sur la fin quelque fraîcheur à la langue, mis sur un charbon allumé ils s'y fondent & bouillonnent, ils exhalent l'odeur du Tartre brûlé, & se réduisent à la fin en ce charbon noir & spongieux, que donne le Tartre.

Si après cet examen, on doute encore de l'exacte conformité que nôtre Sel a avec celui de Seignette, on peut s'en convaincre par une expérience qui en fait une prompte décomposition : qu'on dissolve de l'un & de l'autre Sel, chacun pris séparément, égale quantité dans de l'eau chaude, & qu'on verse sur chacun peu à peu de l'huile de Vitriol blanche jusqu'à ce qu'elle n'agisse plus : à mesure que ces dissolutions se tiédissent, il se forme une concrétion saline, laquelle examinée est une véritable Crème de Tartre en Cristaux, régénérée ou séparée de l'Alkali, tandis que l'Huile de Vitriol s'y est unie, & forme ensuite par la cristallisation avec lui un Sel de Glauber, de la même façon, que si on avoit versé cette Huile immédiatement sur la lessive de la Soude.

Le Sel Polychreste de Seignette est donc enfin une Crème de Tartre rendue soluble par l'Alkali de la Soude.



## SUR LES SECTIONS CONIQUES,

Par M. NICOLE.

11 May  
1731.

I. SOIT les deux Cones  $CQR$  &  $CST$  opposés par la pointe ou sommet  $C$ , & qui sont coupés par le plan des deux Triangles  $CQR$  &  $CST$ ; & soit un autre plan 6, 7, 8, 9, perpendiculaire au premier, & qui passant par le point  $A$ , pris à volonté sur le côté  $CQ$  du Triangle & du Cone, coupe ces deux Cones, & forme par cette section les courbes 6  $MAm$  7 &  $gah$ . Si l'on considère le point  $A$  comme un axe sur lequel le plan 6, 7, 9, 8, toujours perpendiculaire au plan des deux Triangles, fait une révolution, il est clair que ce plan tournant ainsi, engendrera dans le Cone les différentes courbes 6  $MAm$  7, 3  $A4$ , 5  $A\theta a$ . On demande l'Equation générale qui exprime la nature de l'infinité de courbes engendrées par cette révolution.

## SOLUTION.

II. Soit une des situations du plan tournant 6, 7, 9, 8 être celle dans laquelle la commune section, avec le plan des deux Triangles, est la droite  $LPAHaN$ , si l'on prend sur cette droite un point  $P$  indéterminé, & que par ce point on fasse passer le plan circulaire  $EM_5FmE$ , il est évident que l'ordonnée  $PM$  sera commune au cercle  $EMF$  & à la courbe  $AM6$ . Cela posé, si l'on mène  $CV$  perpendiculaire à l'axe  $CI$  du Cone, &  $DAO$  parallèle à cet axe, & que l'on nomme  $DC$  ou  $AB$ ,  $f$ ;  $CH$ ,  $g$ ;  $AH$ ,  $h$ ;  $AP$ ,  $x$ ,  $PM$ ,  $y$ ; on aura ces analogies  $AH(h) \cdot HC(g) :: AP(x) \cdot PE$ ,  $PE = \frac{gx}{h}$ , &  $AH(h) \cdot DH(f-g) :: AP(x) \cdot PC$ ,  $PC = \frac{f^2 - gx}{h}$ . Donc  $GE = GO + OP + PE$ ,  $GE = \frac{f^2 - gx}{h} + \frac{gx}{h} = \frac{f^2}{h} = GF$ ; &  $PF = GO + OP - PE$ ,  $PF = \frac{f^2 - gx}{h} + \frac{gx}{h} = \frac{f^2}{h} = GF$ .

$$+GO + OP = \frac{fh+fs}{h} + f + \frac{fs-gs}{h} = \frac{2fh+2fs-gs}{h}$$

Mais par la propriété du cercle  $PM^2 = EP \times PF$ , ce

$$\text{qui est } yy = \frac{2fghx+2fgxx-ggxx}{hh}, \text{ ou } yy = \frac{2fg-gg}{hh}$$

$$\times \frac{2fhx}{2f-g} + xx, \text{ qui donne cette proportion } yy \cdot \frac{2fh}{2f-g} + x$$

$xx :: 2fg - gg . hh$ , qui est la propriété essentielle de l'hyperbole. D'où l'on voit que si l'on tire  $AK$  parallèle au côté  $CR$  du Cone, les Triangles  $AKH$ ,  $aCH$ , seront semblables, & que  $KH.HC :: AH.Ha$ , ou  $KH.KC :: AH.Aa$ , c'est-à-dire,  $2f-g . 2f :: h . \frac{2fh}{2f-g} = Aa . Aa$  est donc le grand axe.

Pour avoir l'axe conjugué, soit fait  $hh . 2fg - gg$   
 $:: \frac{4ffhh}{4ff-4fg+gg} \cdot \frac{4ffg}{2f-g}$ , dont la racine  $\frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$  sera

l'axe conjugué. Donc si sur le diametre  $KC$ , on décrit le demi-cercle  $K_1C$ , & qu'à ce cercle on mene l'ordonnée  $H_1$ , que du point  $K$  par le point 1, on mene la droite  $K_12$ ,  $C_2$  sera l'axe conjugué, car les Triangles  $KH_1$ ,  $KC_2$ , seront semblables, & donneront cette proportion  $KH$   
 $(2f-g) . H_1 . (\sqrt{2fg-gg}) :: KC (2f) . C_2$   
 $= \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$ . Le grand axe est donc  $Aa = \frac{2fh}{2f-g}$ , &

son conjugué  $C_2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$ , qui sont entre eux comme  
 $AH(h) . H_1 (\sqrt{2fg-gg})$ .

## COROLLAIRE I.

III. Si le point  $A$  demeurant le même, c'est-à-dire, le sommet de la section à la même distance du sommet  $C$  des deux Cones, on suppose que le plan 6, 7, 9, 8, fait une révolution autour du point  $A$ , depuis la situation  $AQ$  dans laquelle il touche le Cone, jusqu'à la situation  $AC$  dans laquelle il touche encore de l'autre côté; on verra toutes

### 132 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

les différentes courbes qui peuvent naître des différentes sections du Cone par le plan. Or comme les différentes inclinaisons du plan dépendent de la grandeur  $CH(g)$ , il ne faut donc, pour trouver ces courbes, que donner à  $CH$  ou  $g$ , toutes les grandeurs possibles, depuis zero jusqu'à l'infini, positivement & négativement, ou, ce qui revient au même, considérer la ligne  $AH$  dans toutes les situations possibles sur la ligne infinie  $Vu$ , & le rapport qu'elle a dans chaque situation à la ligne  $H_1$  correspondante qui est ordonnée au cercle, dont le diametre  $CK = 2f$ ; car on a vu que ces deux lignes expriment le rapport des deux axes de l'hyperbole, dont  $Aa$ , qui est la plus courte distance des deux Cones prise sur le plan coupant, est le grand axe.

Lorsque le point  $H$  tombe en  $C$ , les lignes  $Aa$  &  $AH$  deviennent égales à  $AC$ , & l'ordonnée  $H_1$  est nulle, ce qui fait voir que le grand axe de cet hyperbole est  $AC$ , & le petit est zero. Cet hyperbole est la ligne droite  $AQ$ .

Lorsque le point  $H$  tombe en  $D$ , alors  $g = f$ , & l'Equation deviendra  $yy = \frac{ff}{hh} \times 2hx - xx$ . Cet hyperbole a  $2AD$  pour grand axe, &  $2CD$  pour petit axe. D'où l'on voit que cette hyperbole sera équilatere, lorsque l'angle  $QCR$  des deux côtés du Cone sera droit, & que dans toute autre supposition l'hyperbole engendrée par le plan parallele à l'axe du Cone sera celle qui approche le plus de l'équilatere, car la ligne  $AH$  est la plus petite de toutes ses semblables lorsque le point  $H$  tombe en  $D$ ; & au contraire la ligne  $H_1$  est la plus grande de toutes ses semblables. Donc dans cette supposition, le rapport de ces deux lignes approche le plus qu'il est possible du rapport d'égalité.

Si l'on continue de faire croître la ligne  $CH = g$  depuis  $D$  jusqu'en  $K$ , on verra que la ligne  $AH$  croîtra toujours jusqu'à ce qu'elle devienne  $AK$ , & que la ligne  $H_1$  diminuera toujours, & qu'elle est zero en  $K$ , le rapport de  $AH$  à  $H_1$  est donc infini en ce point. Or comme le rapport de ces lignes est toujours celui des deux axes de l'hyperbole



engendrée, il s'ensuit que l'hyperbole engendrée par le plan parallèle au côté  $CR$  du Cone, est telle que le grand axe contient son conjugué une infinité de fois, quoique celui-ci soit lui-même infini, l'Equation de la courbe devient en ce cas, lorsque  $g = 2f$ ,  $yy = \frac{ggx}{h}$ , le grand axe  $\frac{gh}{o}$ , & son conjugué  $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{o}}$  ou  $\frac{gh}{\infty}$  &  $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{\infty}}$ , c'est-à-dire, comme  $h \times \infty$ .  $\sqrt{g} \times \sqrt{\infty}$ .

La courbe exprimée par cette Equation, est la parabole dont le parametre est  $\frac{gg}{h}$ , c'est-à-dire, 3<sup>me</sup> proportionnelle à  $AK$  & à  $CK$ .

Si la ligne  $AH$  continue de croître & devient  $AX$ ; alors le plan coupera l'autre côté  $CR$  du Cone en  $a$ , & l'Equation générale, à cause de  $g$  plus grand que  $2f$ , deviendra  $yy = \frac{gg - 2fg}{hh} \times \frac{-2fhx}{2f - g} - xx$ , ou  $yy = \frac{gg - 2fg}{hh} \times \frac{2fhx}{g - 2f} - xx$ , qui est l'Equation à l'Ellipse, dont le grand axe est  $\frac{2fh}{g - 2f}$ , & le petit, en faisant cette proportion;  $hh \cdot gg - 2fg :: \frac{4ffhh}{g - 2f} \cdot \frac{4ffg}{g - 2f} = \frac{4ffgg}{gg - 2fg}$ , dont la racine quarrée est  $\frac{2fg}{\sqrt{gg - 2fg}}$ , valeur du petit axe. D'où l'on voit que si l'on tire  $AY$  parallèle & égale à  $CK$ , les Triangles  $XKA$ ,  $AYa$ , seront semblables, & l'on aura  $XK(g - 2f) \cdot XA(h) :: AY(2f) \cdot Aa = \frac{2fh}{g - 2f} =$  au grand axe.

Pour trouver le petit axe, soit tiré  $XZ$  tangente au cercle; dont le diametre est  $CK$ , & au point touchant  $Z$ , la ligne  $KZ$ ; si du point  $Y$ , on tire  $Y1o$  parallèle à  $KZ$ , &  $A1o$  parallèle à  $XZ$ , cette ligne  $A1o$  sera le petit axe, car on aura  $XK(g - 2f) \cdot XZ(\sqrt{gg - 2fg}) :: AY(2f) \cdot A1o = \frac{2f\sqrt{gg - 2fg}}{g - 2f} = \frac{2fg}{\sqrt{gg - 2fg}}$ . Ces deux axes

# 134 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

sont donc entr'eux ::  $AX. KZ$ , d'où l'on voit que lorsque le point  $X$  sera à l'infini, ces deux lignes seront égales, & par conséquent l'Ellipse sera alors un cercle; ce qui doit être, car alors le plan coupant est parallèle à la base du Cone & l'Equation générale des Ellipses, qui est  $yy = \frac{gg - 2fx}{h}$

$\times \frac{2fhx}{g - 2f} - xx$ , devient  $\frac{hh}{hh} \times \frac{2fhx}{h} - xx = yy$ , ou  $yy = 2fx - xx$ , parce que  $h$  &  $g$  étant infinies, sont égales, & les termes  $-2fg$  &  $-2f$  deviennent nuls par rapport aux termes  $gg$  &  $g$ .

Si l'on suppose que  $g$  soit négatif, c'est-à-dire, que le plan qui engendre la courbe coupe la ligne  $CK$  de l'autre

côté en  $u$ , l'Equation générale  $yy = \frac{2fg - gg}{hh} \times \frac{2fhx}{2f - g} + xx$

deviendra  $yy = \frac{-2fg - gg}{hh} \times \frac{-2fhx}{2f + g} + xx = \frac{2fg + gg}{hh}$

$\times \frac{2fhx}{2f + g} - xx$ , parce que  $g$  &  $x$  deviennent négatifs & positifs qu'ils étoient. La courbe de ce cas est encore une Ellipse dont le grand axe est  $A12 = \frac{2fh}{2f + g}$ , & le petit axe est  $\frac{2fg}{\sqrt{2fg + gg}}$ . D'où l'on voit que lorsque  $g = 0$ , le

grand axe est  $h$ , & le petit est 0, ce qui doit être : car l'Ellipse est alors le côté  $AC$  du Cone.

## COROLLAIRE II.

IV. Il suit de tout ce que l'on vient de dire, que la première hyperbole formée par le plan est la ligne droite  $AQ$  qu'ensuite ce plan forme des hyperboles extrêmement étroites : c'est-à-dire, dont l'axe conjugué est extrêmement petit qu'après cela les hyperboles s'élargissent, c'est-à-dire, que leurs axes conjugués augmentent, mais avec plus d'accélération que les grands axes; qu'enfin ces deux axes deviennent égaux, lorsque le plan est parallèle à l'axe du Cone (on suppose que l'angle  $QAR$  du Cone est droit); qu'en

suite le plan continuant à former des hyperboles, leurs axes continuent d'augmenter à l'infini, mais les grands axes avec plus d'accélération que leurs conjugués, en sorte que lorsque le plan est parallèle au côté du Cone, les deux axes de l'hyperbole de ce cas sont l'un & l'autre infinis, mais le grand axe infiniment plus grand que son conjugué, & c'est alors la parabole qui est engendrée, laquelle peut être considérée à cet égard comme une hyperbole, mais la dernière de toutes. Qu'après cela le plan continuant sa révolution, coupe le second côté  $CR$  du Cone à une prodigieuse distance, & forme d'abord des Ellipses dont les deux axes sont chacun infinis, mais le grand infiniment plus grand que son conjugué, & qu'à mesure que le plan tourne, les deux axes de ces Ellipses diminuent, sçavoir les grands beaucoup plus promptement que leurs conjugués, & qu'ils deviennent égaux, lorsque le plan est parallèle à la base du Cone, c'est-à-dire que l'Ellipse de ce cas est un cercle. Et qu'enfin le plan achevant sa révolution, engendre des Ellipses, dont les grands axes diminuent continuellement jusqu'à devenir  $AC$ , qui est le grand axe de la dernière Ellipse, & dont les petits axes diminuent plus promptement, & le dernier est zero, ce qui fait que la dernière Ellipse est la droite  $AC$ .

## REMARQUE I.

V. Si l'angle  $QCR$  du Cone est droit, les angles  $QAO$ ,  $OAI$ ,  $13 AY$ , &  $YAC$ , seront chacun de 45 degrés, & le plan qui engendre toutes les sections du Cone, en faisant sa révolution de 180 degrés, en distribué un égal nombre dans chacun de ces angles, sçavoir, dans le premier une infinité d'hyperboles, dont la première est une ligne droite infinie, & la dernière l'hyperbole équilatère. Dans le second angle de 45 degrés, encore une infinité d'hyperboles dont la première est l'hyperbole équilatère, & la dernière est la parabole. Ce second ordre d'hyperboles diffère du premier, en ce que dans celui-là les axes conjugués augmentent dans un plus grand rapport que les grands axes, & que dans

136 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

celui-ci, les axes conjugués augmentent dans un plus petit rapport que les grands axes. Dans le troisième angle de 45 degrés, le plan continuant de faire sa révolution, distribue une infinité d'Ellipses, dont la première infinie est la parabole & la dernière est un cercle. Et dans le quatrième angle de 45 degrés, encore une infinité d'Ellipses, dont la première est le cercle, & la dernière est la droite  $AC$ . Ce second ordre d'Ellipses diffère du premier, en ce que dans celui-là les axes conjugués diminuent dans un plus petit rapport que les grands axes, au lieu que dans celui-ci les axes conjugués diminuent dans un plus grand rapport que les grands axes.

COROLLAIRE III.


VI. Il suit encore, que de toutes les différentes hyperboles & Ellipses engendrées par la révolution du plan, aucune ne sont semblables, les deux axes de ces courbes croissant selon différentes loix. D'où l'on voit aussi, que si l'on conçoit un second plan attaché à un autre point  $A$  du côté  $CQ$  du Cone plus près ou plus loin du sommet  $C$ , & que l'on fasse faire une révolution à ce second plan, semblable à celle du premier, cette révolution engendrera le même nombre infini de courbes que la première, dont chacune dans son ordre sera semblable à sa correspondante dans le sien, c'est-à-dire que de ce nombre infini de courbes, les seules semblables sont celles qui sont engendrées par des plans parallèles : de là vient que toutes les paraboles engendrées dans le même Cone sont semblables, & que de toutes, l'infinité d'Ellipses & d'hyperboles engendrées dans le même Cone, celles-là seulement sont semblables, qui sont formées par des plans parallèles.

De-là on voit aussi, que les sections coniques formées par différents Cones ne sont point semblables.

REMARQUE II.

VII. Si au lieu de se servir, comme on a fait, du plan circulaire  $FME\cap F$ , parallèle à la base du Cone, dont la propriété

propriété connue  $EP \times PF = PM^2$ , a fait trouver l'Equation générale des autres sections; on s'étoit servi d'un autre plan quelconque oblique à la base, on auroit de même trouvé l'Equation générale de toutes les sections, par le moyen de la propriété qui convient à la section du plan choisi.

Soit, par exemple,  $Em_54ME$  parallèle au côté  $CR$  du  Figure 2.  
Cone, on sçait que la courbe engendrée par ce plan, est la

parabole  $mEM$ , dont le sommet est en  $E$ , & dont le parametre est  $\frac{EF^2}{CE}$ . Si donc on veut avoir l'Equation de la

section quelconque  $mAM$ , par le moyen de la parabole  $mEM$ , il ne faut que trouver les expressions algébriques de  $CE$ ,  $EF$  &  $EP$ , ce qui est aisé. Car les mêmes choses étant posées, & de plus ayant nommé  $CB$  ou  $DA$  ( $b$ ), les triangles semblables  $AKH$  &  $aCH$  donneront  $KH$   $(2f - g) \cdot CH(g) :: AH(h) \cdot Ha = \frac{g^2 h}{2f - g}$ . Donc

$$Aa = \frac{2fh}{2f - g}, \text{ \& } KH(2f - g) \cdot CH(g) :: AK(\sqrt{bb + ff})$$

$$\cdot Ca = \frac{g\sqrt{bb + ff}}{2f - g}. \text{ Les Triangles semblables } ACa \text{ \& }$$

$$AEP \text{ donneront aussi } Aa \left( \frac{2fh}{2f - g} \right) \cdot Ca \left( \frac{g\sqrt{bb + ff}}{2f - g} \right)$$

$$:: AP(x) \cdot EP = \frac{g^2 \sqrt{bb + ff}}{2fh}, \text{ \& } Aa \left( \frac{2fh}{2f - g} \right) \cdot AC$$

$$(\sqrt{bb + ff}) :: AP(x) \cdot AE = \frac{2fx - g^2 \sqrt{bb + ff}}{2fh}.$$

$$\text{Donc } EC = \frac{2fh + 2fx - g^2 \sqrt{bb + ff}}{2fh}. \text{ Les Triangles } CAY$$

$$\text{\& } CEF \text{ donneront encore } CA(\sqrt{bb + ff}) \cdot AY(2f)$$

$$:: CE \left( \frac{2fh + 2fx - g^2 \sqrt{bb + ff}}{2fh} \right) \cdot EF = \frac{2fh + 2fx - g^2}{h}.$$

$$\text{Donc l'Equation de la parabole } mEM, \text{ qui est } EP \times \frac{EF^2}{CE}$$

$$= PM^2, \text{ deviendra, en termes algébriques, } \frac{g^2 \sqrt{bb + ff}}{2fh}$$

$$\times \frac{2fh + 2fx - g^2}{2fh} = yy, \text{ qui se réduit à}$$

Mem. 1731.

S

$\frac{hkyv}{2fg-gg} = xx + \frac{2fhx}{2f-g}$ , qui est la même Equation qui  
déjà été trouvée pour la courbe  $mAM$ .

Il en fera de même de tout autre plan oblique à l'axe du  
Cone, autre que  $5mAM_4$ . On trouvera toujours par son  
moyen, la même Equation pour la courbe  $6mAM_7$ .

*Autre manière plus générale de considérer toutes les Sec-  
tions qui peuvent être engendrées dans un Cone par un  
plan qui le coupe de toutes les façons possibles.*

Figure 3.  
& 4.

VIII. Si l'on conçoit le nouveau plan  $IMNLmn$ ,  
perpendiculaire à l'axe  $AP$  de la section  $mAM$ , & que l'on  
fasse tourner le plan  $mAM$  sur l'axe  $AP$ , il est clair qu'il  
s'engendrera, par cette nouvelle révolution, une infinité de  
nouvelles sections, telle que  $nACN$  (toutes terminées à la  
courbe  $IMNLmn$ ) dont on trouvera l'Equation en cette  
sorte.

Figure 3.

On sçait que la courbe  $IMNLm$  est une Ellipse depuis  
la situation où  $IL$  est perpendiculaire sur  $DAE$ , jusqu'à  
celle où  $IL$  lui seroit parallèle, & qu'ensuite cette courbe  
seroit une hyperbole. Si donc, les mêmes choses étant posées  
de même que dans la première considération, on nomme de  
plus le demi-grand axe  $KI$  de cette Ellipse ou hyperbole  $a$ ,  
son demi-petit axe  $b$ , l'ordonnée  $PN$ ,  $z$ , qui est commune  
à la courbe  $nmLNM$  & à la courbe  $nACN$ , le sinus de  
l'angle  $MPN$ ,  $n$ , & le sinus total  $m$ ; que de plus on mène  
 $NQ$  parallèle à  $MP$ , on aura, à cause de l'Ellipse  $IMNL$ ,

$$\begin{aligned} aa . bb :: IQ \times QL . QN^2 :: \overline{IP + PQ} \times \overline{PL - PQ} \\ . PN^2 - PQ^2 :: \overline{IP + \frac{n}{m} PN} \times \overline{LP - \frac{n}{m} PN} \\ . PN^2 - \frac{nn}{mm} PN^2. \text{ D'où l'on tire } PN = \frac{A}{\sqrt{\frac{bbmn \times PL - PI \pm \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times 4aamm - 4aann + 2bbnn}}{+bbnn \times PL^2 + IP^2}}}} \end{aligned}$$

$$aamm - aann + bbnn$$

par un semblable calcul, pour les cas où la courbe  $nmLNM$  Figure 4. est une hyperbole, on trouvera

$$PN = \frac{-\frac{1}{2}bbmn \times PL + PI + \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times 4aam - 4aan - 2bbn}}{aam - aan - bbn}$$

Chacune de ces Equations exprimera la relation de  $AP(x)$  à  $PN(z)$ , lorsqu'on aura mis, pour  $a, b, IP$  &  $PL$ , leurs valeurs.

*Premier Cas, lorsque IMNL est une Ellipse.*

Pour trouver ces valeurs, soit mené  $D_2$  perpendiculaire Figure 3. sur  $PAH$  prolongée jusqu'à la rencontre de l'autre côté  $LD_3$  du Cone.

On sçait (art. 2.) que  $A_3 = \frac{2fh}{2f-g}$ ,  $PM = \frac{\sqrt{2fg-gg}}{h}$   
 $\times \sqrt{\frac{2fhx}{2f-g} + xx}$ ,  $AB$  parallele à l'axe du Cone, sera  
 $\sqrt{hh - ff + 2fg - gg} = l$ . Les Triangles semblables  
 $ABH, D_2H$ , donneront ces proportions,  $AH . AB$   
 $:: DH . D_2 = \frac{gl}{h}$ ,  $AH . BH :: DH . H_2 = \frac{fg-gg}{h}$ .  
 Donc  $A_2 = \frac{hh+fg-gg}{h}$ , &  $3_2 = A_3 - A_2 =$   
 $\frac{3fg-2ff+ggh-g^3}{2fh-gg}$ . Les Triangles semblables,  $3_2D,$   
 $3PL$ , &  $A_2D, API$ , donneront encore ces proportions,  
 $3_2 . 2D :: 3P . PL = \frac{2flh+2flx-glx}{3fg-2ff+hh-gg}$ ,  $A_2 . 2D$   
 $:: AP . PI = \frac{glx}{hh+fg-gg}$ . Et si l'on fait cette propor-  
 tion,  $\sqrt{IP \times PL} . PM :: a . b$ , on trouvera  $b =$   
 $\frac{a\sqrt{3fg-2ff+hh-gg} \times \sqrt{hh+fg-gg}}{lh}$ . Mais comme ces gran-  
 deurs sont fort composées, soit  $\frac{hh+fg-gg}{h} = A_2 = p$   
 &  $\frac{3fg-2ff+ggh-g^3}{2fh-gg} = \frac{cg}{h}$ ; on aura  $PL =$   
 S ij

$$= \frac{2flh + 2flx - glx}{2cf - cg}, PI = \frac{glx}{ph} \text{ \& } b = \frac{a\sqrt{2cfp - cgp}}{\sqrt{h}}.$$

Si donc on substitue dans l'Equation *A* les valeurs qu'on vient de trouver pour *b*, *IP* & *PL*, on aura  $z - \frac{1}{2}m$

$$\times \frac{(2fh + 2fx - gx) \times plh - glx \times (2cf - cg)}{(mm - nn) \times lhh + nn \times (2cfph - cgph)} = \pm \frac{1}{2}ml.$$

$$\sqrt{\frac{gx \times (2fh + 2fx - gx) \times (lhh \times 4mm - 4nn + 2nn \times (2cfph - cgph) + nn \times (ggxx \times 2cf - cg + ph^2 \times 2fh + 2fx - gx))}{(mm - nn)lhh + nn \times (2cfph - cgph)}}$$

qui est l'Equation de la section *nACN*, quel que soit l'angle *MPN* des deux plans *APM*, *APN*, & quel que soit l'angle *EDL* du Cone, & cela dans le cas où la section *IMNLmnI*, du plan perpendiculaire sur *AP*, est une Ellipse.

*Second Cas, lorsque MNLMn est une hyperbole.*

IX. On a dans ce cas  $A_3 = \frac{2fh}{g - 2f}$ , *PM*

Figure 4. (ordonnée de la courbe *AM<sub>3</sub>mA*)  $= \frac{\sqrt{gg - 2fg}}{h}$

$$\times \sqrt{\frac{2fhx}{g - 2f} - xx}, AB = l, D_2 = \frac{gl}{h}, H_2 = \frac{gg - fg}{h}.$$

$$\text{Donc } A_2 = \frac{gg - fg - hh}{h} \text{ \& } 3_2 = \frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{gh - 2fh},$$

$$PL = \frac{2flh - glx + 2flx}{3fg - 2ff + hh - gg}, PI = \frac{glx}{gg - fg - hh}, \text{ \& } b =$$

$$\frac{a\sqrt{3fg - 2ff + hh - gg} \times \sqrt{gg - fg - hh}}{lh}. \text{ Et si l'on fait }$$

$$\frac{gg - fg - hh}{h} = A_2 = p, \frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{gh - 2fh} = \frac{cg}{h} = 3_2$$

$$\text{on aura } PL = \frac{2flh - glx + 2flx}{cg - 2cf}, PI = \frac{glx}{ph} \text{ \& } b =$$

$$\frac{a\sqrt{cgp - 2cfp}}{\sqrt{h}}.$$

Si donc on substitue ces valeurs dans l'Equation *B*, elle deviendra  $z + \frac{1}{2}mn \times \frac{(2fh - gx + 2fx) \times plh + glx \times (cg - 2cf)}{(mm - nn) \times lhh - nn \times (cgph - 2cfph)}$



$$V \frac{g x \times (2 f h - g x + 2 f x) \times (l l h h \times 4 m m - 4 n n - 2 n n \times c g p h - 2 c f p h)}{g x \times (2 f h - g x + 2 f x) \times (l l h h \times 4 m m - 4 n n - 2 n n \times c g p h - 2 c f p h)}$$

$$\frac{D}{= \frac{1}{2} m l} \times \frac{+ n n \times (g g x x \times c g - 2 c f + p p h h \times 2 f h - g x + 2 f x)}{(m m - n n) \times l l h h - n n \times (c g p h - 2 c f p h)}$$

qui est l'Equation de la section  $nACN$  dans ce second cas.

## REMARQUE.

L'Equation  $C$ , considérée sous cette forme générale, Figure 3. exprimera toujours une hyperbole  $nACN$  rapportée à l'un de ses diamètres pour toutes les valeurs de  $g$ , croissant depuis  $g=0$  jusqu'à  $g=2f$ , excepté les cas particuliers qui seront remarqués dans les Corollaires suivants.

Il en est de même de l'Equation  $D$  sous cette forme générale, Figure 4. elle exprimera toujours une Ellipse aussi rapportée à l'un de ses diamètres pour toutes les valeurs de  $g$ , croissant depuis  $g=2f$  jusqu'à  $g$  infini, & ensuite décroissant depuis  $g$  infini jusqu'à  $g=0$ , excepté aussi les cas particuliers qui seront remarqués dans les Corollaires qui suivent.

## COROLLAIRE I.

X. Si dans l'Equation  $C$ , on suppose  $n=0$ , elle se Figure 3. changera en  $z = \frac{V 2 f g g - R R}{h} \times \sqrt{\frac{2 f h x}{2 f - g} + x x}$ , qui est l'Equation qui a été trouvée pour l'hyperbole  $mAm$ .

## COROLLAIRE II.

XI. Si l'on suppose  $m=n$ , elle se changera en  $z = \frac{1}{2} \times \frac{(2 f h + 2 f n - g x) \times p l h - g l x \times (2 c f - c g)}{2 c f p h - c g p h} = \pm \frac{1}{2} l$   
 $\times \frac{(g x \times 2 c f - c g + p h \times 2 f h + 2 f x - g x)}{2 c f p h - c g p h}$ , qui est un lieu à la ligne droite, & c'est aussi ce qui doit arriver, car alors la section  $nACN$  devient le Triangle  $IDL$ .

## COROLLAIRE III.

XII. Si dans l'Equation  $D$ , on suppose  $n=0$ , elle se Figure 4.  
 S iij

réduira à  $z = \frac{\sqrt{gg-2fg}}{h} \times \sqrt{\frac{2fhx}{g-2f} - xx}$ , qui est l'Equation qui a été trouvée pour l'Ellipse  $mAM_3m$

COROLLAIRE IV.

XIII. Si dans cette Equation, on suppose  $m=n$ , elle deviendra  $z = \frac{1}{2} \times \frac{(2fh-gx+2fx)plh-glz \times (cg-2cf)}{cgph-2cfph}$   
 $= \pm \frac{1}{2} l \times \frac{(gx \times cg - 2cf - ph \times 2fh - gx + 2fx)}{cgph-2cfph}$ , qui est le lieu au Triangle  $AD_3$ .

COROLLAIRE V.

XIV. Il suit de l'Equation  $C$ , que lorsque  $g=0$ , on a  $z = \frac{mn \times (fh+fx) \times plh \pm \frac{1}{2} m l a p h \times (2fh+2fx)}{(mm-nn)llh+nn \times 2cfph}$ , qui est un lieu à la ligne droite; ce qui fait voir que lorsque  $HA$  touche le Cone, l'infinité de sections qui résultent de l'infinité de valeurs du rapport  $\frac{m}{n}$ , seront toujours des Triangle

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on suppose  $g=f$ , on aura  $l=h$ ,  $p=m$ ,  $e = \frac{hh}{f}$ , & l'Equation  $C$  deviendra  $z = \frac{nf}{m} = \pm \frac{f\sqrt{nnhh+2mmhx+mmss}}{mh}$ , qui est  $z = \frac{nh}{m} = \pm \sqrt{\frac{nnhh}{mm} + 2hx + xx}$ , lorsque  $h=f$ ;  $z = \pm \sqrt{2hx + xx}$  lorsque  $n=0$ ; &  $z=f = \pm \times \frac{fh+fx}{h}$ , lorsque  $m=$

Ce qui montre que quand  $HAP$  est parallèle à l'axe du Cone, toutes les sections  $nACN$  seront une infinité d'hyperboles, & un Triangle; & que toutes ces hyperboles seront équilatères, quand l'angle  $EDL$  du Cone sera droit

COROLLAIRE VII.

XVI. Si l'on suppose  $g=2f$ , on aura  $c = \frac{hh}{o}$ , &

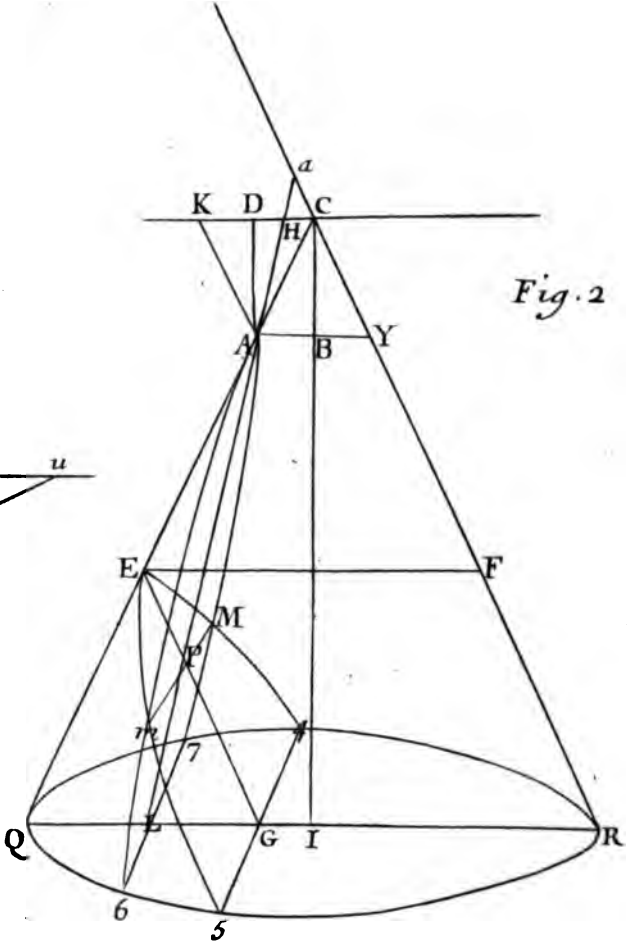
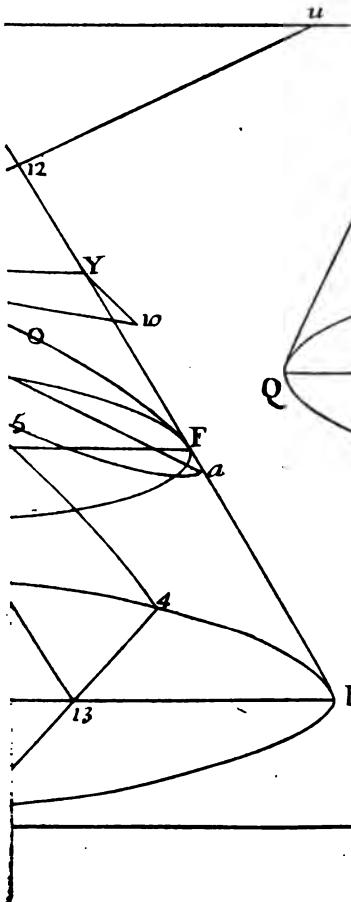
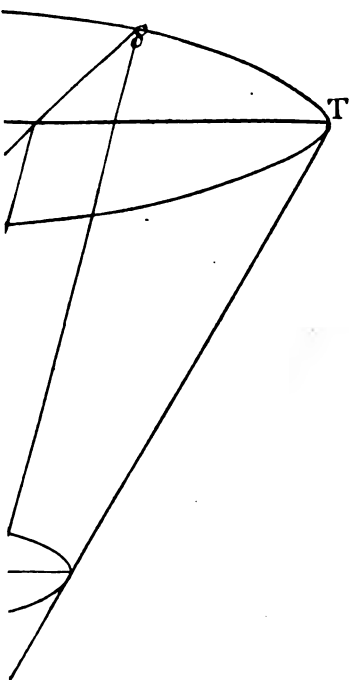
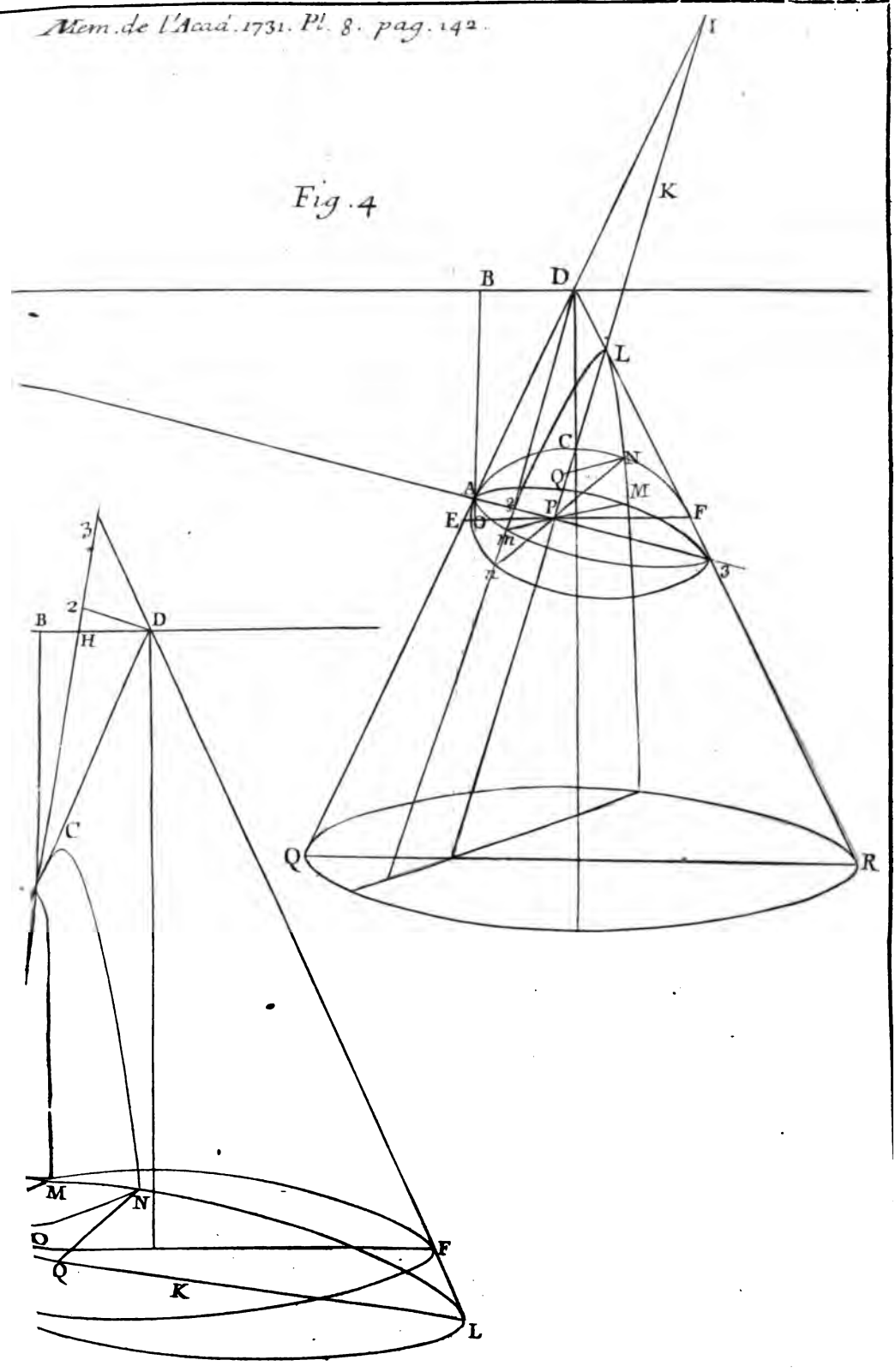




Fig. 4





l'Equation  $C$  deviendra  $z = \frac{mn \times (fplh - flhx)}{(mm - nn)lh + nnp hh}$

$$= \frac{mlf\sqrt{hx} \times (4mmll - 4nnll + 2nnp ph) + nn \times (pphh + h h x x)}{(mm - nn)(lh + nnp hh)}$$

qui se réduit à  $z = \frac{g\sqrt{x}}{\sqrt{h}}$ , lorsque  $n = 0$ , & à  $z = \frac{-fip + flx}{ph}$

+  $\frac{fip \pm flx}{ph}$ , lorsque  $m = n$ . Ce qui fait voir que quand  $HAP$  est parallèle au côté  $DL$  du Cone, toutes les sections  $nACN$  sont une infinité d'hyperboles, une parabole, & un Triangle.

## COROLLAIRE VIII.

XVII. Il suit de l'Equation  $D$ , que si l'on suppose  $g$  &  $h$  infinies, cette Equat. deviendra  $z + \frac{1}{2}mn \times \frac{(2fpl - plx + clx)}{(mm - nn) \times ll - nncp}$

$$+ ml\sqrt{2fx - xx \times (4mmll - 4nnll - 2nncp) + nncxx + 4mffpp - 4mfp^2x + n^2p^2xx} \\ (mm - nn) \times ll - nncp$$

qui exprimera une Ellipse, lorsque les termes affectés de la quantité  $xx$  sont négatifs; une hyperbole, lorsque ces termes sont positifs; & une parabole, lorsque ces termes s'anéantissent.

Si dans cette dernière Equation, on suppose  $n = 0$ , elle deviendra  $z = \sqrt{2fx - xx}$ , & si  $m = n$ , on aura  $z + \frac{plx - 2fpl - clx}{2cp} = l \times \frac{(px + cx - 2fp)}{2cp}$ , dont la première exprime un cercle, & la seconde exprime une ligne droite.



*R E C H E R C H E S*  
*S U R*  
*L'OPERATION DE LA TAILLE*  
*PAR L'APPAREIL LATÉRAL.*

Par M. MORAND.

4 Avril  
1731.

**L**A multiplicité des méthodes pour l'opération de la Taille est d'autant plus utile, qu'elle est naturellement fondée sur les variations qui dépendent de la Pierre & de l'état de la Vessie malade ; aussi lorsqu'on a attaqué ceux qui proposent différents procédés pour faire l'opération de la Taille ; on s'en est pris plutôt à l'application trop générale de la méthode proposée, qu'à la méthode même.

Pour moi qui les ai étudiées toutes, & toutes pratiquées ; je crois pouvoir avancer qu'elles sont toutes bonnes, à certains égards ; & qu'en les supposant perfectionnées, l'habileté de l'Anatomiste Chirurgien consiste autant dans le choix de la méthode que dans l'exécution.

Après avoir décrit celle du haut Appareil, j'étois dans le dessein de décrire l'Appareil latéral, lorsque j'appris le succès éclatant avec lequel M. Cheselden célèbre Chirurgien Anglois faisoit cette opération. Je ne fougis point de dire que j'ai fait le voyage de Londres exprès pour le voir travailler. Les opérations que je lui vis faire au Printemps de l'année 1729, dans l'Hôpital de S.<sup>t</sup> Thomas, les questions que je fis à ses malades, les conférences que j'eus avec lui-même, m'ont donné des lumières que la méditation ne m'auroit peut-être point fournies, & du courage pour entreprendre cette opération, que je croyois plus difficile que le grand Appareil, & qui actuellement me le paroît moins.

Revenu de Londres, j'essuai toutes les questions que la curiosité ou l'amour du bien public purent faire imaginer ;  
&



Je tâchai d'y satisfaire, à une circonstance près que M. Chefelden vouloit communiquer lui-même à l'Académie; ce qu'il fit en détaillant sa méthode dans plusieurs Lettres qu'il m'adressa en différents temps de l'année 1729. Il l'a depuis publiée en 1730, dans une courte Dissertation en Anglois, que j'ai traduit pour en donner un Extrait fidèle\*.

M. Chefelden nous apprend dans cette Dissertation, qu'ayant fait le haut Appareil avant celui-ci, il n'avoit point été malheureux dans cette opération, qu'il n'avoit perdu qu'un malade sur sept, qu'il n'a quitté cette opération que sans l'espérance d'en trouver une meilleure, & qu'il est bien sûr qu'elle pourroit être pratiquée actuellement avec plus de succès qu'elle ne l'avoit été, en profitant des observations qu'on a fait.

Après ces expériences sur le haut Appareil, la réputation de M. Rau l'avoit engagé à tenter son opération. M. Chefelden la fit d'abord en remplissant d'eau la Vessie, au moyen de quoi il tiroit avec autant de facilité que de vitesse de très-grosses pierres : les malades paroissoient hors de danger quelques jours après l'opération, mais l'urine s'insinuant dans la membrane cellulaire qui environne le Rectum, faisoit des ulcères sordides avec pourriture, & de dix malades taillés de cette façon, il en est mort quatre. Il essaya ensuite de tailler précisément comme M. Albinus prétend que M. Rau tailloit, mais il éprouva les mêmes inconvénients de la part de l'urine. Ces désavantages lui firent imaginer la méthode que je lui ai vû faire, & à laquelle il est dévoué pour toujours. La voici rapportée par lui-même.

Je lie le malade, comme au grand Appareil, après l'avoir couché sur une table horizontale, de la hauteur de trois pieds, ayant la tête seulement élevée. Je fais d'abord une incision aux téguments aussi longue qu'il est possible, en commençant près l'endroit où elle finit au grand Appareil; je continue de couper de haut en bas, entre les muscles accélérateur

\* An appendix to the fourth edition of the Anatomy, &c. by W. Chefelden. 1730.

Mem. 1731.

146 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

» & érecteur gauche, & à côté de l'intestin rectum ; je tâte  
 » ensuite pour trouver la sonde, & je coupe dessus, le long  
 » de la glande prostate, en continuant jusqu'à la Vessie, & en  
 » assujettissant le rectum en bas pendant tout le temps de l'o-  
 » pération avec un ou deux doigts de la main gauche. Le reste  
 » de l'opération est comme dans l'ancienne méthode, avec  
 » cette différence que je lie les Vaisseaux coupés.

Après cette description, M. Cheselden qui étoit averti que l'on avoit crû trouver une contrariété dans ses Lettres, sur le nombre de ceux qu'il avoit taillés, parce qu'il avoit écrit à M. Pibrac, Chirurgien de Paris, qu'il en avoit taillé vingt-sept, sans qu'il en fut mort un, & à moi que de quarante-sept, il n'en étoit mort que quatre, explique ces calculs différents, en disant que vingt-sept malades taillés de suite par sa méthode guérissent, le premier qui mourut étant le vingt-huitième : *Je n'ai pas besoin de tromper, dit-il, pour représenter mes succès.*

Ces quarante-sept dont M. Cheselden parloit dans ses Lettres sont ceux qu'il avoit taillés en tout par cette méthode, depuis le mois de Mars 1727 jusqu'en Juin 1729, tant dans l'Hôpital S.<sup>t</sup> Thomas que dans Londres. Les quarante-six dont il parle dans sa Dissertation imprimée, sont ceux qu'il a taillés dans l'Hôpital seulement jusqu'à la fin de Juillet 1730, il en donne l'âge & le nom, excepté de ceux que je lui vis tailler, & qu'il dit avoir perdu, sans s'être ressouvenu qu'il me les avoit donnés à Londres, écrits de sa propre main.

De ces quarante-six de l'Hôpital, il n'en est mort que deux ; l'un âgé de dix-sept ans, étoit malade dès son enfance, exténué par de longues souffrances, & incommodé des reins ; l'autre mourut quinze jours après l'opération, ayant une toux violente. Un des quarante-quatre guéris avoit soixante-sept ans, & trente-trois pierres ; un autre quarante-deux ans, & une pierre pesant onze onces : plusieurs des enfans eurent la petite vérole pendant la cure, & d'autres la rougeole.

Voilà ce que contient l'Ecrit de M. Cheselden, il ne s'en

pas inutile d'y ajouter plusieurs choses essentielles qui se trouvent dans les Lettres écrites pour l'Académie.

En parlant des expériences qu'il fit de la méthode de M. Rau, telle qu'elle est proposée par M. Albinus, il ajoute à l'inconvénient des ulcères avec pourriture, produits par l'urine qui se glisse dans le tissu cellulaire, celui des hémorragies continuées jusqu'à la mort, comme il sçavoit que cela étoit arrivé.

A l'égard de la méthode en particulier, il recommande d'avoir soin que celui qui tient la sonde ne la pousse point du tout en devant; il assure que par son incision intérieure il coupe totalement le Sphincter, & qu'il n'a jamais trouvé d'inconvénient à couper la glande prostate; il conseille de ne point faire de playe trop profonde à la membrane grasse & celluleuse, située à la partie extérieure du rectum : il avoüe naturellement que dans les commencements, il blessa l'intestin rectum à deux malades, qui cependant guérèrent tous deux, & que cela arriva faute d'attention à la conduite de la sonde; il prétend qu'il est plus facile de nettoyer les vessies ulcérées par cette méthode que par aucune autre; il ajoute enfin dans une Lettre un fait bien favorable à cette opération. Un homme étoit destiné à être taillé par le grand Appareil; l'incision étant faite par l'opérateur, il lui fut impossible de tirer la pierre. M. Cheselden, qui étoit présent, fut invité à essayer lui-même, il fit son opération à la suite de la première, tira une pierre pesant près de douze onces, & le malade guérit.

M. Cheselden me paroît avoir omis la longueur & l'obliquité de son incision extérieure, ce qui n'est cependant pas sans raison; au reste ses Lettres montrent également son habileté & sa bonne foi, & la Compagnie répondit à sa politesse, en le faisant correspondant de l'Académie.

Pour profiter des opérations que je lui avois vû faire à Londres, je fis beaucoup d'expériences sur les Cadavres, je travaillai à une analyse exacte des parties intéressées dans l'opération, & quand je fus muni des connoissances que

#### 148 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'Anatomie m'avoit fourni, j'en proposai la pratique à M. Marechal premier Chirurgien du Roi, qui ne s'est prêté à cette nouveauté, que parce qu'il a vû qu'elle intéressoit le bien public.

Sous ses yeux, & en présence de plusieurs Académiciens, Medecins & Chirugiens, cette opération s'est faite l'année dernière à Paris, avec grand succès.

Tout le monde sçait que de seize malades taillés par cette méthode, tant dans la Ville que dans l'Hôpital de la Charité, huit par M. Perchet, huit par moi, chacun de nous n'en a perdu qu'un; pendant que de douze taillés en même temps dans l'Hôpital, par le grand Appareil, il en est mort cinq. De ceux-ci, il y avoit trois sujets dont il y avoit plus à craindre qu'à espérer, & on n'a pas manqué de nous dire que nous avions choisis les meilleurs pour l'opération nouvelle.

Je pourrois répondre à cela qu'une première épreuve nous y autorisoit, mais nous ne voulons point de grace; il nous est facile de prouver que de nos seize malades taillés par l'Appareil latéral, il y avoit un enfant qui ayant été saigné six fois pour une fièvre rébelle & indépendante de sa pierre, étoit bouffi par tout le corps, & dans l'usage actuel du Quinquina, lorsqu'il fut taillé; un homme de soixante-deux ans, qui avoit cinq grosses pierres; un autre de cinquante-cinq ans, qui ayant eu la fièvre, la jaunisse, & un dévoiement de plusieurs mois, dont il n'étoit pas remis, fut taillé le dernier jour de Juillet, à cause des pressantes douleurs qu'il souffroit; enfin un autre dont la vessie étoit squirreuse, pleine de fongus, & la pierre de la grosseur, & précisément de la forme d'un marron d'Inde dans sa coque, dont on auroit un peu émoussé les pointes. Je ne sçai si on peut appeller ces quatre malades de bons sujets, c'est à ceux qui liront ce Mémoire à en juger, cependant trois de ceux-ci sont guéris & onze des autres.

Le simple énoncé des faits nous justifie, & nous nous flatons que dorenavant nous n'aurons pas besoin d'employer d'autres moyens contre la critique. Les raisons de préférence

**P**our l'Appareil latéral, comparé au grand Appareil, seront amplement détaillées dans des Mémoires particuliers, & l'ont été déjà avec bien de la solidité, par M. Falconnet dans sa Thèse : *An educendo calculo, cæteris antefereendus apparatus lateralis*. Je me contenterai de dire ici que les principaux avantages de cette opération consistent en ce que le manuel en est bien plus facile que celui du grand Appareil ; il est plus sûr, parce que le Chirurgien est guidé, non-seulement par la crenelure de la sonde, mais mieux encore par le doigt index de la main gauche, à l'aide duquel il agit toujours, & court moins de risque de se fourvoyer. Les avantages qui en reviennent aux malades sont considérables : toutes choses égales, l'opération par l'Appareil latéral est moins longue, & doit être moins douloureuse que par le grand Appareil, parce que dans l'une on coupe certaines parties qu'on déchire dans l'autre, elle favorise davantage l'extraction des grosses pierres ; c'est une proposition qui résulte de la précédente. Ceux qui en ont été guéris, n'ont été incommodés, ni de fistules, ni d'incontinence d'urine ; on n'a pas eu le désagrément de voir ces communications de la playe avec le boyau, que quelques malades taillés au grand Appareil, ont malheureusement éprouvés dans le temps même qu'on travailloit au panégistique du grand Appareil. Enfin la Taille latérale est non seulement utile aux Pierreux, mais encore elle semble avoir été trouvée pour secourir plus sûrement que par l'opération ordinaire ceux qui par obstruction ou abcès au col de la Vessie se trouvent dans la malheureuse nécessité de souffrir ce que l'on nomme l'incision au Périnée, & c'est une observation de M. Chirac.

Ce que je viens de dire sur l'Appareil latéral n'est qu'un préliminaire au Traité que j'espère donner par les suites. J'ose avancer que ce Traité nous manque : M. Méry a donné la critique des opérations de Frere Jacques \*, & ayant à la suite de son ouvrage proposé l'idée d'une méthode pour faire l'Appareil latéral, il ne l'a point pratiquée. M. Albinus

\* Observations sur la manière de tailler dans les deux Sexes, &c.

150 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 a donné dans une Dissertation Latine<sup>a</sup>, l'opération latérale qu'il dit avoir été pratiquée par M. Rau, mais le manuel en est si composé, & l'exécution si difficile, que je doute qu'elle eût été adoptée par M. Rau, si l'ouvrage eût été publié de son vivant. Le Docteur Douglas<sup>b</sup> a donné un simple recueil de ce qu'on avoit écrit avant lui sur cette opération, & M. Chefelden ne la pratique plus, comme elle est décrite dans le *Postscriptum* du Docteur Douglas. Enfin M. [Garengeot Chirurgien de Paris, connu par la fécondité de sa plume, l'a proposé aux gens de l'Art, sans l'avoir faite lui-même, & sur une première expérience faite par un autre.

Je n'ai envié à personne l'honneur d'écrire sur cette matière; depuis qu'elle a été renouvelée en France. Je sçais que les ouvrages précipités laissent ordinairement, non des restes à recueillir, mais des moissons à faire; en attendant celui auquel je m'engage, je vais donner à la Compagnie quelques observations détachées qui regardent la partie historique de cette opération, & qui la rendent à ses vrais Auteurs.

#### PREMIÈRE OBSERVATION.

On appelle communément la *Méthode de Frere Jacques* son opération, quoique la plupart des Chirurgiens ne l'aient connu que sur le rapport de M. Méry; mais si une méthode de tailler doit être une manière de tailler, suivant une règle toujours constante, au moyen de laquelle on entame les mêmes parties toutes les fois, à consulter l'ouvrage de M. Méry, on verra que Frere Jacques n'avoit point de méthode; car il entamoit la Vessie, tantôt dans son col, tantôt dans son corps, il séparoit quelquefois le col du corps, souvent il traversoit la Vessie & l'ouvroit en deux endroits, il intéroissoit l'intestin rectum, qui ne doit point être touché dans cette opération; enfin il bleffoit différentes parties qui servent à la génération.

Par l'ouverture de ceux qui périssent entre les mains de

<sup>a</sup> *Index Suppellestilis Anatomicæ, &c.* 1725.

<sup>b</sup> The history of the lateral operation by James Douglas. M. D. 1726.

Le Moine, M. Méry découvrit tous les écarts, & l'inconstance de l'incision intérieure; il voulut défabuser le Public qui se prévient aisément en faveur des gens d'un certain caractère, en nous faisant part de ses observations à ce sujet. Il nous a donné un ouvrage dont il résulte que Frere Jacques ne tailloit pas deux personnes de suite de la même façon; on pourroit dire par conséquent que Frere Jacques n'avoit point de méthode, & il ne pouvoit pas s'en former une, ignorant la Topographie, pour ainsi dire, des parties sujettes à son Litotome; il restoit donc à M. Méry, en décrivant l'opération de Frere Jacques, à déterminer nettement & précisément de tous les endroits qu'il entamoit, celui qu'il auroit été le plus avantageux d'entamer, suivant une certaine méthode; cependant c'est de toutes les parties de son ouvrage, celle qui est le plus légèrement traitée.

On dira sans doute que c'est l'idée qu'on s'étoit faite de l'opération de Frere Jacques; mais si l'on en convient avec moi, il faudra convenir aussi que si Frere Jacques a pû profiter, & des réflexions critiques de M. Méry, & des avis salutaires qu'il avoit reçus pour rectifier son opération, il a pû par les suites pratiquer une bonne méthode, & qu'il est fâcheux que le Public ait été privé du fruit qu'il y avoit à retirer de la vivacité de ceux qui ont écrit contre cet opérateur. Or on va voir qu'on l'a perdu de vûe dans le temps qu'il falloit le suivre, que les Auteurs qui ont travaillé sur cette matière ont été dépourvus des pièces les plus utiles sur la Taille de Frere Jacques, & qu'il est constant que Frere Jacques pratiqua postérieurement à la critique de M. Méry une Taille latérale, la même que celle que M. Cheselden pratique aujourd'hui avec succès: c'est ce qu'il sera facile de prouver, en donnant ici la partie la plus curieuse, & en même temps la plus cachée de l'histoire de Frere Jacques.

La Critique de M. Méry ne séduisit point tout le monde; M. Fagon, pour lors premier Médecin du Roi, & M. Félix premier Chirurgien, jugèrent qu'on pouvoit rectifier son opération; Frere Jacques reçut leurs avis, & en profita: cela

152 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

est démontré par le simple récit de ses opérations postérieures à la critique de M. Méry.

Par mes recherches, je l'ai suivi par-tout, & je sçai qu'il avoit taillé à Aix-la-Chapelle en 1699 environ soixante personnes, dont le plus grand nombre guérit. A Versailles, au Printemps de 1701, trente-huit qui guérissent tous, & le fait est attesté par M.<sup>rs</sup> Fagon, Duchesne, Bourdelot, Boudin, Felix & Gervais<sup>a</sup>. La même année à Angers<sup>b</sup>, à Beaumont & Beauvais en Picardie, où il y a encore actuellement des gens taillés de sa façon qui sont en santé. En 1703, M. le Maréchal de Lorge se mit entre ses mains, après avoir reçu dans son Hôtel vingt-deux pauvres atteints de la Pierre, pour les faire tailler par le Frere Jacques; les vingt-deux pauvres guérissent, & M. le Maréchal mourut, c'est alors que Frere Jacques prit le parti de passer en Hollande.

En vain veut-on élever la réputation de M. Rau sur les débris de celle de Frere Jacques. Je rendrai bien-tôt justice à M. Rau, mais peut-on ne pas juger favorablement de ce que fit le Frere Jacques en Hollande, lorsqu'on est instruit qu'il y étoit devenu si fameux, que son portrait y fut gravé trois fois différentes, & que lorsqu'il fut à Bruxelles, dans le dessein de ne plus retourner en Hollande, les Magistrats d'Amsterdam lui envoyèrent une Médaille d'Or, ayant d'un côté son portrait, & de l'autre la Ville d'Amsterdam, avec cette inscription : *PRO SERVATIS CIVIBUS*.

M. Rau étant fait Litotomiste à sa place, Frere Jacques passa en Flandres, fit son opération à Bruxelles & à Anvers; fut appelé à Nantes, à Lyon & à Geneve, & y travailla heureusement. En 1708 il fut mandé par M. le Duc de Lorraine, pour tailler un de ses principaux Officiers qu'il guérit. Il fut à Vienne en Autriche en 1709, de-là à Padoue & à Rome, & y pratiqua son opération. En 1710 il fut à

<sup>a</sup> Nouvelle méthode de tailler, par Frere Jacques Beaulieu, &c. 1702.  
<sup>b</sup> la fin.

<sup>c</sup> Voyez l'Ouvrage de M. Hunauld. MS.



Venise. Enfin las de voyager, il revint en 1712 à Besançon sa patrie, où il avoit moins travaillé que par-tout ailleurs, & mourut en 1714, âgé d'environ soixante ans.

Son voyage à Angers lui avoit procuré la connoissance de M. Hunauld, faisant la Médecine avec distinction, Auteur de quelques ouvrages imprimés, & dont le Neveu est de l'Académie. M. Hunauld apprenant l'Anatomie à Paris, partageoit son temps entre les Leçons de M.<sup>rs</sup> Mignard & Duverney, & conservoit par son crayon le travail de son Scalpel. Il entreprit de défendre Frere Jacques contre M. Méry, & on peut dire qu'il le fit avec avantage dans une Dissertation dédiée à M. Fagon, mais qui n'a jamais été imprimée<sup>a</sup>.

Ce manuscrit est accompagné de planches anatomiques dessinées par M. Hunauld lui-même; on y trouve la méthode de Frere Jacques perfectionnée; méthode par laquelle il étoit toujours sûr de faire son incision intérieure dans le même endroit, & qui avoit rendu la vie à tant de malades. Depuis l'ouvrage de M. Méry, Frere Jacques avoit donné lui-même cette méthode dans un Imprimé de sept à huit pages, dont il y en a très-peu d'exemplaires<sup>b</sup>.

Dans ces deux ouvrages, l'incision de Frere Jacques est nettement déterminée, il y est clairement énoncé qu'il coupoit le col de la Vessie: il paroît donc que si les Auteurs avoient fait sur cela les recherches nécessaires, ils auroient distingué dans l'histoire de Frere Jacques deux époques bien différentes: la première nous donne Frere Jacques déconcerté par les critiques qu'il avoit essuyées, la seconde nous le donne encouragé par les instructions qu'il avoit reçues; l'une montre une opération défectueuse que l'on abandonne, l'autre une opération excellente que l'on reprend aujourd'hui. Il est fâcheux de n'avoir jugé du Frere Jacques que sur son opération décrite par M. Méry, & c'est avec justice, ce me semble,

<sup>a</sup> Histoire du procédé de Frere Jacques, par M. Hunauld, &c. MS.

<sup>b</sup> Nouvelle méthode de tailler, & tirer la Pierre de la Vessie, par Frere Jacques Beaulieu, &c. 1702.

#### 154 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

qu'on avoit appliqué à cet opérateur, un passage de Cicéron qu'on lit autour de ses portraits, peut-être pour critiquer la Critique de M. Méry; *Ægri, quia non omnes convalescunt, non idcirco ars nulla Medicina est*. Parce qu'on ne guérit point tous les malades, on ne doit point pour cela nier l'existence de la Médecine.

De toutes ces recherches, je conclus ma première observation, & je dis que si Frere Jacques eût été aidé à Paris, comme il le fut à Angers, & s'il eût été aidé à Angers avec autant d'éclat qu'il fut censuré à Paris, nous serions demeurés en possession de l'Appareil latéral, & nous aurions de plus les perfections dont une interruption de plus de trente ans doit naturellement nous priver.

#### SECONDE OBSERVATION.

Rien ne prouve mieux l'usage que nous pouvions faire en France de la méthode de Frere Jacques, que celui qu'on en fit en Hollande. M. Albinus qui nous a donné la Vie de M. Rau dans l'index du Cabinet d'Anatomie, légué par M. Rau à l'Académie de Leyde, nous apprend <sup>a</sup> que Frere Jacques étant à Amsterdam, obtint du Magistrat la permission de faire sa nouvelle opération de la Taille, que M. Rau après avoir assisté à ses opérations s'éleva contre sa méthode. Jusque-là je vois M. Rau faire en Hollande, ce que M. Méry fit en France; mais qu'arrive-t-il ensuite? les Magistrats d'Amsterdam, & depuis ceux de Leyde ayant fait M. Rau lui-même Litotomiste pour ces deux Villes, il pratique l'Appareil latéral, & ne l'abandonne plus; surquoi il faut remarquer qu'avant l'arrivée de Frere Jacques en Hollande, M. Rau ne tailloit qu'au grand Appareil, comme il l'avoit appris Paris vers l'année 1683 <sup>b</sup>; de sorte qu'il paroît clairement que ce fut le Frere Jacques qui donna à M. Rau l'idée de l'Appareil latéral. Il paroît ensuite que M. Rau se trouva <sup>c</sup>

<sup>a</sup> De Clar. Ravii vitâ & calculosorum curâione, p. 7.

<sup>b</sup> Idem, p. 15.

Bien de l'Appareil latéral qu'il n'en pratiqua plus d'autre. Il avança dans un Discours public prononcé à Leyde en 1713, qu'il avoit guéri, en Hollande, par cette opération, quinze cens quarante-sept personnes affligées de la Pierre<sup>a</sup>.

M. Albinus décrit dans ce même ouvrage la méthode dont il prétend que M. Rau se servoit, par laquelle il se proposoit d'entamer la Vessie même, par le côté, & près de son col, un peu vers la partie inférieure & postérieure : *Vesicam ipsam proximè cervicem ejus à latere, non nihil inferiora & posteriora versus*<sup>b</sup>. Mais cette méthode est beaucoup plus difficile pour le Chirurgien, & beaucoup plus longue pour le malade que celle du Frere Jacques, & il est facile de démontrer que les avantages qui pourroient faire valoir celle de M. Albinus, sont communs à l'opération de Frere Jacques, même par rapport à l'extraction des grosses pierres; j'ajoute qu'il est permis de douter si on a la méthode dont M. Rau se servoit réellement, & il pourroit bien se faire que la méthode de M. Rau, & celle de Frere Jacques auroient été les mêmes.

Voici surquoi sont fondées mes conjectures; M. Rau laissoit assister à ses opérations, mais il n'en donnoit point d'éclaircissement, il se la reservoit. Il est mort en 1719; sans la rendre publique, & c'est un autre Professeur qui l'a donnée. Enfin le Docteur Douglas a fort bien remarqué, qu'on ne voit nulle part des observations tirées de l'ouverture des Cadavres<sup>c</sup>.

Voilà bien des motifs de douter si l'opération donnée par M. Albinus est réellement celle de M. Rau. Ce qui donne en même temps lieu de croire que celle qu'il pratiquoit pourroit bien être celle de Frere Jacques, c'est que selon M. Albinus même, ils faisoient tous deux l'incision dans le même endroit : *Deindè autem methodo novâ suâ semper est usus, quâ eundem quem Monachus ille locum incidit*<sup>d</sup>.

<sup>a</sup> De Clar. Ravii vitâ & calculosorum curatione, p. 14.

<sup>b</sup> Idem, p. 15.

<sup>c</sup> The history of the lateral operation, p. 74.

<sup>d</sup> De Clar. Ravii vitâ, &c. p. 15.

On objectera sans doute que M. Rau ne fut établi Lito-  
tomiste public que sur ce que les Magistrats reconnurent la  
vérité du jugement que M. Rau avoit porté sur l'opération  
de Frere Jacques, & que M. Rau fit la Taille avec encore  
plus de succès que le Frere Jacques : comment cela se peut-  
il, si l'opération est supposée la même ?

La réponse est facile, M. Rau sçavoit parfaitement l'Ana-  
tomie, Frere Jacques l'ignoroit, & l'on sçait que sans les  
lumières de l'Anatomie, le Chirurgien ne marche qu'à tâtons.

### TROISIÈME OBSERVATION.

Lorsque M. Rau étoit questionné par ceux qui le voyoient  
opérer, sur le détail de sa méthode, il ne disoit autre chose  
que ces paroles : *lisés Celse*. C'est un fait dont M. Winslow  
nous a fait part dans une de nos Assemblées, en ayant été  
témoin, & ayant suivi en Hollande les opérations de cet  
homme célèbre. Il est donc bien naturel de suivre l'indica-  
tion donnée par M. Rau lui-même, & alors il est facile de  
prouver que M. Rau tailloit comme le Frere Jacques, parce  
que Frere Jacques corrigé, tailloit par l'Appareil de Celse.  
Cela paroît d'abord un paradoxe à ceux qui ont, de l'opération  
de Celse, l'idée que les Auteurs nous en donnent ordinaire-  
ment, mais le paradoxe s'évanouît quand on fait les réflexions  
suivantes.

On a forcé le sens de Celse, & on l'a mal interprété ;  
quand d'une méthode générale, on en a fait une méthode  
seulement praticable pour la pierre qui fait bosse au Périnée.

Le chapitre 26 du 7.<sup>me</sup> Livre de Celse traite des diffi-  
cultés d'uriner, & la 2.<sup>de</sup> Section du même porte en titre :  
*Calculosis quæ curatio adhibeatur* \*. L'incision est ainsi déter-  
minée : *juxta anum incidi cutis plagâ lunatâ usque ad cervicem* ;  
*Vesicæ debet : deinde eâ parte quâ strictior ima plaga est, etiam*—  
*num sub cute altera transversa plaga facienda est, qua cervix ape-*—  
*riatur donec urinæ iter pateat, sic ut plaga paulo major quæ*—  
*calculus sit.*

\* *Aur. corn. Celsi opera ex recognitione Vanderlinden. 1657.*

Voilà la méthode générale de Celse pour tirer la Pierre qui est dans la Vessie, & ce qui prouve que c'est une méthode générale, c'est qu'à la fin du chapitre, il donne la méthode de traiter les cas particuliers, & de tirer, par exemple, les Pierres engagées dans le col : *calculi per se delapsi in cervicem*. Je sçai bien qu'on regarde l'opération de Celse, comme impraticable sur les Adultes, mais c'est un pur préjugé & faute d'examen, car il n'y a point d'Anatomiste Chirurgien, qui voulant en faire l'expérience sur le Cadavre, ne reconnoisse comme moi, qu'elle peut se faire.

Frere Jacques la faisoit aussi quelquefois à la lettre, actuellement encore il y a en Italie des opérateurs qui ne la font pas autrement. Il est vrai que cette opération faite à la lettre est difficile, mais les changements qu'on y a faits depuis, par rapport aux instruments, l'ont de beaucoup perfectionnée.

Albucasis inventa le premier un Bistouri très-étroit & très-pointu \*. De nos jours, Frere Jacques substitua aux doigts de l'opérateur une Sonde, mais très-défectueuse & sans crénelure. M.<sup>rs</sup> Fagon, Felix, Marechal, Méry conseillèrent une Sonde crénelée à Frere Jacques, qui s'en est servi dans les suites; M. Rau a ajouté quelque chose à cette Sonde. M. Cheselden a inventé un Bistouri, qui, à peu de choses près, est le même que celui d'Albucasis; mais toutes ces variations ne touchent que les instruments, car du reste l'Appareil latéral, depuis Celse jusqu'à M. Cheselden, a toujours été fait dans le lieu déterminé par Celse pour l'incision.

Au reste, la remarque de l'analogie de l'Appareil latéral avec la méthode de Celse a été apperçûe par les modernes; & je ne prétends point m'en attribuer la découverte.

Dans l'assemblée des Magistrats, des Médecins & Chirurgiens, convoquée à Paris, pour délibérer sur les expériences de Frere Jacques, un des assistants avança que sa méthode avoit été autrefois pratiquée; & M. Méry qui cite ce fait, ajoute de lui-même, qu'il pourroit se faire que cette manière

\* *Albucasis Chir. part. 2. cap. 1X. p. 204.*

d'opérer auroit commencé par quelque opérateur qui se seroit formé une méthode sur ce qu'il auroit lû de la Taille dans Celse<sup>a</sup>. M. Freind dans son histoire de la Médecine, en parlant d'Albucasis qui a suivi Celse, dit que l'endroit marqué pour l'incision par cet Auteur, est entièrement le même que celui où Frere Jacques, & après lui, M. Rau avoient coutume de la faire<sup>b</sup>.

Qu'on ajoute à toutes ces recherches la réponse de M. Rau à ceux qui le questionnoient, l'obscurité qui pourroit naître des différents noms de la méthode de Frere Jacques, de celle de M. Rau, de celle de M. Cheselden disparoit en les rapportant toutes à la méthode de Celse, à laquelle on a ajouté des instruments, & en leur donnant en commun le nom d'*Appareil latéral*.

Si mes conjectures étoient justes, la Taille latérale qui paroît une nouvelle méthode se trouveroit la première & la plus ancienne de celles qui sont connues; j'avoüe qu'il seroit singulier qu'après l'avoir quittée pour faire le grand Appareil; ou l'opération de Marianus, on l'a repris aujourd'hui sous une autre forme : on en donneroit une raison solide, en disant que la méthode de Celse, & celle de M. Cheselden étant supposées la même, quant au lieu de l'incision, la manière d'y procéder est différente, & que l'addition des instruments, les perfections successivement ajoutées aux instruments même, rendent facile & sûre une opération difficile sans tous ces secours; mais sans nous embarrasser de trouver les motifs qui l'ont pû faire abandonner, il suffit que nous en ayons de justes pour son rétablissement. La Théorie fournira un grand nombre, mais les seuls capables de persuader sont les faits. A examiner les opérations pratiquées par cette méthode depuis le mois de Mars 1727 jusqu'à la fin de 1730, tout doit nous inspirer de la confiance. Je viens de recevoir la liste des malades de M. Cheselden taillés depuis celle qui est imprimée dans son *Appendix*, & j'apprends qu'il

<sup>a</sup> Lisés M. Méry, page 43.

<sup>b</sup> M. Freind, hist. de la Médecine, 2.<sup>de</sup> partie, p. 95.

en a taillés vingt, dont il en est mort deux. Si nous la joignons à la première liste & à la nôtre, il se trouve de compte fait, & en tout quatre-vingt-deux personnes taillées par cette méthode, en quatre ans, dont il n'est mort que six, & soixante-seize ont été parfaitement guéris.

**NOUVELLE MANIERE  
DE TROUVER LES FORMULES  
DES CENTRES DE GRAVITE.**

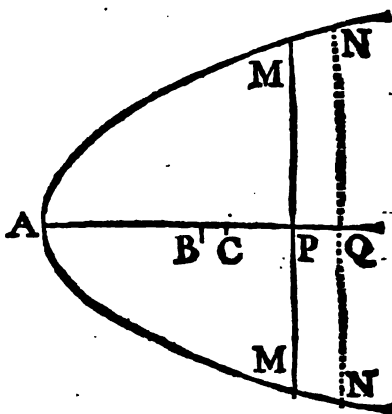
Par M. CLAIRAUT.

**C**E que je donne ici n'est point une nouvelle méthode ; Mais pour trouver les centres de gravité, c'est seulement une manière d'avoir les formules déjà trouvées, qui me semble plus simple que celle dont on s'est servi, parce qu'elle ne suppose que le principe le plus simple de la Méchanique ; qui est que pour trouver le centre de gravité de deux corps, il faut diviser la ligne qui joint leurs centres de gravité en raison réciproque des poids de ces deux corps. En partant de ce principe, je considère la Figure que l'on me propose comme variant d'une différence infiniment petite ; & prenant le centre de gravité de cette différence ou accroissement de la Figure, qui est toujours fort aisé à trouver, je suppose une ligne tirée au centre de gravité cherché de la Figure proposée ; ensuite divisant cette ligne dans la raison du petit poids d'accroissement au poids de la Figure donnée, c'est-à-dire, dans la raison de la différence de la Figure donnée, à la Figure même, je forme une Equation qui me détermine le centre de gravité des deux Figures.

Par exemple, soit proposé de trouver le centre de gravité de l'aire d'une Courbe quelconque *MAM* divisée en deux par son axe *AP*.

Il est évident que le centre de gravité doit être sur la

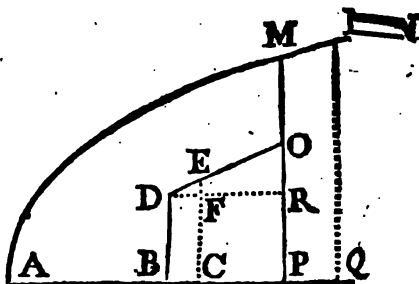
ligne  $AP$ , supposant qu'il soit au point  $B$ ; ensuite soit  $MNNM$  l'accroissement infiniment petit de l'espace  $MAM$ , c'est-à-dire, la différence, il est clair que le centre de gravité de ce petit espace sera au milieu de  $PQ$ ; ou ne faisant point attention à la grandeur infiniment petite de  $PQ$ , le centre de gravité de ce petit espace



pourra être considéré au point  $P$ . Ensuite supposant que  $C$  soit le centre de gravité de l'aire  $NAN$ , c'est-à-dire, que  $BC$  soit la différence de  $AB$ , on aura  $BC.CP$  ou  $BP::NMMN.MAM$ , ou en termes algébriques (nommant  $AP, x, PM, y, AB, u,$ ) & par conséquent  $PQ, dx, BC, du, MNMN, 2ydx$  &  $MAM, 2\int ydx$  du  $.x - u::2ydx, 2\int ydx$  ou bien en multipliant les extrêmes & les moyens  $du \int ydx = xydx - uydx$ , ou en transposant  $uydx + du \int ydx = xydx$ , dont l'intégrale est  $u \times \int ydx = \int xydx$ , qui donne  $u$  ou  $AB = \frac{\int xydx}{\int ydx}$ , qui est la formule ordinaire des centres de gravité des aires des Courbes divisées en deux par leurs axes.

Soit proposé à présent de trouver le centre de gravité d'un espace quelconque  $APM$  renfermé entre une Courbe quelconque  $AM$ , son axe  $AP$  & une ordonnée quelconque  $PM$ .

On supposera que l'aire  $APM$  soit accru de la différence  $PQMN$ , & que  $O$ , milieu de  $PM$ , soit le centre de gravité de l'aire  $MPQN$ , & que  $D$  soit celui de l'aire proposée  $APM$ , tirant la ligne  $DO$ ,

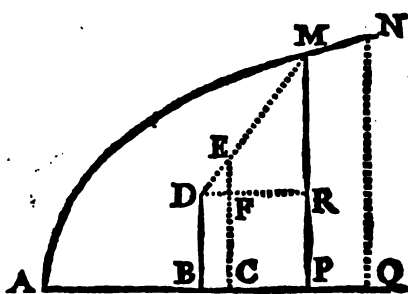




le centre de gravité de l'aire  $AQN$  sera dessus, & pour le trouver il faudra diviser  $DO$  de façon que  $DE$  soit à  $OE$  ou  $OD$  comme  $PQMN$  à  $APM$ . Ensuite abaissant des points  $D, E$ , les perpendiculaires  $DB$  &  $EC$  sur l'axe  $AP$ , & menant  $DFR$  parallèle à  $AP$ , on aura, en nommant  $AP, x, PM, y, AB, u, DB, t; PQ = dx, PMNQ = ydx, APM = \int ydx, BC$  ou  $DF = du, EF = dt, PO = \frac{1}{2}y, BP$  ou  $DR = x - u$ , &  $OR, \frac{1}{2}y - t$ . Et comme  $DE. DO :: BC . BP$ , on aura  $BC (du) . BP (x - u) :: PQMN (ydx) . APM (\int ydx)$ . D'où l'on tire, comme c'est la même proportion que celle de l'exemple précédent,  $u = \frac{\int xydx}{\int ydx}$ .

Les Triangles semblables  $DEF, DRO$ , donneront à présent  $DF.DR :: EF . OR$ , ou, en termes algébriques,  $du . x - u :: dt . \frac{1}{2}y - t$ , ou bien à cause que  $du . x - u :: ydx . \int ydx, ydx . \int ydx :: dt . \frac{1}{2}y - t$  qui donne  $\frac{1}{2}yydx - tydx = \int ydx \times dt$ , ou  $\frac{1}{2}yydx = tydx + dt \int ydx$ , dont l'intégrale est  $\frac{1}{2} \int yydx = t \int ydx$ . D'où l'on tire  $t = \frac{\frac{1}{2} \int yydx}{\int ydx}$ , qui est la formule qui sert à trouver les centres de gravité des espaces quelconques renfermés par des Courbes.

Pour avoir le centre de gravité d'un Arc quelconque  $AM$  d'une Courbe quelconque, on abaissera la perpendiculaire  $MP$  avec sa parallèle infiniment proche  $NQ$ ; on prendra  $D$  pour le centre de gravité de l'arc  $AM$ , &  $M$  pour celui de l'arc  $MN$ , à cause de l'infinie petitesse de cet arc;  $E$  qui divise la ligne  $DM$  en raison de  $MN$  à  $AM$ , sera le centre de gravité de l'arc  $AMN$ ; ainsi menant  $DFR$  parallèle à  $BP$ , &  $EFC, DB$ , parallèles à  $PM$ , nommant comme ci-dessus,  $AP, x, PM, y, AM, s, AB, u, BD, t$ , on



162 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

aura  $DF(du) \cdot EF(dt) :: DR(x-u) \cdot MR(y-t)$ ,  
 &  $DE \cdot DM :: BC(du) \cdot BP.(x-u) :: MN(ds)$   
 $:: AM(s)$ .

En résolvant ces Equations de la même façon qu'on a  
 résolu les précédentes, on aura  $u = \frac{\int x ds}{s}$  &  $t = \frac{\int y ds}{s}$ ,  
 formules pour trouver le centre de gravité des Arcs.

Il est aisé de voir que l'on pourroit facilement se servir  
 de cette méthode pour trouver les centres de gravité, de  
 quelles sortes d'Aires, d'Arcs, de Solides courbes qu'on  
 voudroit ; ainsi il est inutile que j'en donne le calcul, d'au-  
 tant plus que, comme j'ai déjà dit, je ne donne ici rien de  
 nouveau par rapport aux formules, mais seulement une ma-  
 nière de les déduire, c'est ce qui fait aussi que je ne donne  
 aucun détail d'exemples en particulier.



*E X T R A I T*  
*DE DIVERSES OBSERVATIONS*  
*ASTRONOMIQUES*

*Faites à la Loüisiane par M. BARON, Ingénieur  
du Roy.*

*Comparées à celles qui ont été faites à Paris  
& à Marseille.*

Par M. CASSINI.

**D**ANS le Voyage que le P. Laval, Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Toulon, a fait à la Loüisiane en 1720, imprimé en 1728, il a déterminé, par une Observation de l'émerſion du premier Satellite de Jupiter faite à l'Isle Dauphine le 24 Juillet 1720, la différence des Méridiens entre l'Observatoire de Paris & cette Isle qui est à l'embouchûre de la Rivière de la Mobile de  $6^h 52' 40''$ , ou de .....  $103^d 10' 0''$  dont retranchant  $20^d 0' 0''$  pour la différence de longitude entre Paris & l'Isle de Fer, il trouve l'Isle Dauphine plus occidentale que l'Isle de Fer de .....  $83 10 0$  & par conséquent la longitude de cette Isle de  $276 50 0$ .  
Feu M. Delisle, qui a déterminé la longitude de Paris, de même que le P. Laval, à 20 degrés de l'Isle de Fer, avoit déterminé dans sa Carte de la Loüisiane, imprimée en 1718, la longitude de cette Isle de .....  $287 45 0$  ce qui donne la différence des Méridiens entre Paris & l'Isle Dauphine de .....  $72 15 0$  ainsi il se trouve entre ces deux déterminations une différence en longitude de  $10^d 55'$  que le P. Laval appelle avec raison une différence énorme.

#### 164. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Comme cette différence parut trop grande à M. Delisle, pour être attribuée à quelque erreur qu'il eût faite dans sa Carte, il jugea devoir faire une Dissertation qui a été imprimée depuis dans les Mémoires de l'Académie de 1729, où il déduit les raisons qui l'avoient déterminé à établir la position de cette Isle, de la manière qu'il l'a marquée dans cette Carte, & dans celle de l'Amérique qu'il a imprimée en 1722.

Ainsi il étoit à désirer pour la Géographie, de pouvoir décider quelle étoit la véritable situation de l'Isle Dauphine, qui se trouvant à l'embouchure de la Rivière de la Mobile, & dans le Golfe du Mexique devoit avancer ou reculer d'autant de degrés la position des Côtes de ce Golfe, qu'il est important de connoître pour la sûreté de la Navigation.

Pour la déterminer, nous avons employé diverses Observations qui nous ont été envoyées par M. Baron, Ingénieur du Roy à la Louïsiane, qui, avant que d'entreprendre son voyage, s'est exercé long-temps à l'Observatoire, dans le dessein de faire des Observations, sur l'exactitude desquelles on pût compter.

La première de ces Observations est une Eclipsé de Lune du 8 Août 1729, faite à la Nouvelle Orléans qui est située sur la Rivière de S.<sup>t</sup> Louïs. Il ne put pas en observer le commencement qui a dû arriver de jour, mais il détermina la sortie de quelques taches de l'ombre de la Lune, & la fin de l'Eclipsé qui y est arrivée à ..... 8<sup>h</sup> 49' 53".

Cette Eclipsé qui étoit totale, a été observée à Paris dès son commencement; mais quelque temps après son Emersion de l'Ombre de la Terre, le Ciel devint nébuleux, de sorte qu'on ne put pas distinguer avec évidence le terme de l'ombre, ni déterminer sa fin avec précision.

Pour y suppléer, nous avons employé l'Observation de cette Eclipsé qui a été faite par le P. Feüillée, à Marseille, où il a déterminé la fin le 8 Août à ..... 15 11 32.

Si l'on retranche de ce temps, la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, qui a été déterminée par un grand nombre d'Observations, de ..... 12' 28."

on aura la fin de l'Eclipse au Méridien de Paris, le 8 Août  
à .....  $14^h 59' 4''$   
ce qui s'accorde affés exactement à celle qui résulte des autres  
Phases de cette Eclipse observées à Paris.

Retranchant de ce temps la fin de l'Eclipse observée à la  
Nouvelle Orléans, le 8 Août à .....  $8 49 53$   
on aura la différence des Méridiens entre Paris & la Nouvelle  
Orléans de .....  $6 9 11$

Cette détermination est confirmée par l'Observation d'une  
tache de la Lune, nommée *Denis*, qui parut sortir de l'ombre  
de la Terre, à la Nouvelle Orléans à .....  $8 26 14$   
& à Marseille à .....  $14 48 1$   
ce qui donne la différence des Méridiens entre ces deux  
Villes de .....  $6 21 47$   
dont retranchant celle qui est entre Paris & Marseille,  
de .....  $12 28$   
Reste la différence entre Paris & la Nouvelle Orléans,  
de .....  $6 9 19$   
à 8 secondes près de celle que l'on avoit déterminée par la  
fin de cette Eclipse.

Prenant un milieu, on aura la différence des Méridiens  
entre Paris & la Nouvelle Orléans de  $6^h.9' 15''$  ou de  
 $92^d 18' 45''$ .

Cette Ville n'est point marquée dans la Carte de la Loui-  
siane de M. Delisle, imprimée en 1718, mais elle se trouve  
dans celle de l'Amérique qui a été publiée quatre années  
après, par le même Auteur, qui la place sur la Riviere de  
S.<sup>t</sup> Louis, deux degrés ou environ à l'Occident de l'Isle  
Dauphine; ainsi l'on aura par cette Observation la différence  
entre la Longitude de Paris, & celle de l'Isle Dauphine,  
de .....  $90^d 18 45$ .  
plus petite d'un degré 56 min. que celle qui a été déterminée  
par M. Delisle, & de  $12^d 5 1'$  que suivant le P. Laval, ce qui  
fait juger qu'il s'est glissé quelque erreur dans l'Observation  
du P. Laval, causée selon les apparences par le dérangement de  
la Pendule, comme il lui étoit arrivé, à ce qu'il rapporte, deux

166 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

jours auparavant, que quelqu'un l'arrêta pendant son absence:

Cette détermination se trouve conforme à celle d'une Carte Angloise de M. Jean Senex, imprimée en 1710 sur les Observations de la Société Royale de Londres, & de l'Académie Royale des Sciences de Paris, dans laquelle la Longitude de l'Isle Dauphine est marquée, à l'égard de Londres de  $88^{\text{d}} 0'$  à l'Occident, auxquels si l'on ajoute  $2^{\text{d}} 25'$  pour la différence dont Londres est plus occidental de Paris, on aura la différence des Méridiens entre Paris & l'Isle Dauphine, de .....  $90^{\text{d}} 25' 0''$  à 6 minutes près de celle que nous venons de déterminer.

M. Baron a déterminé la hauteur du Pole de la Nouvelle Orléans par l'Etoile polaire de .....  $29^{\circ} 57' 5''$   
& par la hauteur méridienne de Phomahan de  $29^{\circ} 58' 29''$

Prenant un milieu, on aura la hauteur du Pole de la Nouvelle Orléans de .....  $29^{\circ} 57' 47''$

Le P. Laval a déterminé celle de l'Isle Dauphine, de .....  $30^{\circ} 17' 0''$

Ainsi la nouvelle Orléans est plus méridionale que l'Isle Dauphine, de .....  $19^{\circ} 13'$

M. Baron a aussi observé dans la même Ville, la déclinaison de l'Aiguille aimantée du Nord au Nord-Est, de  $3^{\circ} 0'$

Le P. Laval l'avoit observée en Mer, près de l'Isle Dauphine, le 2 Juillet 1720, de .....  $2^{\circ} 0'$

Depuis le rapport que nous avons fait de ces Observations à l'Académie, M. Baron nous a envoyé celle de l'Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, faite à la Mobile qui est sur la Rivière qui porte ce nom, à peu près sous le même Méridien que l'Isle Dauphine.

Cette Immersion fut observée le 6 Novembre de l'année 1730 à .....  $17^{\text{h}} 17' 54''$

On ne put pas l'apercevoir à Paris où elle a dû arriver de jour, & le mauvais temps qu'il a fait dans cette saison ne nous a pas permis d'y observer les Immersions de ce Satellite qui l'ont précédé ou suivi immédiatement. Ainsi nous employerons les Observations des 18 & 25 Décembre, dont

la première arriva le matin à  $3^h 57' 37''$ , & la seconde à  $5^h 47' 44''$  du matin. Dans la première, le calcul antici-  
poit l'Observation de  $4' 36''$ , & dans la seconde de  $4' 26''$ .  
Cette première Observation a aussi été faite à Marseille, par  
le P. Feüllée qui la détermina à  $4^h 9' 58''$ , plutôt qu'à  
Paris de  $12' 21''$ , ce qui s'accorde assez bien à la différence  
des Méridiens que l'on a déterminée entre ces deux Villes.

L'Émerfion du 6 Novembre a été calculée pour Paris à  
 $23^h 23' 36''$ , dont retranchant  $4' 36''$ , on aura le temps  
corrigé à Paris le 6 Novembre 1730 à...  $23^h 19' 0''$   
elle a été observée à la Mobile à..... 17 17 58  
Donc la différence des Méridiens entre Paris & la Mobile  
est de  $6^h 1' 6''$  ou.....  $90^d 16' 30''$   
éloignée seulement de  $2' 15''$  de celle qui a été déterminée  
par les Observations de la Nouvelle Orléans.

M. Baron a observé le 7 Novembre 1730 à la Mobile  
dans le Fort de Condé la déclinaison de l'Aiguille aimantée  
de  $6^d 0'$  vers le Nord-Est.

Enfin il a observé le 12 Mars 1731 à la Nouvelle  
Orléans l'Émerfion du premier Satellite de l'ombre de  
Jupiter, à.....  $10^h 40' 18''$

Cette Émerfion n'a pas pu être apperçûe à Paris, mais  
on a observé celle qui a suivi immédiatement, qui a été  
déterminée le 14 Mars à.....  $11^h 17' 58''$

Retranchant de ce temps une révolution du premier Satellite  
de Jupiter qui est de.....  $1^h 18^h 28' 36''$

on aura l'Émerfion précédente pour le Méridien de Paris  
le 13 Mars au matin à..... 4 49 22

Elle est arrivée à la Nouvelle Orléans le 12 Mars au soir,  
à..... 10 40 18

La différence est de..... 6 9 4  
à  $7''$  près de celle qui résulte de la fin de l'Eclipsé qui y a

été observée le 9 Août de l'année 1729. On aura donc, sui-  
vant cette dernière détermination, la différence de Longitude  
entre Paris & la Nouvelle Orléans de.....  $92^d 16' 0''$

*S U I T E*  
*D E*  
*L'ANATOMIE DE LA POIRE.*  
*SECONDE PARTIE.*  
*D E S V A I S S E A U X.*

Par M. DU HAMEL.

8 Août  
1731.

**J**E ne puis avoir avancé dans la première partie de ce Mémoire, que les filets que j'ai apperçûs dans la Poire, sont des Vaisseaux, sans m'être nécessairement engagé à rapporter les raisons qui me les ont fait regarder comme tels, plutôt que comme de simples fibres entrelacées d'une certaine manière dans la substance de ce fruit.

Il ne faut que jeter les yeux sur les préparations de la Poire que j'ai fait voir à l'Académie, & dont je donne les figures, pour soupçonner que ces filets que nous y découvrons sont des vaisseaux destinés à porter les liqueurs dans toute sa substance.

Nous n'avons en effet point d'exemple dans l'Anatomie des Animaux, qu'une simple fibre se divise & se subdivise en une infinité de branches de plus en plus petite, & aille se ramifier dans toute la substance d'un viscere, je crois même qu'on peut regarder cet ordre de distribution comme un caractère distinctif des vaisseaux d'avec les fibres, caractère d'autant plus fidelle qu'il est fondé sur une disposition nécessaire à l'usage de l'un & de l'autre de ces organes.

Un assemblage de plusieurs fibres. sert ordinairement à former les enveloppes, les téguments, ou le corps des muscles & des tendons : or les ramifications me paroissent favorables au soutien, à la force, & à la résistance que les fibres doivent avoir en toutes ses occasions.

D'un



D'un autre côté, l'usage des vaisseaux est de distribuer la nourriture aux parties, c'est à quoi les divisions & les ramifications sont infiniment plus commodes qu'un canal droit & uniforme, qui ne pourroit remplir cette fonction que par un grand nombre de replis.

On pourroit m'objecter que les nerfs se distribuent par des ramifications dans les viscères des Animaux; mais aussi plusieurs bons Anatomistes les regardent-ils comme des vaisseaux; & dans quelque système qu'on les considère, comme ils doivent se distribuer à un grand nombre de parties, c'est à quoi les ramifications sont très-propres, comme je viens de le dire.

Les filets que nous appercevons dans la Poire sont donc, soit par leur situation, soit par leur distribution, en quelque façon semblables aux vaisseaux qui se distribuent dans les Viscères des Animaux, ils paroissent d'ailleurs destinés aux mêmes usages. En faut-il davantage pour établir une conformité entre les uns & les autres?

Voici cependant encore des observations qui confirment bien l'idée que M.<sup>rs</sup> Grew, Malpighi, Leeuwenhoek, Ruisch, & presque tous les Botanistes Physiciens ont eu des filets de notre fruit, car tous ces Auteurs les ont regardés comme des vaisseaux.

Il paroît certain que la fibre est la même dans la queue de la Poire qu'elle est dans la branche de l'Arbre, d'ailleurs on peut la suivre de la queue du fruit dans son intérieur, ainsi cette fibre est la même dans le fruit qu'elle étoit dans la branche. Or nous voyons (sur-tout dans les Plantes qui ont la sève colorée) que les gouttes de liqueur qui s'échappent, lorsqu'on coupe leurs tiges ou leurs branches, paroissent sortir en abondance de certains endroits qui semblent être comme des orifices des vaisseaux; je suis même parvenu à faire passer une injection fluide dans les vaisseaux de quelques especes de Roseaux; ainsi les fibres qui vont se ramifier dans la Poire étant de même nature que celle des branches, si l'on

regarde celles-ci comme vaisseaux, il s'ensuit que les autres en sont aussi.

Si l'on veut faire une différence des Plantes ligneuses d'avec les herbacées, & nier que ces premières soient comme celles-ci, composées d'un assemblage de vaisseaux, je ferai usage de l'autorité & des observations de M. Grew, & je renverrai ceux qui douteront de ce fait, à l'examen des coupes de Plantes que cet observateur exact a fait graver d'après le Microscope dans l'Edition Angloise *in-folio* de son Livre.

L'épanouissement des filets dans nôtre fruit, & leur continuité avec les fibres ligneuses sont donc des preuves assez fortes que ces filets sont des vaisseaux ; leur situation le confirme, car les plus gros aboutissent toujours aux endroits où il paroît que la sève doit être portée avec plus d'abondance à cause des parties qui y prennent leur origine ; je le ferai remarquer dans la suite de ce Mémoire. Qu'on me permette, pour fortifier l'idée que j'ai de l'existence de ces vaisseaux dans la Poire, d'ajouter quelques réflexions sur la nature des différentes liqueurs qui entrent dans la composition de ce fruit, car elles semblent nous indiquer qu'il y a des glandes dans la Poire, puisque la préparation des liqueurs est ordinairement du ressort des glandes.

Si nous ne doutons point que les vaisseaux n'entrent pour beaucoup dans la composition de toutes les glandes, & qu'il y en ait même qui ne soient que des pelotons de vaisseaux, c'est une forte raison d'analogie, capable, quand nous n'aurions fait aucun usage de nos yeux ni du scapel pour découvrir la situation & l'arrangement des filets de nôtre fruit, de nous faire croire qu'il entre beaucoup de vaisseaux dans la composition.

En effet, dans la supposition que les organes destinés à contenir les liqueurs de la Poire ne sont point des vaisseaux ou des vésicules (ce qui reviendrait au même) si l'on vouloit qu'une espece de cotton fit cet office, & qu'en s'imbibant de ces liqueurs à la manière des éponges, il formât une

substance qu'on connoît assés sous le nom de *parenchyme*, combien alors ces liqueurs seroient-elles exposées à se confondre; mais un fait qui paroît mettre la chose hors de doute, c'est que les suc de la Poire ne s'expriment pas comme les liqueurs contenües dans une substance cotonneuse par une simple expression, il faut auparavant détruire les vaisseaux, ou en les ratissant avec un couteau, ou en les rapant comme du sucre, ou du moins en les pilant fort long-temps. C'est ce que j'ai souvent expérimenté, quand j'ai voulu avoir des sucz dépurés de Coin ou de quelques espèces de Poires.

Ces sucz, à la vérité, s'expriment plus aisément dans quelques especes de Poires que dans d'autres, comme sont celles qui ont leurs vaisseaux plus minces, & c'est pour cette raison que les Poires molles s'expriment plus aisément que les meures, & les meures que les vertes, puisque les vaisseaux sont presque détruits dans les fruits mols, & beaucoup plus minces dans les meurs que dans les verts.

Je découvre encore de nouvelles preuves de la nécessité d'admettre des vaisseaux dans la Poire, & qui plus est, de décider que les filets que nous y appercevons sont ces vaisseaux. Mais comme je ne pourrois les faire sentir qu'en entrant dans de grands détails, & en allongeant fort cette digression, je me contenterai d'avertir qu'on en trouvera plusieurs dans la suite de ce Mémoire, & d'assurer qu'on se convaincra parfaitement de l'un & de l'autre, quand on cherchera à connoître ces vaisseaux par la dissection, & à en prendre une juste idée par l'examen des rapports qu'ils ont avec les parties qui les accompagnent.

Si l'on est persuadé par ce que je viens de dire, que les filets de nôtre fruit sont des vaisseaux, il reste encore à sçavoir de quelle nature sont ces vaisseaux, & cette question est si intéressante, que je ferai mon possible pour l'éclaircir; je dis l'éclaircir, car elle m'a paru trop embarrassante pour la décider.

Mais l'ordre de ce Mémoire m'obligeant de remettre cet examen à un autre lieu, je les comparerai pour le présent

172 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

aux vaisseaux sanguins des Animaux, tant parce que ces vaisseaux sont les plus familiers & les mieux connus, qu'à cause d'un certain port extérieur des vaisseaux de nôtre fruit qui est assés semblable à celui, par exemple, des vaisseaux sanguins qui s'épanouissent dans la substance de la Ratte; au reste ce n'est ici qu'une supposition qu'on ne sçauroit me contester, parce que de quelque nature qu'ils soient, ils doivent toujours produire le même effet.

Fig. 1, 2,  
& 3.

Quelque prodigieuse que paroisse la multitude de vaisseaux que représentent les Figures de la première & deuxième Planche, il s'en faut cependant beaucoup qu'elle égale le nombre de ceux que j'avois conservé dans les préparations dont j'ai fait la démonstration à l'Académie au mois d'Août dernier. Si d'ailleurs l'on fait attention que les vaisseaux de la Poire sont très-déliés, extrêmement fragiles, & même souvent anastomosés, & fort entrelassés les uns dans les autres, on se persuadera aisément que je n'ai pû parvenir à séparer & disséquer les vaisseaux que j'ai conservés dans les Poires préparées dont je viens de parler, sans en détruire un grand nombre d'autres.

J'ai fait cette remarque pour donner une idée du nombre prodigieux de vaisseaux qu'on découvre dans la dissection de ce fruit. Mais leur nombre n'est pas la seule chose qui frappe & qui étonne : on désespere presque d'appercevoir entr'eux aucun ordre ni arrangement, tant ces vaisseaux sont confondus les uns avec les autres.

Cette confusion n'est cependant qu'apparente, & la position des gros vaisseaux est ordinairement constante, compassée & régulière\*; le grand nombre de leurs branches & de leurs rameaux est la seule chose qui occasionne cette erreur, comme on le verra dans le détail plus particulier où je vais entrer, pour l'ordre & la netteté duquel je commence à les examiner dans la queue de la Poire comme le lieu de leur origine.

Planche II.  
Fig. 2.

On ne manque point, après avoir levé les enveloppes

\* M. Grew est l'Auteur qui me paroît avoir le mieux examiné la situation des gros vaisseaux de la Poire.

dont nous avons parlé dans la première Partie de ce Mémoire, de découvrir un assez bon nombre de gros vaisseaux qui s'étendent le long de la queue sans se confondre & sans se diviser sensiblement en aucunes branches dans les jeunes fruits. Ces vaisseaux sont mols, tendres & flexibles, mais dans les fruits meurs ils sont presque toujours fermes & ligneux.

Ce n'est pas ce faisceau de vaisseaux qui occupe le centre de la queue, c'est une matière qui est très-fine & tendre dans les jeunes fruits, & qui s'endurcit par la suite de même que les vaisseaux. Planche II.  
Fig. 1.

Cette matière, aussi-bien que le faisceau de vaisseaux, se prolonge dans la gaine pierreuse, & suivant l'axe du fruit jusqu'à la pointe inférieure de la substance pierreuse qui forme une enveloppe aux pépins. Ces vaisseaux dans cette route ne se divisent presque point, ils envoient seulement quelques foibles branches à droit & à gauche dans la substance charnue qui les environne. Fig. 1.

On conçoit bien que pour former cette substance qu'on regarde comme la principale partie de la Poire, à cause qu'elle est la plus agréable au goût, il faut nécessairement qu'une partie du faisceau, dont nous venons de parler, se sépare de côté & d'autre pour y porter la nourriture. Fig. 10.

D'un autre côté, pour peu qu'on fasse attention que les pépins sont la partie de ce fruit la plus chère à la Nature, on imaginera aisément qu'une autre portion de ce faisceau doit continuer sa route selon l'axe de la Poire pour charrier aux semences le suc nourricier dont elles ont besoin. Tout cela s'exécute, mais d'une manière bien singulière, car il y a bien, à la vérité, quelques vaisseaux que j'appelle *vagues*, qui aussitôt qu'ils ont quitté l'axe de la Poire, se divisent en quantité de branches qui se distribuent dans le grand diamètre de ce fruit, mais dix des principaux vont, un peu en serpentant & décrivant un arc autour de la substance pierreuse, aboutir à la roche comme à un rendez-vous commun.

Cette mécanique étant une fois conçue, on ne sera pas long-temps à juger de son usage, puisque nous conjecturons

que la roche, qui est le lieu du rendés-vous de ces dix vaisseaux, étoit dans la jeune Poire un amas de glandes dont les pétales & les étamines prenoient leur origine. C'est ainsi que la Nature, par une mécanique simple & toujours uniforme, du moins en apparence, produit cependant des effets bien différents ; car tant qu'il a été nécessaire de fournir aux étamines & aux pétales certaines liqueurs convenables, les dix vaisseaux que nous examinons se trouvoient dans une situation propre à charrier la sève même avec abondance aux glandes destinées à la préparation de ces liqueurs.

Mais si-tôt que l'œuvre de la fécondation a reçu sa dernière perfection, les glandes se sont obstruées & endurcies peu à peu, & dès ce moment ont cessé de fournir de la nourriture aux pétales & aux étamines qui se sont desséchées, en même temps les liqueurs charriées par les dix gros vaisseaux n'ont plus été admises dans nos glandes, & trouvant ainsi leur ancienne route fermée, ont été obligées de refluer sur elles-mêmes d'une manière bien avantageuse pour l'accroissement du fruit, puisque pour se former de nouvelles routes, elles ont été contraintes de dilater les vaisseaux latéraux que nous appercevons dans la substance charnuë de la Poire.

C'est ainsi que nous croyons que ces vaisseaux, après avoir fait dans les jeunes fruits l'office de vaisseaux spermatiques, en charriant la sève aux parties masculines de la Poire, deviennent dans la suite des vaisseaux nourriciers qui servent à augmenter la partie charnuë de ce fruit.

Il ne faut pas être surpris de voir des parties de notre fruit se sécher, & périr entièrement après avoir servi pendant un temps à des usages importants & essentiels, puisqu'après la naissance des Animaux, le placenta, les vaisseaux ombilicaux, & le canal de communication deviennent pareillement inutiles.

Le reflux des liqueurs, & les nouvelles routes qu'elles prennent, n'ont rien de plus opposé à l'ordre naturel, puisque la route que prend le sang, au moment de la naissance, par l'artère & la veine pulmonaire, est un changement

presque semblable. Disons plutôt que ce reflux imite parfaitement celui qui arrive à l'occasion de l'opération de l'Anévrisme, quand le sang est contraint de se former de nouvelles routes en dilatant les vaisseaux latéraux.

J'ai fait voir dans la première partie de cet Ouvrage, que l'endurcissement des glandes de notre fruit, est à peu-près le même que celui des os des Animaux.

Mais pourquoi cet endurcissement des glandes de la roche commence-t-il précisément quand les pépins sont secondés, & même quand les liqueurs qui doivent servir à former la semence sont en partie séparées? Pour satisfaire à cette question, je ferai usage des principes que j'ai établis dans un Mémoire où j'ai recherché les causes principales du mouvement de la sève dans les Plantes; car ayant conclu de plusieurs expériences que la raréfaction & la condensation successive des liqueurs contenues dans les vaisseaux, & de l'air renfermé dans les trachées produites par les différentes altérations de l'Atmosphère, étoient les moteurs principaux de la sève dans les Plantes, je conclus dans le même Mémoire, que les feuilles présentant beaucoup de surface à l'air devoient être sensibles à ses moindres impressions, & pouvoient par conséquent être regardées comme des organes particulièrement destinés à faire monter la sève dans les Plantes.

Or de ces principes il s'ensuit que les pétales ou les feuilles de la fleur ne sont pas seulement posées en cet endroit comme des enveloppes pour sauver aux pistiles & aux étamines plusieurs accidents extérieurs, ou comme des organes destinés à la préparation de quelque liqueur, mais encore & principalement comme une force motrice appliquée au lieu où il y avoit le plus d'obstacle à la distribution de la sève à cause de la délicatesse & de la tortuosité des vaisseaux dont cet amas de glandes est probablement composé, car dans ce temps les fruits ne sont qu'un amas de glandes, & celles de la roche sont alors les plus considérables.

Ainsi quand ces jeunes fruits sont plus particulièrement occupés à des sécrétions considérables, & qu'il y a par

conséquent plus d'obstacle au mouvement de la sève, n'aya d'ailleurs par eux-mêmes que très-peu de force pour vaincre cet obstacle, puisque cette force qui consiste dans la condensation & la raréfaction successive de l'air & des liqueurs, proportionnelle au volume de l'un & de l'autre, qui ne peut être alors que très-peu de chose; dans ce temps donc où les liqueurs coureroient risque de demeurer en repos, la Nature a appliqué au lieu où il y a le plus de résistance, une force motrice des plus efficaces, mais qui ne dure qu'un temps & c'est, je crois, quand les pétales commencent à se faner que d'un autre côté commence l'obstruction des glandes & s'endurcissent peu-à-peu à cause que la sève circule plus lentement dans leurs vaisseaux.

Mais, me dira-t-on, lorsque les liqueurs contenues dans le tronc & les branches de l'Arbre viendront à se raréfier par la chaleur, elles seront contraintes de passer dans les fruits comme dans les feuilles & les jeunes branches, & ainsi les fruits grossiront sans le secours des pétales.

A cela je réponds qu'il est probable que la sève trouve plus d'obstacle à passer dans les jeunes fruits que dans les autres parties de l'Arbre, puisque nous les regardons alors comme un amas de glandes dans lesquelles les liqueurs peuvent passer sans peine, à cause de l'étroitesse & de la tortuosité des vaisseaux qui les composent, & par cette même raison que les liqueurs se portent toujours où il y a le moins de résistance : on conçoit bien encore que quand même la sève passeroit dans ces jeunes fruits, elle s'échapperoit par les branches latérales des dix gros vaisseaux, dont nous parlerons dans la suite, plutôt que de passer dans les glandes de la roche, pour y faire les sécrétions qui sont nécessaires pour la fécondation du fruit.

Si j'ai expliqué l'endurcissement des glandes par la destruction des pétales de la fleur, on peut faire une autre question; sçavoir, pourquoi les pétales tombent après que les fruits sont noués? Mais comme cette question, qui est la même que si on demandoit pourquoi les feuilles de la plupart d'  
Arbr



Arbres tombent en Automne, seroit d'une trop longue discussion, je me contenterai d'indiquer que les jeunes fruits augmentants de volume peuvent aisément briser les vaisseaux qui attachent les pétales aux glandes de la roche, d'autant que ces vaisseaux sont très-déliçats.

Quoiqu'il en soit, si je soutiens qu'il y a des parties de la Poire qui changent en même temps d'organisation & d'usage, ce changement est bien plus simple & moins compliqué que celui qui arrive aux organes des Animaux qui se métamorphosent, mais tout ceci ne peut être regardé que comme des raisons de convenance qui en présupposent de plus fortes & de plus convaincantes, je les tire de quelques observations que j'ai faites sur le progrès de la crûe de notre fruit.

Tant que la fleur subsiste, la Nature ne travaille qu'à la formation du pépin, & le calice qui doit devenir le fruit, ne grossit presque qu'à proportion que les pépins augmentent de volume après que la fleur est tombée. Quand les fruits sont noués, ils sont encore quelque temps sans augmenter sensiblement en volume, & cela dure jusqu'à ce que les pépins soient presque parvenus à la grosseur à laquelle ils doivent rester; pour lors la substance charnue manque presque entièrement, & les dix gros vaisseaux rampent entre les téguments & la substance pierreuse qui sont alors presque collés l'un à l'autre; mais lorsque les pétales sont tombées, que les étamines sont desséchées, que les semences ont pris leur grosseur, que les glandes de la roche se sont endurcies, & qu'ainsi le reflux des liqueurs commence, c'est alors que la substance charnue se forme bien sensiblement, & que les fruits grossissent presque à vûe d'œil.

L'on peut aussi avoir remarqué comme moi, que ce n'est pas dans les plus belles Paires qu'on trouve les pépins mieux conditionnés, au contraire il y a de très-belles Paires dont tous les pépins sont avortés, & ordinairement dans ces sortes de fruits on n'en trouve que trois à quatre de bons, pendant qu'il y en a quelquefois dix bien nourris dans de méchantes

# 178 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

petites Poires ; & cette différence pourroit bien venir de quelque dérangement dans les vaisseaux qui distribuent aux pépins, & qui auroit déterminé toute la sève à passer dans ceux qui transmettent la nourriture à la substance charnue de la Poire, & ce commerce de sève peut se faire par le moyen des anastomoses qui forment des communications entre ces deux sortes de vaisseaux.

L'examen particulier que j'ai fait de la cause d'un accident qui arrive aux jeunes Poires, m'a fait connoître que ce reflux peut être occasionné par une cause extérieure & contraire à l'ordre de la Nature, ce qui produit pareillement l'augmentation subite du volume de la Poire. Voici la cause & le détail de cet accident.

Dans le temps que les Poiriers sont en fleur, il arrive souvent qu'une petite Mouche fait son nid dans ces fleurs épanouies, & y dépose ses œufs, qui éclosent quelque temps après sous la forme d'un très-petit Ver jaune qui a six pattes à la tête. Ce Ver entre dans la Poire par le canal des pistiles, & ronge à droit & à gauche ce qu'il trouve à son goût. De cette manière il dérange l'organisation des glandes, & précipite le reflux des liqueurs ; aussi ces Poires grossissent-elles beaucoup plus précipitamment que les autres, de sorte qu'elles sont grosses comme des Noix, quand les autres le sont à peine comme des Fèves. Mais ce reflux est trop subit, sans ménagement, & peu conforme à l'économie de la Poire ; d'ailleurs le Ver ronge peut-être par la suite les gros troncs des vaisseaux, ce qui fait que ces Poires, devenues monstrueuses, tombent en peu de temps.

Les preuves que j'ai données du reflux des liqueurs, & l'examen que j'ai fait des changements qui en résultent, en m'écartant de mon sujet, m'ont empêché de continuer l'examen des vaisseaux, & de suivre leur route, leur division & leur épanouissement ; choses cependant trop importantes à l'économie de la Poire pour négliger de les approfondir autant qu'il est possible, ainsi j'y reviens.

Pour se former donc une idée nette de la distribution des

vaisseaux, il faut se souvenir qu'il y en a un gros faisceau qui s'étend sans se desunir depuis l'extrémité de la queue jusqu'à la substance pierreuse, & qui se partage à cet endroit en trois parties, dont l'une s'épanouit sur le champ dans la substance charnue, & ce sont ces vaisseaux que j'ai appelés *vagues*, l'autre va circulairement se rendre à la roche. J'ai appelé *spermatiques*, les vaisseaux qui la composent. La troisième enfin suit sa route, & va porter la nourriture aux pépins & à leurs enveloppes; pour distinguer les vaisseaux qui lui appartiennent d'avec les autres, nous les appellerons *nourriciers*. Mais avant d'examiner ces vaisseaux, en tant qu'ils constituent la substance de la Poire, il est bon, je crois, de les considérer en eux-mêmes, & d'éclaircir, autant qu'il nous sera possible, leur structure intérieure, ou la nature de la substance dont ils sont composés.

Pour cela il faut se rappeler ce que nous en avons dit au commencement de ce Mémoire, & quels sont les usages que nous leur avons attribué. Il faut se souvenir que ce sont eux qui transmettent la nourriture à toutes les parties de la Poire, que nous avons crû les pouvoir comparer à ces vaisseaux qui dans les Tithimales & la Chélidoine contiennent un suc coloré qui en découle si sensiblement par gouttes. Enfin puisque l'analogie entre les Plantes peut ici nous être de quelque utilité, il ne faut pas oublier que nous sommes parvenus à injecter les vaisseaux de quelques Plantes arrondies, & de plus que ces vaisseaux nous paroissent destinés dans ces sortes de Plantes aux mêmes usages que le sont dans notre fruit ceux que nous examinons.

Tout cela semble prouver que ces vaisseaux sont creux : pourquoi cependant, s'ils le sont, M.<sup>rs</sup> Grew & Leeuwenhoek n'ont-ils pû découvrir leur cavité! pourquoi n'ai-je pû apercevoir le jour au travers, quand j'en ai fait une coupe transversale fort mince? leur tiffure même, quand on les examine au Microscope, semble prouver qu'ils ne le sont pas, car les gros troncs ne paroissent plus un seul canal, mais un assemblage de plusieurs filets joints ensemble par un coton

180 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
très-fin, de sorte que chacun de ces filets longitu-  
di- si l'on veut, chaque vaisseau de ce faisceau peut  
des autres, & examiné en particulier.

Ces difficultés si embarrassantes pour moi,  
été pour M.<sup>rs</sup> Grew & Leeuwenhoek, de sorte  
satisfaire, M. Grew (qui après avoir avancé dans  
qu'ils sont creux, semble en douter dans d'autre  
un tissu cellulaire qu'il admet dans ces vaisseaux  
propre de ces vaisseaux qu'il regarde comme un  
nombre prodigieux de filets.

Pour Leeuwenhoek, il attribue cette opacité  
& à l'affaissement des vaisseaux.

Avant que de rapporter ce que je pense sur ce  
crois, à propos de détailler les recherches que j'ai  
Microscope, puisque ce sont elles qui m'ont fait  
adopter le sentiment que je vais proposer, & qu'on  
les fondements.

Planche II.  
Fig. 5.

I.

J'ai examiné au Microscope, le tronc de  
vaisseaux, & j'ai apperçu qu'il étoit un assemblage  
plusieurs filets assez gros, qui s'étendoient suivant sa  
& qui paroissent mal unis ensemble; quelquefois  
j'ai apperçu quelques-uns de ces filets qui se joignent  
autres, & s'y rejoignoient après quelques lignes.

Fig. 7. & 8.

II.

Je suis parvenu à séparer plusieurs de ces  
des autres, & à en avoir un tout seul que je  
miner en particulier.

III.

J'ai exposé ce filet seul à un fort Micro-  
& je ne l'ai plus apperçu composé de longi-  
tudinales, comme dans la première observa-  
tion de petites fibres courtes qui avoient appa-  
ru suivant la longueur du vaisseau.

IV.

J'ai observé la même chose quand j'ai

ramifications fines, au lieu d'un de ces troncs principaux, dont j'ai parlé dans la première observation.

V.

J'ai déchiré un de ces filets avec deux pointes d'acier très-fines, & l'ayant exposé au même Microscope à liqueur, j'ai reconnu, autant que des objets si fins le peuvent permettre.

Planche II.

Fig. 9.

1.<sup>o</sup> Qu'il s'étoit déchiré suivant sa longueur. 2.<sup>o</sup> Que la direction de ces filets étoit longitudinale. 3.<sup>o</sup> Qu'ils n'étoient plus un assemblage de filets mal unis ensemble. 4.<sup>o</sup> J'y ai apperçu quelques fibres entortillées, comme on le voit dans la Figure.

VI.

J'ai examiné une extrémité très-fine de ramification, & je n'ai plus apperçu de direction dans les fibres, même aux endroits des bifurcations.

Fig. 8.

De toutes ces observations, j'ai crû pouvoir conclurre.

I.

Que ce que j'ai appelé jusqu'à présent, un tronc de vaisseaux est un faisceau ou un assemblage de plusieurs vaisseaux.

II.

Que les premières bifurcations ne sont pas des divisions de vaisseaux, mais des séparations d'un faisceau en plusieurs faisceaux plus petits.

III.

Que lorsque ces vaisseaux se sont séparés à un certain point, ils deviennent uniques, & se divisent alors en plusieurs branches.

IV.

Je juge qu'ils sont creux, parce que sans cela l'injection ne passeroit pas si aisément au travers, comme nous avons remarqué qu'elle passoit dans les vaisseaux des Plantes aron-dinacées; & la sève ne transudroit pas avec cette facilité que tout le monde connoît dans la Chélidoine & les Tithimales, quand on coupe ces sortes de Plantes.

V.

J'attribuë leur opacité à un coton qui les revêt intérieure-

Z iij

182 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
ment, & qui y forme comme le tissu cellulaire de  
cotton que j'ai plus particulièrement observé dans  
uns des principaux vaisseaux des arondinacées. La  
délicatesse, & leur affaîssement peuvent bien co  
cette opacité, comme l'a remarqué M. Leeuwenh

Au reste j'espère que des expériences que je su  
d'exécuter, me donneront lieu d'éclaircir encore c  
tion, en attendant je passe à quelque chose de pl  
leur situation dans le fruit.

### *Des Vaisseaux vagues.*

Planche II. Tout ce que j'ai pû remarquer sur ces vaisse  
Fig. 1. qu'après s'être un peu écartés du centre, ils vont

dans la partie la plus renflée de la Poire, leur n  
incertain, quelquefois même je ne les ai point n  
ce qui me fait soupçonner qu'ils ne se trouvent q  
Poires qui sont fort renflées à l'endroit de leurs p

Ils pourroient bien servir encore à fournir que  
riture au peu de chair qu'ont les jeunes Poires dar  
que les dix gros vaisseaux sont employés à charr  
aux pétales & aux étamines.

### *Des Vaisseaux spermatiques.*

Fig. 1. & 10. Les dix gros vaisseaux de ce nom vont, co  
dit, se rendre à la roche, mais dans cette rout  
quantité de branches de côté & d'autres, de te  
pendant que celles qui s'enfoncent vers le centre  
de la substance pierreuse sont en petit nombre, &  
en comparaison de celles qui vont à la circonfe  
celles-ci, une des plus considérables est celle q  
buer du côté de la queue. Car nous avons rer  
faisceau de vaisseaux ne se divise point, jusqu  
parvenu à l'enveloppe pierreuse, ainsi le peu  
du côté de la queue, ou à la partie pointuë  
recevrait aucune nourriture, si par une mé  
culière, quelques vaisseaux ne venoient se d

partie. C'est aussi pour cela que la première ou seconde branche de chacun des dix gros vaisseaux se recourbe en manière de crosse, & va s'épanouir tout du long de la gaine pierreuse.

Les branches les plus grosses, après celles dont je viens de parler, sont celles qui répondent au grand diamètre de la Poire, & les autres vont en diminuant, à mesure qu'elles approchent de la roche.

J'insiste sur la grosseur & sur l'arrangement de ces branches, parce qu'elles s'accordent à merveille avec la figure de ce fruit : car si les Paires sont renflées & grosses vers les pépins, ce n'est pas seulement à cause du volume de ces pépins, de celui de leurs enveloppes, de la substance qui est entre les pépins, & de l'épaisseur de la substance pierreuse, mais parce que c'est en cet endroit que se distribuënt les vaisseaux vagues, & que les branches des spermatiques sont plus grosses & plus fréquentes. Il n'y a au contraire que dix branches de ces vaisseaux qui s'épanouissent le long de la gaine pierreuse, ce qui fait que la plupart des Paires se terminent en pointe de ce côté-là : je dis la plupart, car il y en a plusieurs espèces qui sont presque rondes. Mais dans ces espèces, la gaine pierreuse est fort courte, l'enveloppe pierreuse n'est pas loin de la queue, & ainsi le lieu de la division en est fort près.

Cependant il y a toujours une branche qui se recourbe, mais elle est fort courte, elle se divise à sa naissance même, en quantité de rameaux, ce qui fait que ces sortes de Paires sont presque rondes.

C'est ainsi que les dix gros vaisseaux se distribuënt partout le fruit, & cette distribution est si sensible à ceux qui veulent se donner la peine de l'observer, qu'elle donne lieu naturellement à une division de la Poire en six parts ou quartiers égaux, car cinq de ces vaisseaux répondent aux cinq loges des pépins, & les cinq autres à la substance qui est entre deux.

Ce n'est donc pas sans fondement que je tiens que la chair de la Poire est formée par l'épanouissement des vais-

seaux vagues, & des spermatiques : mais comment cela se peut-il faire, & par quelle mécanique cette substance peut-elle être ainsi formée du simple assemblage de vaisseaux ? pour la développer cette mécanique, autant que la petitesse presque infinie des objets le pourra permettre, je commencerai par faire remarquer que la division des vaisseaux se fait de deux manières toutes différentes, & pour ne les point confondre, j'appellerai l'une *ramification*, sans cependant vouloir la comparer aux ramifications des vaisseaux sanguins, mais plutôt à la distribution des branches d'un arbre, & l'autre en vaisseaux capillaires.

Planche II.  
Fig. 3.

La première est la plus sensible, & imite la distribution des branches d'un arbre, c'est-à-dire qu'un gros faisceau de vaisseaux se sépare en deux, qui se subdivisent encore en deux ou trois plus petites, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'elles soient arrivées sous les téguments, où les vaisseaux se divisent en plusieurs branches qui s'entrelacent les unes dans les autres, & s'anastomosent très-souvent ensemble, ce qui forme ce réseau que j'ai appelé le *Cuir de la Poire*. Enfin quantité de ces ramifications se terminent aux glandes du tissu pierreux où il paroît que la matière de la transpiration se sépare.

Mais pour comprendre d'une manière bien sensible, l'ordre que ces ramifications suivent dans notre fruit, je les compare aux branches d'un Pommier fort touffu, chargé de beaucoup de fruit, qui seroit dépoüillé de ses feuilles, & dont on auroit entrelacé les branches de la circonférence les unes dans les autres, car rien n'imité mieux les vaisseaux de la Poire que la disposition des branches du Pommier ; les Pommiers peuvent faire comprendre la situation des principales glandes qui sont ordinairement attachées aux gros vaisseaux, & enfin l'entrelacement des branches de la circonférence peut donner une idée de celui des branches de nos vaisseaux sous les téguments, c'est l'ordre de ces ramifications qui forme la disposition de la chair de notre fruit. Il reste maintenant à remplir tous les petits vuides que ce nombre prodigieux de ramifications & de glandes laissent entr'elles, c'est



à quoi servent les branches capillaires, que je ne peux mieux comparer qu'à un coton très-fin qui revêt & hérissé en quelque manière toutes les glandes, tous les troncs des vaisseaux & toutes les ramifications, c'est ce tissu qui compose le parenchime de Malp, c'est ce duvet qu'on découvre avec un foible Microscope comme des rayons autour des glandes, & pour ainsi dire comme une chevelure autour des gros vaisseaux, & ce qui m'autorise à le regarder comme un assemblage d'un nombre prodigieux de vaisseaux d'une finesse extrême, est qu'en exposant une glande ou un gros vaisseau qui en est garni au foyer d'un bon Microscope, ces filets m'ont souvent paru plus gros à leur bout qui tient aux vaisseaux ou à la glande, qu'à leur autre extrémité, & je crois qu'ils s'insèrent souvent dans les vaisseaux & dans les glandes, parce qu'ils y sont assés adhérents, & qu'on ne les en peut séparer qu'avec quelque difficulté.

Planche II.  
Fig. 4.

Voilà les notions générales qu'on peut prendre de la structure de nôtre fruit, quand on se contente de l'examiner avec un Microscope ordinaire : mais ayant exposé à un excellent Microscope à trois verres, un petit morceau de Poire coupé fort mince, & étendu sur une surface noire, j'ai remarqué,

I.

Que quelquefois il sortoit d'une glande ou d'un vaisseau un paquet de petites fibres qui s'étendoient en long sans se diviser ni se recourber, & ces petits filets s'étendoient quelquefois d'une glande à l'autre, d'autres fois d'une glande à un vaisseau, ou après avoir fait un peu de chemin, alloient s'insérer à d'autres petits filets.

Fig. 5.

II.

D'autres fois on voit quelques-uns de ces filets grossir à une très-petite distance du vaisseau ou de la glande, & former comme une espèce de petite Poire, d'où il part trois ou quatre filets qui vont se joindre ou à un vaisseau, ou à une glande, ou à d'autres filets.

Fig. 5.

III.

Quelquefois plusieurs de ces filets vont aboutir comme

Mem. 1731.

A a

Planche II.  
Fig. 5.

au petit ganglion, d'où il en part d'autres qui vont se perdre aux mêmes endroits que les précédents.

## IV.

On peut encore remarquer que ces filets sont comme bordés d'une substance blancheâtre très-fine.

## V.

J'ai exposé à un bon Microscope à liqueur quelques-uns de ces filets pour voir cette substance blanche, & elle m'a paru n'être encore qu'un coton plus fin que le premier; & si j'avois pû examiner ce coton à un meilleur Microscope, peut-être en aurois-je encore découvert un autre plus fin; au reste, je soupçonne que cette substance blancheâtre est de la même nature que celle d'une substance qu'on trouve en grande quantité auprès des pépins, & dont nous parlerons dans la suite.

L'on conçoit de-là qu'il n'est pas aisé de décider sur l'usage de ces vaisseaux, puisque leur petitesse nous permet à peine d'entrevoir qu'ils en sont, encore est-ce avec l'aide des meilleurs Microscopes, & après de longues macérations. Cependant si nôtre conjecture sur les pierres est bien fondée, la grande quantité de glandes qu'on apperçoit dans ces fruits me fait croire que la plupart sont sécrétoires & excrétoires; peut-être cependant y en a-t-il qui ont leur route séparée, & qu'on pourroit regarder comme des vaisseaux lymphatiques.

Mais sans trop décider sur des objets qui se dérobent presque à nos recherches, je crois pouvoir avancer que les Poires fondantes & les Poires cassantes\* diffèrent principalement les unes des autres par la tiffure de leurs vaisseaux; de telle sorte que les cassantes ayant leurs vaisseaux plus forts, leurs liqueurs ne peuvent être exprimées qu'après avoir détruit les vaisseaux par le broyement & la trituration. Les Poires fondantes au contraire ont leurs vaisseaux si tendres & délicats, que la moindre chose les détruit, & en fait par conséquent échapper les liqueurs: ce qui m'autorise à penser

\* Leeuwenhoek m'a paru avoir bien observé la structure de la substance de la Poire.

de cette façon, c'est que quand les Piores cassantes sont molles, & qu'ainsi leurs vaisseaux sont émincés, on en exprime aussi aisément le suc que si elles étoient fondantes. Il ne faut pas omettre non plus une autre raison, pourquoi les liqueurs des fruits mols s'échappent aisément, car lorsque les fruits molissent, il arrive une fermentation; de toutes les fermentations il résulte une dépuratîon des liqueurs qui fait qu'elles sont plus fluides, plus coulantes, & par conséquent plus faciles à s'exprimer.

Cependant il faut ajouter qu'ordinairement les pierres des Piores cassantes sont plus dures que celles des fondantes; & si les vaisseaux de ces dernières sont plus minces, de-là il s'ensuit naturellement qu'ils sont plus remplis de suc. Enfin il arrive plus souvent aux Piores cassantes que quelques-uns de leurs vaisseaux deviennent ligneux, qu'aux Piores fondantes; ce qui fait voir qu'ils sont plus épais, plus serrés & plus étroits, puisqu'ils s'obstruent plus aisément.

Mais il est bon de remarquer en passant, que cet endurcissement qui arrive assés souvent aux vaisseaux de tout le faisceau, & quelquefois aux principaux troncs des vagues & des spermaticques, justifie ce que j'ai avancé dans ma première Partie sur l'endurcissement des glandes.

L'examen assés exact que je viens de faire de tout ce qui concerne les vaisseaux, pourroit faire croire que j'aurois découvert quelque chose dans leur arrangement qui fut favorable à la circulation de la sève; mais bien-loin d'avoir rien apperçû qui pût éclaircir la question, mes recherches n'ont servi qu'à m'en rendre l'objet encore plus incertain; car il n'y a pas d'apparence qu'il y en ait de la Poire à l'Arbre, mais je crois bien qu'il peut y avoir une espèce de circulation dans la Poire même; car, comme je l'ai déjà dit, il y a presque toujours plusieurs vaisseaux, l'un à côté de l'autre, qui suivent la même route, & cet ordre m'a paru assés semblable à celui que la Nature garde dans les Animaux, où les gros troncs de veines, d'artères & de nerfs suivent presque toujours le même chemin, étant renfermés dans une

gaine commune. Si cette conformité n'est pas une preuve que la circulation existe dans les fruits, du moins doit-elle faire subsister le doute, & ce seroit beaucoup si ce doute engageoit à faire de nouveaux efforts pour éclaircir cette question ?

Les Anatomistes comprennent bien que je n'ai pu appercevoir les parties que je viens de décrire, sans avoir employé plusieurs préparations qu'on peut regarder comme des espèces de ruses imaginées suivant le besoin, & qui sont toujours très-utiles pour découvrir ces parties fines & embarrassées les unes dans les autres, qui sans leur secours seroient imperceptibles, & demeureroient inconnues.

Comme je me suis proposé, au commencement de ce Mémoire, de joindre à la description de chaque partie la manière de la découvrir, je vais satisfaire à cet engagement par un détail exact, quoiqu'abrégé, de celles qui m'ont paru les plus utiles.

## I.

Planche I.  
Fig. 2.

Pour découvrir l'extrémité des vaisseaux qui vont aboutir aux glandes du tissu pierreux, il faut lever tout doucement un morceau des téguments d'une Poire molle, & l'on aperçoit ces extrémités de vaisseaux d'une grosseur même assez considérable qui tiennent aux glandes qu'on enlève avec les téguments.

## I h.

Fig. 2.

Pour appercevoir l'entrelacement des ramifications dans la Peau, proprement dite, il faut ôter les enveloppes d'une Poire qui ait macéré long-temps, & la mettre flotter dans l'eau, de telle sorte qu'elle en soit recouverte de deux à trois lignes, & darder de l'eau dessus avec une seringue à injection, de cette manière on appercevra dans l'étendue seulement de l'espace que couvriroit un liard, un entrelacement prodigieux de vaisseaux & une infinité d'anastomoses.

## III.

Fig. 1.

Comme toutes les ramifications sont garnies de vaisseaux capillaires dans les endroits où il y a plus de ramifications,

les vaisseaux capillaires sont aussi en plus grand nombre, & par conséquent plus serrés les uns dans les autres; c'est aussi ce que j'ai remarqué dans la peau. Pour le découvrir, il faut continuer à seringuer avec force, & on verra cette espèce de peau se détacher par flocons & comme une croûte assez épaisse de dessus le reste de la substance de la Poire.

## I V.

Il y a deux moyens de découvrir les gros vaisseaux : car en coupant une Poire meure transversalement à l'endroit des pépins, on en aperçoit la coupe, & l'on peut ainsi remarquer la disposition des vaisseaux spermatiques par rapport aux pépins; & en coupant ces Poires suivant leur longueur, il arrive assez souvent qu'on découvre quelques-uns de ces vaisseaux, & qu'on peut en suivre la route. Mais pour les mieux examiner, il faut couper ainsi une Poire qui ait macéré long-temps, & quand on a découvert une fois un de ces vaisseaux, le suivre en disséquant simplement avec la pointe du cure-dent, & des pinces très-fines.

Planche II.  
Fig. 10.

Fig. 1.

## V.

Si l'on veut avoir un grand épanouissement des vaisseaux, comme dans la page 6, il faut commencer par emporter avec les régumens cet entrelacement de vaisseaux que j'ai appelé la peau proprement dite, & couper les six gros vaisseaux à leur insertion à la roche, & le canal pierreux, alors la Poire nageant dans l'eau, il faut détacher par-dessus le plus de vaisseaux qu'il est possible, tantôt en seringuant de l'eau, & quelquefois en remuant & agitant les gros flocons avec des tenettes; d'autrefois en les pressant entre les doigts, ou les séparant avec la pointe d'une plume, ou d'un scalpel. Mais lorsqu'on a détaché le plus qu'on a pu de ces vaisseaux, il faut pour achever, détruire le plus qu'on peut, la substance pierreuse, par l'ouverture que laisse la roche & le canal pierreux qu'on a emporté. Quand la substance pierreuse est une fois détruite, l'ouvrage est presque fini, & en passant le doigt indice dans le milieu, & appuyant le pouce sur la substance charnue, on acheve tout doucement de séparer les vaisseaux.

Planche I.  
Fig. 3.

Planche II.

Fig. 4.

Si l'on veut alors détacher un gros vaisseau pour l'examiner en particulier au Microscope, flottant dans l'eau, on le voit hérissé de vaisseaux capillaires.

Fig. 3.

Mais si l'on veut avoir les gros vaisseaux bien nets, il faut les laisser tremper pendant quelques jours, & prendre la patience de les suivre, & de les nettoyer avec la pointe d'une plume & des petites tenettes; c'est de cette manière que j'ai préparé la Poire que j'ai fait voir à l'Académie le mois d'Août dernier, à laquelle j'avois conservé un nombre prodigieux de vaisseaux.

Je viens déjà d'indiquer comme il faut s'y prendre pour découvrir les vaisseaux capillaires. Mais il est bon d'avertir que pour les bien appercevoir, il faut que les fruits ayent macéré fort long-temps.

En parlant des téguments, j'ai fait remarquer les maladies qui les attaquent le plus ordinairement; il y en a aussi quelques-unes auxquelles les vaisseaux sont sujets. Quand un ou deux des dix gros vaisseaux d'une jeune Poire sont atteints de quelques maladies, la partie de la Poire à laquelle ils distribuent le suc ne prend point de nourriture, mais les téguments restent attachés aux glandes de la substance pierreuse, qui grossissent considérablement, & c'est quelque inconvenient à peu près semblable qui rend les pierres d'une figure très-difforme.

J'ai encore remarqué quelquefois que toute la partie d'une Poire à laquelle un de ces dix gros vaisseaux doit distribuer le suc étoit gangrénée pendant que le reste en étoit sain, ce qui venoit sans doute d'un accident qui étoit arrivé seulement à un des dix gros vaisseaux, & dans le temps que la Poire étoit parvenue à sa grosseur. Enfin j'ai remarqué que le S.<sup>t</sup> Germain, l'Épine d'Hiver, & quelques autres Poires étoient quelquefois attaquées d'une espèce de gangrène qui commence par la superficie, & qui gagne le cœur. Mais qui a cela de singulier qu'elle est d'une amertume insupportable; je crois qu'elle est la suite de quelque contusion.

Il reste à examiner les vaisseaux que nous avons appelé

*Nourriciers.* Mais comme leur usage est de porter la nourriture aux pépins & aux organes qui les accompagnent, l'ordre que je me suis prescrit dans cet ouvrage m'oblige d'en remettre l'histoire à la troisième partie.

## EXPLICATION DES FIGURES.

### PLANCHE I.

*Fig. 1.* Cette Figure représente une Poire qui a macéré long-temps, & qu'on a disséqué de manière à faire voir comme les branches des vaisseaux spermatiques ou vagues, vont s'entrelacer sous les téguments, & forment une substance plus ferme que le reste de la Poire. Cette substance est ici représentée par les flocons *a*.

*Fig. 2.* L'on voit dans cette Figure.

*a*, les vaisseaux qui vont aboutir aux glandes de la peau, ou du tissu pierreux.

*b*, l'entrelacement & les anastomoses des vaisseaux sous ce tissu pierreux, ce qui forme, comme nous l'avons dit, la peau proprement dite de la Poire.

*Fig. 3.* Une Poire disséquée à la manière de M. Ruisch: & dans laquelle l'on voit un grand nombre de vaisseaux, mais tellement confondus qu'il n'est pas possible d'en connaître l'ordre & l'arrangement.

### PLANCHE II.

*Fig. 1.* Représente la coupe d'une Poire amollie par les macérations, & qui est disséquée pour faire voir la route des vaisseaux appelés *vagues*, & des spermatiques; d'un côté l'on n'a dessiné que les gros vaisseaux, & de l'autre les vaisseaux capillaires sont conservés.

*a*, un vaisseau vague.

*b*, un vaisseau spermatique nettoyé ou dégagé des vaisseaux capillaires.

*c*, une branche qui se recourbe pour distribuer à la queue.

192 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

*d*, les branches qui distribuent dans la chair de la Poire.

*e*, les branches qui distribuent aux glandes de la substance pierreuse.

*ff*, la route d'un faisceau de vaisseaux depuis l'extrémité de la queue jusqu'à la base des pépins qui est le lieu de la division.

*g*, vaisseau spermatique hérissé de vaisseaux capillaires.

*hh*, insertion des vaisseaux spermatiques à la roche.

*Fig. 2.* Représente la queue d'une Poire avec les vaisseaux qui en sortent.

*a*, la queue avec ses téguments.

*b*, les vaisseaux qui sortent de la queue, & vont sans se diviser jusqu'à la base des pépins.

*Fig. 3.* Représente un gros vaisseau spermatique séparé & seul, ou nettoyé des vaisseaux capillaires qui l'accompagnent.

*aa*, le tronc principal.

*b*, les branches qui en partent,

*c*, des flocons qui sont formés par l'entrelacement des vaisseaux sous les téguments, ce que j'ai appelé le *Cuir*, ou la peau proprement dite de la Poire.

*Fig. 4.* Un vaisseau hérissé de vaisseaux capillaires, & garni de petites glandes.

*Fig. 5.* Un petit morceau de Poire vû au Microscope, & dans lequel l'on voit,

*a*, un gros vaisseau.

*b*, des pierres ou glandes, & les vaisseaux capillaires qui les joignent ensemble.

*Fig. 6.* Une petite pierre ou glande hérissée de vaisseaux capillaires.

*Fig. 7.* Un petit vaisseau hérissé de vaisseaux capillaires où l'on peut voir que la texture de ce vaisseau est un assemblage de petits filets courts qui sont interrompus par des espèces d'intersections, & non pas continus comme dans le vaisseau *a* de la *Fig. 5*.

*Fig. 8.* La division d'un très-petit vaisseau où l'on ne voit plus que la séparation des deux branches se fasse comme celle



celle de plusieurs fils d'un même écheveau comme cela s'observe dans les premières divisions, ce que nous avons représenté dans la Figure 11.

*Fig. 9.* Un vaisseau déchiré, & vû à un fort Microscope, & dans lequel on voit que la texture du vaisseau est formée par de petits filets qui ont une direction longitudinale, & qu'il y a de ces filets qui se contournent en tire-bourre.

*Fig. 10.* La coupe d'une Poire de Rousselet que j'ai mis long-temps tremper dans un Sirop de Sucre bien clarifié, & dans laquelle on apperçoit très-clairement.

- a*, le faisceau de vaisseaux qui occupe l'axe de la Poire.
- b*, un des vaisseaux spermatiques.
- c*, un réseau ou plexus de vaisseaux qui s'épanoïit sur les loges des pépins.
- d*, une loge des pépins.
- e*, un pépin en situation dans sa loge.
- f*, une loge ou cavité qui est entre les pépins, & par laquelle passe les pistiles.
- g*, une houppe qui est au bas de cette loge ou cavité.
- h*, un petit vaisseau que j'appellerai *ombilical*, par où les amandes prennent nourriture.
- i*, les pierres qui sont autour des loges des pépins, ou les glandes de la substance pierreuse.

*Fig. 11.* Le tronc d'un des gros vaisseaux vû au Microscope, après avoir macéré quelque temps, & dans lequel l'on voit que ces vaisseaux sont composés d'un assemblage de filets mal joints ensemble, & qui se séparent les uns des autres dans le lieu des divisions, à peu près comme font les nerfs dans les animaux.

L'on peut consulter encore les Figures que nous avons fait graver à la suite de notre Mémoire de 1725, page 299, & il est bon de remarquer qu'on a dessiné toutes ces Figures nageantes dans l'eau.



DU QUART DE CERCLE  
ASTRONOMIQUE FIXE.

Par M. G O D I N.

22 Août  
1731.

L'OCCASION que j'ai eu de placer pour mon usage, un Quart de Cercle fixe ou Mural, m'a engagé à traiter cette partie d'Astronomie pratique.

Je l'ai divisée en trois Articles principaux.

1.° De la construction de l'Instrument, & des différentes parties qui le composent.

2.° De sa vérification.

3.° De la manière de le placer.

A R T I C L E I.

§. 1. *De la Construction de l'Instrument en général.*

Je ne repete point ici ce qui se trouve ailleurs sur la construction des Quarts de Cercle; on peut consulter là-dessus plusieurs volumes des anciens & nouveaux Mémoires de l'Académie. Il me suffira de remarquer ce qui est essentiel au Quart de Cercle fixe.

Je suppose donc la contignation faite, qui est ce qu'on appelle la *Carcasse* de l'Instrument: je suppose les regles de chan, auxquelles on doit donner le plus de hauteur qu'il est possible, le Limbe posé & dressé exactement avec le centre, tel est l'Instrument représenté *Fig. 1.*

Planche I.  
Fig. 1.

*A, B, C* sont des bouts de barreaux de fer soudés fortement aux pieces de la Carcasse, & percés d'un trou rond d'environ un pouce de diametre: c'est par ces trous que passent trois mutules à double queue scellées dans un Mur solide, & c'est par ce moyen que l'Instrument est porté & rendu fixe, ce que je détaillerai davantage dans l'Art. III.

On prépare une Lunette un peu plus grande que le rayon

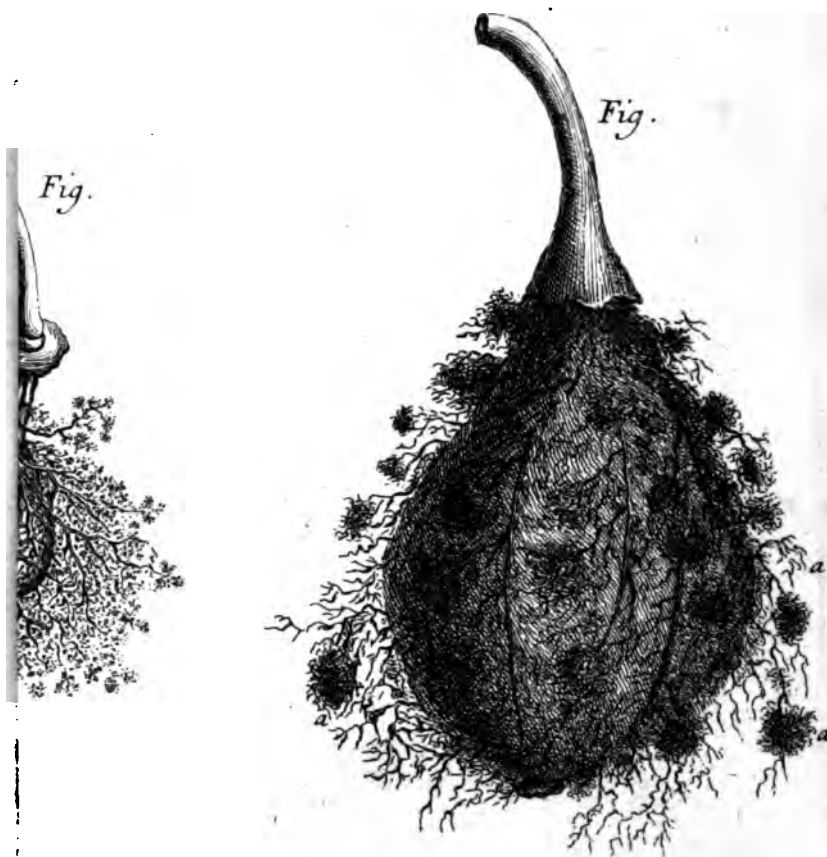
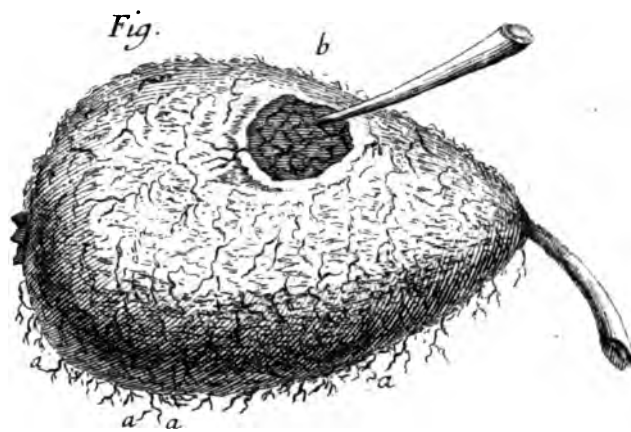




Fig.

Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 10. pag. 194.

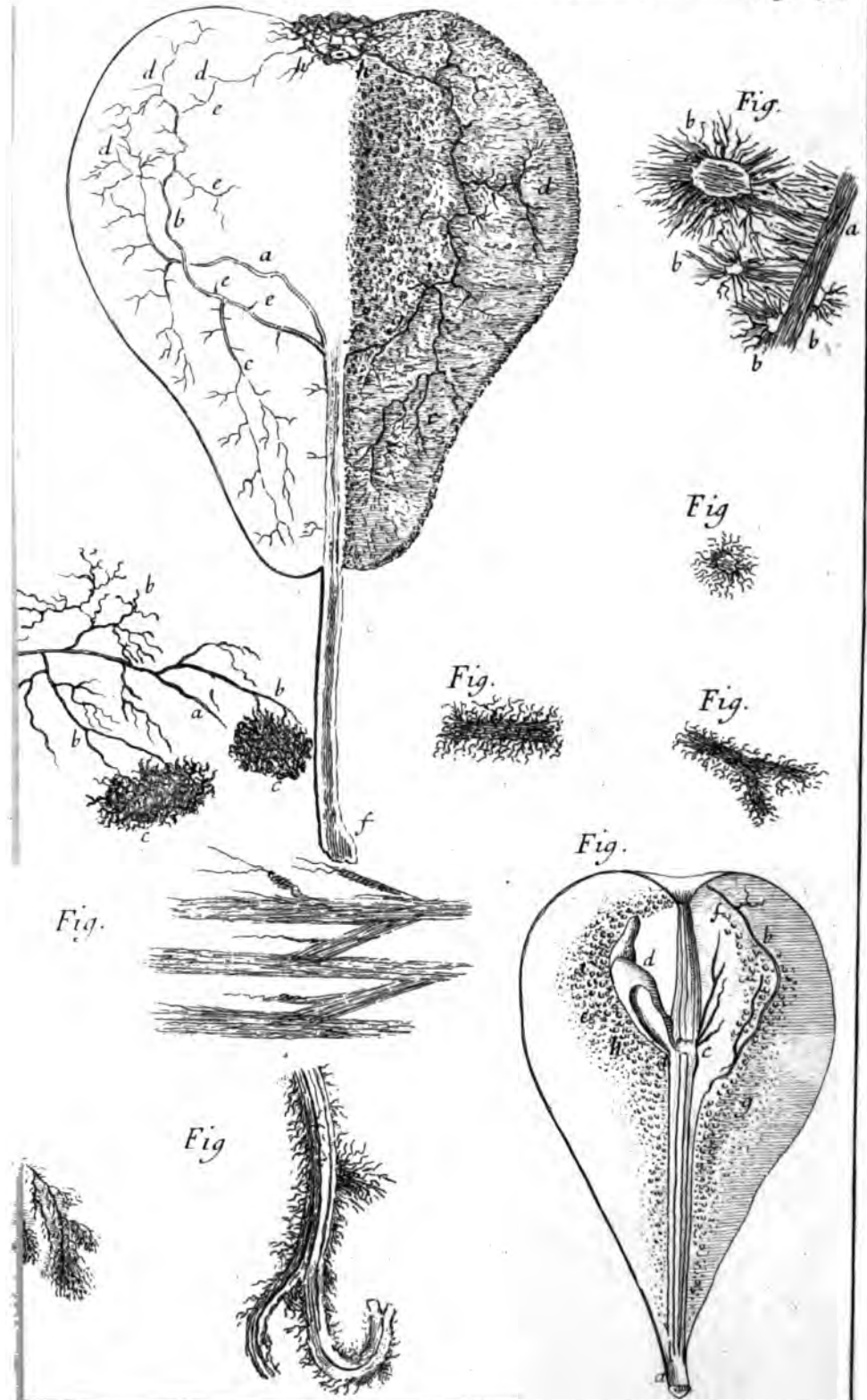


Fig.

Fig.

Fig.

Fig.

Fig.

Fig.

Fig.

Ph. Simonneau Sculp.



le l'Instrument, elle peut avoir un pied & demi de plus, si Figure 2.  
 l'Instrument a 3 pieds de rayon, on monte cette Lunette sur deux regles de fer attachées ensemble à angle droit, de manière qu'elles sont de chan l'une à l'autre; la Lunette se place dans l'angle formé par les deux regles, & elle y est assujettie dans toute sa longueur par des collets qui l'embrassent, & qui ont de chaque côté des empattemens qui s'attachent à vis à l'une des regles. Comme cette Lunette ainsi montée doit tourner autour du centre de l'Instrument, on laisse à un endroit convenable de l'une des regles, en la forgeant, une plaque circulaire de fer, percée d'un trou, & on y adapte un canon d'acier cylindrique, foré dans toute sa longueur, d'un trou de même diametre que celui qui est à la plaque.

La Lunette ainsi montée & fixée aux deux regles, on la place sur l'Instrument posé horizontalement : le canon cylindrique fixé à l'une des regles, entre dans un trou fait au centre de l'Instrument, & un autre cylindre ou clou représenté (*Fig. 3.*) entre dans le trou du premier cylindre, & traverse toute l'épaisseur du centre de l'Instrument. Ce clou est fait de cuivre, il est borné à l'une de ses extrémités par une tête fort large : son autre extrémité est faite en vis, & entre la partie cylindrique & la partie vissée, il y a une autre partie quarrée. La partie *AB* cylindrique est d'une longueur égale à toute l'épaisseur du centre, y compris celle de la regle qui porte la Lunette; la partie *BC* quadrangulaire est reçue dans une piece attachée à vis derrière le centre de l'Instrument, & cette piece est percée pour cet effet d'un trou quarré de même grandeur. La partie *CD* faite en vis, saille entièrement, & reçoit un écrou qui serre toutes ces pieces les unes avec les autres. C'est de cette manière que la Lunette est assujettie par un de ses points au centre de l'Instrument, & peut tourner librement autour de ce centre.

Cette construction des centres d'Instruments à Alhidade est la meilleure & la plus durable de toutes, elle consiste, comme on voit, à faire tourner un cylindre autour de deux autres,

dont l'un sert d'enveloppe, & l'autre de méche ou d'axe : le cylindre qui tourne est celui qui est fixé à la regle qui porte la Lunette; l'enveloppe est celui qui est formé par le trou fait au centre même de l'Instrument, & l'axe est la partie *AB* du clou représenté (*Fig. 3.*); ce clou ou cet axe ne sçauroit tourner, à cause de la partie *BC* retenue dans un trou carré fait à la piece, solidement attachée au corps même de l'Instrument. Plus l'épaisseur du centre sera grande, & par conséquent plus les cylindres seront longs, & plus le mouvement de la Lunette sera uniforme & facile.

La regle qui porte la Lunette ou l'Alhidade, est plus large à son extrémité qui doit couler sur le limbe de l'Instrument. Elle porte en cet endroit une piece de cuivre faite en biseau, ou bien un cheveu, qui, l'un & l'autre, doivent marquer les divisions. On y place aussi un Micrometre qui me paroît d'une grande utilité dans ces sortes d'Instruments. La piece qui porte le biseau est représentée (*Fig. 4.*) en *A*, elle peut s'éloigner ou s'approcher de la Lunette *BC*, & on peut en même temps diriger le bord de son biseau au centre par le moyen de deux vis qui la pressent contre l'Alhidade, & qui la traversent en passant par des ouvertures longues & plus larges que le fust de chaque vis, mais moins larges que la tête; ce qui fait que cette piece peut avoir quelque mouvement autour de ces deux vis. Le cheveu est porté par une autre piece *DE*, semblable à peu près au biseau, & il est de même arrêté par deux vis sur deux avances *FG* de l'Alhidade. Toutes ces pieces ne portent pas sur la largeur entière du limbe qui en seroit rayé en peu de temps; mais seulement sur les deux bords, le reste étant un peu usé en dessous pour laisser du vuide entr'elles & le limbe.

## §. 2. Du Micrometre.

Le Micrometre que je décris ici, diffère en plusieurs choses du Micrometre ordinaire. C'est celui dont M. le Chevalier de Louville a fait mention dans les Mémoires de 1714; page 73. Comme il n'a pas jugé à propos de le décrire, j'ai



crû que je pouvois le faire en cette occasion, d'une manière qui put au moins le faire reconnoître, & servir à ceux qui voudroient en construire de semblables.

*AB* (Fig. 1.) est un rectangle de cuivre évidé circulairement vers son extrémité inférieure d'un cercle égal au chan de la Lunette. On place juste dans cette ouverture, un anneau circulaire auquel on a soudé de chan un cercle *CED*, d'un plus grand diamètre que l'anneau; ce cercle est attaché en *E* à rivet à l'empatement d'un écrou ou poupée taraudée *I*; & les becs *F*, *G*, le retiennent par embas sans le gêner. On place des filets inclinés l'un à l'autre de 45 deg. sur le bord de l'anneau qui est de chan, c'est celui qui est derrière le cercle *CED*; au lieu du filet vertical j'ai fait mettre une petite lame, dont un des bords passe par le centre, afin de pouvoir observer le passage des Étoiles, sans être obligé d'éclairer les filets.

Planche II.

*H*, *K*, sont deux poupées fixes qui servent de supports à la vis plus grosse à son fust taraudé qu'à ses extrémités qui entrent dans les poupées. Par-là cette vis est fixée entre ses supports, la tête est quarrée & passe en dedans de la poupée *H* qui est forée, on y adapte une clef *O* qui sert à faire tourner la vis.

Si l'on tourne la vis retenuë entre ses supports, on fera mouvoir l'écrou *I* vers *K*, ou vers *H*, & par conséquent le point *E* vers le même côté, ce qui fera mouvoir le cercle qui porte les filets, de manière qu'on pourra donner à ces filets telle inclinaison qu'on voudra, & faire, par exemple, lorsque l'Instrument sera en place, que le filet vertical soit effectivement dans un vertical, & celui qui lui est à angles droits, soit horizontal.

Au haut de cette plaque, il y a une vis dont l'axe est parallèle au plan *AB*, la piece *NP* est soudée sur la plaque même, & la piece *PM* est à angles droits avec la première. La tête de la vis passe par un trou de la platine supérieure du Micrometre tout monté, comme on voit en *D* (Fig. 4.) & elle y est retenuë entre deux pieces immobiles par son

collet *R*. Si on la fait tourner, elle élèvera ou elle abaissera toute la plaque *AB*, & par ce moyen on mettra la ligne de foi de la Lunette qui passe par le centre des filets, dans une situation parallèle au rayon du cercle auquel on adaptera cette Lunette. On a ajouté à la partie inférieure un ressort *ST*, qui pressant contre le fonds du Micrometre tout monté, assujettit la plaque *AB* dans la situation qu'on lui donne.

La Fig. 2. représente une autre piece de cuivre évidée circulairement, de même que la première, & soudée à angles droits à la piece *CHD* qui est attachée à vis à la platine supérieure du Micrometre : le long de cette plaque, on fait couler un assemblage de diverses pieces, dont les bords faits en rainure embrassent les côtés de la plaque : ce mouvement se fait par une longue vis qui est reçue dans un écrou brisé *EF*, qui tient à l'assemblage *EFLI*. La partie *EF* est retenue par un biseau, ou en queue d'aronde par une piece immobile *N*. La vis traverse la piece *CH*, & la platine supérieure pour recevoir un index, & une tête propre à la faire tourner, elle est retenue en cet endroit, en sorte qu'elle ne peut s'abaisser ni s'élever, mais elle donne ce mouvement à tout l'assemblage *EFLI*, & par conséquent au filet 1, 2, qui y est attaché. La piece *IGKXL* qui porte ce filet est faite en fer-à-cheval, c'est le Curseur du Micrometre, il tient à l'assemblage d'un côté par un clou à vis *G*, autour duquel il peut tourner; & son autre branche *XL* est assujettie par une lame à ressort, attachée à vis en *Y*. Cette lame porte en dessous sur un retour de la branche *XL*.

Pour que le filet 1, 2, soit exactement parallèle au filet *CD* de la Fig. 1. (ce qui est absolument nécessaire) on place en *O* & en *Z* deux poupées fixes qui portent une vis retenue entre elles : cette vis porte une autre petite poupée taraudée, à laquelle est attachée un mentonet *K*, le tout est semblable aux pieces *H*, *I*, *K*, de la Fig. 1. Le Curseur a une oreille en *K* échan-crée, & qui saisit le mentonet de la poupée mobile : faisant tourner la vis d'un côté ou d'autre, la poupée mobile ira vers *O* ou vers *Z*, & tirera par conséquent le ponit *K* du

Curseur, & parce que ce Curseur peut se mouvoir autour du point *G*, il est évident que le filet 1, 2, prendra par ce mouvement, telle inclinaison qu'on voudra.

La Fig. 3. est le profil des deux premières Figures jointes ensemble, de la même manière qu'elles le sont dans le Micrometre tout monté. *FOGS* est le profil de la Fig. 1. *BC* est la platine supérieure divisée en 100 parties. *AM* est la grande vis de la Fig. 2. *Q* est la vis qui sert à incliner le Curseur ou le filet qu'il porte, les ouvertures 1, 2, servent à attacher à vis une petite lame extérieure au Micrometre, & qui suit le mouvement du Curseur, elle est divisée en 30 parties, dont chacune est égale à un tour de la grande vis, & est subdivisée par conséquent en 100 parties sur la platine supérieure. Cette lame est représentée (Fig. 4.) par *ZZ*, on attache à la boîte du Micrometre un index *A* (Fig. 4.) qui marque les divisions de cette lame qui se meut sous cet index.

Pour former le Micrometre, on assemble donc les deux premières Figures, de la manière qu'il est représenté (Fig. 3.) on enferme le tout dans une boîte. La plaque de la Fig. 1. est reçue dans deux rainures faites aux deux côtés de cette boîte, & le ressort *ST* presse contre le fond. Les pieces de la Fig. 2. sont aussi assujetties dans la boîte par les deux vis *P, Q*, qui sont reçus dans deux ouvertures faites au fond de la boîte. Le haut de la grande vis passe par le centre de la platine supérieure, & cette platine, & les autres pieces qui y tiennent, sont assujetties à la boîte en manière de couvercle, par plusieurs vis, & c'est ainsi que toutes les pieces sont retenues dans la situation nécessaire.

Il y a différentes ouvertures à cette boîte représentée (Fig. 4.) *D* est le bout de la vis *R* de la Fig. 1. *Q* est la vis *OZ* de la Fig. 2. *O* est la vis *HK* de la Fig. 1. on recouvre ces ouvertures par des pieces *B, C*, qui tournent sur les cloux à vis attachés au corps de la Lunette. *S, R*, sont deux bouts de tuyau qui tiennent à la boîte, & qui servent l'un pour loger l'oculaire, & l'autre s'insère dans le tuyau de

la Lunette même. *M*, *N*, sont des trous faits pour mettre des vis qui arrêtent le Micrometre tout monté sur les regles qui portent la Lunette, il y en a de même de l'autre côté.

Pour connoître maintenant la valeur des parties du Micrometre en degrés, minutes & secondes de cercle, je mesurai sur un terrain fort uni une distance de 500 toises, à une des extrémités, je plaçai deux mires, dont les centres étoient éloignés de 17 pieds 5 pouces & 5 lignes, qui est la tangente d'un arc de 20 minutes à cette distance; & ayant placé la Lunette à l'autre extrémité, je trouvai plusieurs fois l'intervalle entre le centre des mires vûes par la Lunette, de 1137 parties du Micrometre. De-là j'ai conclu que 1137 parties du Micrometre répondoient à 20 minutes de cercle. D'où il est aisé de trouver le nombre des parties qui répondent à une minute, à une seconde, &c. On doit faire une fois pour toutes, une Table de ces parties, afin d'y avoir recours dans toutes les observations que l'on fera dans la suite.

### §. 3. *De la Division de l'Instrument.*

Dans les Quarts de Cercle ordinaires qui sont montés sur un pied, & qu'on peut mouvoir verticalement & horizontalement par le moyen d'un genou, on peut marquer où l'on veut le premier point de la division, & la continuer ensuite sur tout le limbe : car la division de tout le limbe étant achevée, on peut par diverses méthodes faire convenir l'axe de la Lunette à cette division; mais dans un Instrument destiné à être fixe, il est important de marquer le premier point de division qui est celui de 90 degrés, en conséquence & dépendamment de la position de l'Instrument sur ses supports, & dans le lieu même où l'on doit le fixer. Autrement il arriveroit presque toujours que le point de 90 degrés ne se trouveroit pas dans une ligne à plomb avec le centre, & dans ce cas toutes les hauteurs observées seroient plus ou moins grandes que les véritables. Il est vrai qu'on peut connoître cette différence qui est égale pour tous les degrés, mais cela même est sujet à quelque erreur, & il y en a d'ailleurs  
assés

assés d'autres dont il faut tenir compte. Voici la méthode qu'on peut employer.

On attache au mur qui doit porter le Quart de Cercle, une petite planche de la longueur au moins du rayon de l'Instrument : elle doit être horisontale, & son bord à très-peu près dans le plan du Méridien. On place ensuite l'Instrument au-dessous de cette planche, on le suspend par des cordes à divers cloux fichés dans le mur, on l'ajuste par le moyen de plusieurs cales à la hauteur qu'on veut, & à la distance du mur qui est nécessaire; on suspend ensuite deux ou trois aplombs faits de filets très-déliés, ou de cheveux, de manière qu'ils rasent exactement le bord de la planche qui est dans la méridienne, les laissant pendre librement; on ajuste l'Instrument de manière qu'il rase aussi son limbe; & on le cale, c'est-à-dire, on l'arrête dans cette situation; alors on prend des baguettes de plomb que l'on fait passer par les anneaux de l'Instrument; on modelle les mutules, & on leur donne la longueur précise qu'il leur faut, on marque aussi ces endroits du mur où l'on doit les sceller; lorsqu'elles sont forgées en fer, & prêtes à sceller, on réitère la même opération; & de cette manière on les scelle, l'Instrument étant en place, & soutenu d'ailleurs dans la même situation qu'il doit avoir dans la suite; lorsque les mutules sont assez solides pour que l'Instrument posant dessus ne puisse pas les faire sauter, on l'y laisse appuyer, en ôtant ses autres soutiens, & dans cet état on met le centre chargé de son plomb, & l'on marque le plus délicatement qu'il est possible, le point du limbe où passe le cheveu qui pend du centre : telle est la méthode que j'ai pratiquée, & qui m'a très-bien réussi. Si l'on attendoit à sceller ces mutules, lorsque l'Instrument seroit entièrement fini, on trouveroit bien des inconvénients qu'on évite par la méthode ci-dessus, outre que l'on risqueroit de gâter la division.

Ayant ainsi déterminé le commencement de la division; ou le point de  $90^{\circ}$ ; on peut, pour trouver celui de  $0^{\circ}$  se servir de la méthode ordinaire des Ouvriers, pourvû qu'on

opère avec précision. Pour cet effet, il faut tracer le premier cercle concentrique de la division avec un compas à verge; dont les pointes soient très-déliées; on portera ensuite la grandeur de ce rayon, depuis le point de  $90^{\circ}$ , jusqu'à un autre point de la circonférence qui sera celui de  $30^{\circ}$ , parce qu'on remonte de  $90^{\circ}$  à  $0^{\circ}$ , & partageant en deux cet arc de  $60^{\circ}$ , on aura l'arc de  $30^{\circ}$  que l'on prendra avec un autre compas à verge, on le portera depuis  $30^{\circ}$  jusqu'à un autre point de la circonférence qui sera le point  $0^{\circ}$  de la division.

Je dis qu'il faut prendre cet arc de  $30^{\circ}$  avec un autre compas, parce qu'il est important de conserver dans la même ouverture le premier compas avec lequel on a décrit le cercle, & marqué l'arc de 60 degrés. Cette grandeur doit être employée à l'examen de la division, du moins de la part de l'Ouvrier. Car, par exemple, en portant cet arc de 60 degrés, depuis le point  $0^{\circ}$  qu'on vient de marquer, il faut que l'autre pointe tombe sur le point 60 de la division, autrement le point  $0^{\circ}$  n'est pas exact, & ayant conservé les grandeurs des arcs de 60 & de 30 degrés, on est en état de rectifier cette position. Cette détermination exacte de l'angle droit sur ces sortes d'Instruments est une opération des plus nécessaires, & peut-être la plus vicieuse dans la plupart de ceux qu'on a construits jusqu'à présent. J'ai imaginé une méthode particulière, pour vérifier l'angle droit de ces sortes d'Instruments sans pied, dont les Ouvriers pourront se servir très-commodément, je la donnerai dans l'article de la vérification.

L'Angle droit, & les points de 30 en 30 degrés étant marqués, on achevera la division du limbe entier, suivant la grandeur du rayon de l'Instrument, de la manière qu'il est enseigné dans les Tables de M. de la Hire, & que M. Bion a inséré en François dans son Livre de la construction des Instruments de Mathématiques : à l'égard des transversales, & de la position des cercles concentriques, je ne suis pas d'avis qu'on néglige d'en faire le calcul, ainsi que le dit M. de la Hire, fondé sur ce que dans un Quart de Cercle de

3 pieds, & dont la division a un pouce de largeur, la plus grande différence entre les cercles concentriques également distants, & ceux que le calcul donne, ne monte qu'à  $\frac{1}{12}$  de ligne. Nos Ouvriers distinguent exactement les vingtièmes de ligne, ainsi que je l'ai vû moi-même, & l'on doit profiter de cette précision. Sur un Quart de Cercle de cette grandeur, l'erreur va à environ 5 secondes, & elle est plus grande dans un Instrument plus petit. Il vaut donc mieux déterminer la distance des cercles concentriques par le calcul en vingtièmes de ligne, & tracer des transversales rectilignes, qui me paroissent préférables aux transversales circulaires : car il n'y a rien de si difficile dans la construction des Instruments, que de décrire des grands arcs de cercle, & en effet très-peu d'Ouvriers y réussissent.

On laissera au de-là des points de 0 & de 90 degrés des arcs de 3 ou 4 degrés au moins, divisés comme le reste du limbe, on a besoin de ces arcs dans plusieurs opérations.

Au-dessous de la division par les transversales, on tracera un cercle légèrement, en sorte qu'il ne paroisse plus après que l'Instrument aura été poli. Sur ce cercle, on marquera des points de 10 en 10 minutes, le plus exactement qu'il sera possible; sur un Instrument d'un rayon plus grand que 3 pieds, on pourroit les marquer de 5 en 5. Ces points doivent être ronds & profonds, c'est en eux que consiste la principale partie de la division de l'Instrument, auquel on adapte un Micrometre.

#### S. 4. *Quelques autres observations sur cet Instrument.*

Il sera très-commode de marquer le centre de l'Instrument sur la platine qui recouvre l'axe du mouvement de la Lunette, elle doit en ce cas passer au-dessus du centre, & on ajustera à ce centre une petite aiguille, de la manière qu'on jugera la moins embarrassante, sans que la Lunette en soit gênée, ni l'axe affoibli; en ce cas il faudra que le dessus de cette même platine soit dans le même plan que le limbe, mais comme on pourroit trouver à cela quelque difficulté,

il suffira je crois de transporter ce centre à quelque distance de la véritable situation, de manière qu'y suspendant un cheveu garni de son plomb, il batte librement (l'Instrument étant en place) sur un point déterminé au de-là du  $90^\circ$ , par exemple, sur celui de  $1^\circ$  ou de  $2^\circ$ . Nous verrons dans le 3<sup>me</sup> article l'usage de cet aplomb. Enfin pour éclairer les filets que l'on met au foyer de la Lunette de cet Instrument, & généralement à toutes les autres Lunettes que l'on emploie dans l'Astronomie pour divers usages auxquels ces filets sont propres, je n'ai trouvé rien de mieux que le second moyen proposé par M. de la Hire, page 72 de l'usage de ses Tables, en remédiant aux inconvénients auxquels il assure que ce moyen est sujet. Je l'avois fait exécuter à une Lunette de 7 pieds, long-temps avant que d'avoir remarqué qu'il étoit dans les Tables de M. de la Hire, & la manière dont je l'avois fait exécuter, corrigeoit les défauts que M. de la Hire y trouve. Il faut faire au tuyau de la Lunette, un peu au de-là du foyer des Verres, ou du lieu des filets, une ouverture de 5 ou 6 pouces de longueur sur un pouce ou environ de largeur; on bouche cette ouverture par une glace plane ou courbe, & cette glace est recouverte par une pièce de même étoffe que le tuyau, qui s'ouvre & se ferme à charnière ou à coulisse. La Figure 5 représente cette ouverture faite au bout d'une Lunette en  $AB$ , où l'on a mastiqué une glace qui a la même courbure que le tuyau de la Lunette; les filets sont en  $C$ , & l'oculaire au point  $D$ . Il est évident que puisqu'il y a une glace en  $AB$ , les filets ne seront plus sujets aux divers états de l'air, que si le tuyau de la Lunette étoit continu, ce qui est un des inconvénients allégués par M. de la Hire; mais si l'on adapte au bout oculaire de la Lunette un cercle de carton  $EF$ , qui s'y puisse soutenir de lui-même, l'œil placé en  $O$  ne sera point incommodé d'une lumière qui sera en  $A$ , qui est l'autre inconvénient remarqué par M. de la Hire. Mais sans appercevoir du tout cette lumière, il verra les fils posés en  $C$ , très-nettement éclairés par cette lumière posée vers  $A$ . Je n'emploie à la

M. Picard  
est le premier,  
que je sçache,  
qui ait proposé  
ce moyen. Voy.  
ses Observations  
MS.



Lunette de 7 pieds, dont j'ai parlé, qu'une petite bougie enfermée dans une lanterne commune de papier que je déploie, à cause du vent, & cela me réussit très-bien, quoique le Verre que j'ai mis à l'ouverture latérale de la Lunette soit très-commun & plein de bulles & de points. Quand on n'a plus affaire d'éclairer les filets, on rabat le couvercle *GH*, qui garantit le Verre, & ferme entièrement le côté de la Lunette; on fait en *R* un petit trou au carton, par lequel on mire pour diriger la Lunette à l'objet qu'on veut observer.

Pour arrêter la Lunette dans une situation quelconque; lorsque l'instrument est en place, j'ai fait faire une petite machine représentée (*Fig. 6.*) *AB* est une piece de fer doublement coudée en *C* & en *DE*, en sorte qu'il y ait deux especes de retraites dans lesquelles le limbe de l'Instrument puisse s'engager assés juste. Le bout *F* est taraudé, & reçoit une vis *F'* de même pas que l'écrou, par le moyen de laquelle on serre la piece *AB* contre le limbe, en sorte qu'elle soit invariable dans une situation quelconque qu'on lui donne. Il y a en *G* une poupée taraudée aussi, qui reçoit une vis *HK* assés longue, laquelle étant retenuë dans son écrou en *G*, appuie contre le côté *PL* de la regle de chandelle de la Lunette qu'elle soutient dans une même situation. Si l'on veut élever ou abaisser la Lunette, on tourne la vis *HK* d'un sens ou d'un autre, & si la vis est à l'un ou l'autre de ses bouts dans l'écrou, on change de situation la piece *AB* toute entière, & on l'arrête de nouveau dans cette situation au moyen de la vis *F*.

La Figure 7 représente le profil de cette machine.

## ARTICLE II.

### *De la Vérification de l'Instrument.*

Je fais consister la vérification de l'Instrument en 3 points.

1.° Que les verres de la Lunette, & la Lunette elle-même soient bien centrés.

2.<sup>o</sup> Que les points  $0^{\circ}$  &  $90^{\circ}$  fassent exactement un angle droit au centre, & que l'axe de la Lunette, ou plutôt la ligne de foi soit parallèle au rayon qui passe par le point de la division indiqué par le biseau, ou le cheveu.

3.<sup>o</sup> Que la division entière soit juste, ou qu'on connoisse exactement ses défauts.

#### §. 1. *Centrer les Verres, & la Lunette.*

Centrer un Verre objectif, c'est faire qu'il ait dans tous les points de sa circonférence, une égale épaisseur, ou pour parler plus exactement, que les centres des convexités se trouvent dans la ligne droite prolongée qui détermine la plus grande épaisseur du Verre, ou qui joint les centres des deux surfaces, ou bien enfin que l'axe des convexités soit perpendiculaire au plan qui sépare ces deux mêmes convexités.

Centrer une Lunette, c'est faire que le centre de l'objectif & de l'oculaire, le point d'intersection des filets, & autant qu'il est possible, l'axe du tuyau de la Lunette soient dans une même ligne droite.

Si un objectif n'est pas centré de lui-même, c'est un défaut qu'on ne peut pas lui ôter, sans en recommencer le travail, c'est un défaut néanmoins que j'ai trouvé dans un grand nombre de Verres que j'ai eu occasion d'examiner.

M. Cassini a démontré dans les Mémoires de l'Académie de 1710, la nécessité de centrer le Verre objectif d'une Lunette, ou il a entendu la nécessité de centrer la Lunette elle-même, dans le sens, & suivant la définition que j'en ai donnée : car il est question de faire concourir le foyer de l'objectif avec l'intersection des filets, ce qui pourroit ne pas arriver, quoique l'objectif fut parfaitement centré; & si l'objectif n'est pas centré, cela est impossible.

Ce n'est pas que les objectifs centrés ou non-centrés ne servent presque également dans les Lunettes adaptées aux Instruments, soit qu'elles soient fixes, ou qu'elles se meuvent autour du centre, pourvu que dans leur mouvement, elles restent toujours parallèles à elles-mêmes; car dans ces cas

l'objectif restant toujours dans la même situation, l'erreur produite par le défaut de centrage ne fait rien, parce qu'elle fait toujours également. Le soin que l'on a de vérifier ces Instruments par le renversement, fait que le point d'intersection des filets par où passe la ligne de foi de la Lunette immobile fait toujours l'angle nécessaire avec un rayon déterminé de l'Instrument, & l'on démontre aisément par la Dioptrique, que quoique le foyer de l'objectif ne tombe pas sur l'intersection des filets, la ligne qui passe par ce point est une véritable ligne de foi, immuable dans toutes les positions de l'Instrument; il ne faut donc que placer l'objectif tel qu'il soit, dans une situation quelconque, & n'y plus toucher dans la suite, il en sera de même d'une autre Lunette en Alhidade qu'on ajoutera à l'Instrument, en la faisant une fois convenir avec la première.

Néanmoins c'est un défaut qu'un objectif non centré; & quand même la vision par un tel Verre n'en seroit pas moins parfaite, il est toujours incommode de ne pouvoir pas déplacer un objectif, sans changer l'économie d'une Lunette: ne pourroit-on donc pas centrer les Verres en les travaillant? Il semble qu'on le peut, sur-tout depuis que M. de la Hire a donné, en 1699, un Mémoire exprès à ce sujet; mais la méthode, très-vraie dans la Théorie, ne paroît pas praticable à des Ouvriers, elle dépend d'apparences trop difficiles à distinguer; cela m'a fait penser à une autre qui me paroît fort simple, & tout-à-fait à la portée des Ouvriers.

Je prends un morceau quelconque de glace, je le travaille & le polis entièrement d'un côté, je l'expose ensuite au Soleil, tout monté sur la molette, & recevant l'image réfléchie sur un plan quelconque (*Fig. 8.*) à la distance du rayon environ, parce que le fond du Verre est supposé plat, je remarque dans cette image un petit espace circulaire, beaucoup plus lumineux que le reste. Si ce point lumineux se trouve au centre de l'image, comme en *C*, c'est une preuve que la plus grande épaisseur du Verre est au centre de la Figure, & en ce cas il faut achever le Verre, en le travaillant de l'autre côté

précisément de la même manière : mais si ce point ne se trouve pas au centre, mais, par exemple en  $F$ , il faut que ce point  $F$  qui marque le point de la plus grande épaisseur devienne aussi le centre de la Figure : pour cela il faut marquer sur ce Verre, le point  $F$  avec un peu de craye ou d'encre, &c. & de ce point, comme centre, décrivant un cercle qui passe par le point de la circonférence le plus proche, qui est aussi toujours le point le plus épais de cette circonférence, je retranche toute la partie  $ABC$  de ce Verre, alors j'ai un nouveau Verre plus petit que le premier, & travaillé d'un côté, de manière que la plus grande épaisseur se trouve au centre de la Figure, ce qui revient au premier cas.

Dans les Figures 9 & 10, qui représentent un morceau de glace, plan circulaire, dont les deux faces opposées peuvent être parallèles, ou non : il est évident que les points  $F$ ,  $I$ , qu'on peut considérer comme réfléchissans le point le plus lumineux de l'image, déterminent la plus grande épaisseur du Verre, le centre de l'image étant en  $Z$  : coupant le Verre suivant le plan circulaire qui passe par  $BD$  &  $HR$ , on aura le Verre  $RHFBDI$ , dont le centre sera dans la ligne de la plus grande épaisseur  $FI$ , & retournant le Verre sur sa molette, on convèxera l'autre face  $RD$ , en commençant par les bords, en sorte que le point  $I$  reste le dernier point éteint de toute cette surface; ce qu'on ne peut pas faire, sans donner à ce côté du Verre la courbure  $PIO$  égale, semblable, & ayant un même rayon que le rayon prolongé de la courbure  $HFG$ . D'où il suit que le Verre sera exactement centré par cette méthode, quelque direction qu'ayent entr'elles les deux surfaces  $HB$ ,  $RD$ . Ce qui est un grand avantage de cette méthode sur les autres, qui demandent que le Verre plan qu'on veut travailler, soit coupé circulairement, & d'égale épaisseur par-tout.

Pour marquer le point  $F$  de la surface du Verre, je me sers d'un petit cercle de carton bien mince, de deux lignes environ de diamètre que je place sur la surface du Verre exposée au Soleil; ce cercle fait une pénombre que l'on pe

très-aisément faire convenir avec le petit cercle lumineux qui s'en paroît pas affoibli : le centre de ce cercle est percé d'un trou fort fin, par lequel on fait passer un peu de poudre noire, & ôtant le petit cercle de dessus le Verre, on trouve le point *F* tout marqué. On le peut faire encore d'une autre manière; pour trouver le point *I*, je renverse le Verre, de sorte que la surface *RID'* soit du côté de l'œil, & voyant le point *F* au travers du Verre, & par un petit tuyau qui porte deux fils à angles droits pour éviter la parallaxe, je marque le point *I* qui lui répond dans l'autre surface.

Cette méthode de centrer les objectifs ne paroîtra peut-être qu'un Commentaire de la 45<sup>me</sup> proposition des *Fragmens de Dioptrique* de M. Picard, où j'ai trouvé l'idée de ma méthode, quelque temps après l'avoir écrite; mais quand on se la regarderoit que sur ce pied, je serai toujours satisfait, survû qu'elle réussisse dans la pratique, ce dont je ne doute point, soit à cause de sa simplicité, soit parce que les Ouvriers qui je l'ai expliquée n'y trouvent aucune difficulté par rapport à leur travail. Jusqu'à présent ils n'ont eu aucune méthode pour centrer leurs Verres, c'est ce qui fait qu'il est extrêmement rare d'en trouver qui le soient.

Cela m'avoit engagé en examinant cette matière, de chercher si l'on ne pourroit pas éviter de les centrer exactement.

Je crus d'abord qu'il suffisoit de faire des objectifs, plan-convexes, parce qu'il me parut très-aisé de faire dans ces sortes de Verres, que le centre de la convexité fût précisément dans la ligne de la plus grande épaisseur, pourvû que l'on usât le côté plat du Verre jusqu'à la rencontre du côté convexe, & c'est ce qui fait que les oculaires sont toujours bien centrés. Par un tel Verre deviendra toujours un segment de Sphère qui satisfera à la question; mais par-là les Verres deviendroient ou d'une grandeur excessive, ou si minces qu'ils ne pourroient être d'aucun usage. Si l'on calcule l'épaisseur d'un plan-convexe de 10 pieds seulement de rayon pour faire un objectif de 20 pieds de foyer, & que l'on donne à ce Verre 4 pouces.

*Mem. 1731.*

D d

*Recueil de l'Académie, tome VI, page 622.*

d'étendue, on trouvera pour l'arc de la convexité  $1^{\circ} 54' 35''$  environ, & pour le sinus versé de la moitié de cet arc, qui est la plus grande épaisseur de ce Verre, on trouvera un peu moins d'une ligne; d'où il paroît que ces sortes de Verres travaillés de la manière que je viens de dire, ne peuvent être d'usage au de-là de 4 ou 5 pieds de rayon, ou de 8 ou 10 pieds de foyer, encore faudroit-il leur donner plus de 4 pouces de grandeur.

Ayant donc un objectif bien centré, il ne reste plus qu'à le mettre dans le tuyau de la Lunette, de manière que la Lunette elle-même soit centrée.

Pour cet effet, ayant placé dans le tuyau deux filets à angles droits qui se croisent dans l'axe, autant qu'il est possible, on prépare un autre petit tuyau qui puisse entrer exactement dans celui de la Lunette, à l'extrémité de ce tuyau, on soude une plaque ronde ou carrée, évidée de même que le tuyau qui la porte; sur cette plaque, il y a trois tourniquets dans lesquels on loge l'objectif, & qui servent à le retenir. On fait entrer le petit tuyau dans le grand, & ajoutant un oculaire à la Lunette montée ainsi, on la dirige à quelque objet éloigné que l'on place à l'intersection des filets. Alors conservant la Lunette dans la même position, on fait tourner sur lui-même le petit tuyau qui porte l'objectif, & si l'objet vû par la Lunette ne change pas de situation, c'est-à-dire, demeure toujours à l'intersection des filets, dans ce mouvement de l'objectif, c'est une preuve que la Lunette ainsi montée est exactement centrée; si elle ne l'est pas, on verra cet objet changer de situation, & décrire un cercle plus ou moins grand, dont un des filets sera une tangente. En ce cas on fera mouvoir l'objectif sur les tourniquets, parallèlement à lui-même vers le côté où est le centre du cercle qu'on a observé, & de la quantité du demi-diamètre de ce cercle : on arrêtera de nouveau l'objectif dans cette situation, & on recommencera la même opération, jusqu'à ce qu'on remarque que l'objet mis sur l'intersection des filets ne change

Figure 11.

oint de place, en faisant faire une révolution entière au tuyau qui porte l'objectif. C'est dans cette situation que ce Verre doit être fixé, & l'on pourra fonder sur la plaque, des diaphragmes ou des cercles de chan qui serviront à loger le verre, & à le retenir dans la même situation.

2. *De l'Angle droit de l'Instrument, & du parallélisme de la ligne de foi de la Lunette avec le rayon.*

Il est aisé dans un Quart de Cercle ordinaire, monté sur un pied, de vérifier l'angle droit, il ne faut pour cela que deux opérations; par le renversement on place la ligne de foi de la Lunette perpendiculaire au cheveu qui pend du centre sur zéro, & par la vérification au Zénith, on connoît si cette ligne de foi est parallèle au rayon qui passe par  $90^\circ$ , on connoît donc si les points  $0^\circ$  &  $90^\circ$  sont éloignés entre eux du quart de la circonférence.

Il n'en est pas de même dans ceux que l'on destine à être portés; comme ils n'ont point de pied, ces opérations ne se peuvent faire. Il me semble qu'on n'a eu jusqu'à présent qu'une seule méthode de vérifier, & de poser ces sortes d'Instruments, qui consiste à les comparer à un autre Quart de Cercle mobile, dont on suppose la division bonne ou connue; mais il est clair que cela ne satisfait pas. Voici la méthode que j'emploie.

Dans le Quart de Cercle fixe, la Lunette tourne autour du centre, comme l'Alhidade dans les autres, & le biseau du cheveu qu'elle porte par son mouvement le long du limbe, indique l'angle de la ligne de foi de la Lunette, & du rayon qui passe par le premier point de division, tel est du moins le but de la construction; mais pour cela il faut que la ligne de foi de la Lunette soit parallèle au rayon mené au point de la circonférence qui est coupé par le biseau, ou par le cheveu. Pour cet effet, je mets le Quart de Cercle sur une longue table horizontale, la division tournée en enhaut; je pointe la Lunette à un objet remarquable & éloigné, & je fais

répondre cet objet à l'intersection des filets, je fais aussi en sorte que le biseau, ou le cheveu qui marque les degrés, tombe précisément sur  $0^\circ$ ; l'Instrument étant dans cette situation immobile, j'ôte la Lunette, & je mets le centre de l'Instrument qui est le même dont on s'est servi dans sa construction; je tends un cheveu le plus long qu'il est possible que j'appuie sur deux supports placés de part & d'autre de l'Instrument, & je fais en sorte, en plaçant ces supports, que le cheveu passe exactement par le centre, & par le point  $0^\circ$ ; j'ôte ensuite le cheveu, & laissant les supports dans la même situation, je renverse l'Instrument, en sorte que la division regarde en embas, & que le centre & le point  $0^\circ$  soient précisément dans la même direction qu'ils avoient auparavant, c'est-à-dire, soient encore coupés par le cheveu tendu de nouveau; il faut aussi dans l'une & l'autre opération que le cheveu passe très-près du limbe & du centre, afin d'éviter la parallaxe, d'où il suit que lorsqu'on renverse l'Instrument, qui dans la première opération posoit sur ses regles de chan, on doit l'élever avec des cales d'une hauteur convenable, qui portent sous les regles de plat, de manière qu'il soit dans un même plan, devant & après le renversement.

Par-là il est évident qu'on a fait faire à tout l'Instrument une demi-révolution sur le rayon qui passe par  $0^\circ$ , & une droite quelconque qui n'auroit pas différé de ce rayon, ou qui en étant éloignée d'une certaine quantité lui auroit été parallèle dans la première position, cette droite, dis-je, n'en diffèrera pas, ou lui sera parallèle, & en sera éloignée de la même quantité dans la seconde; & puisque dans la première position, la ligne de foi de la Lunette répondant à un certain objet, marquoit  $0^\circ$  sur le limbe, si cette ligne est parallèle au rayon qui passe par  $0^\circ$ , en remettant la Lunette après le renversement, & la fixant au même objet, elle doit tomber encore sur  $0^\circ$ , & si cela n'arrive pas, la quantité dont elle en sera éloignée est le double de la différence, ou de l'erreur de l'Instrument.



Soit (*Fig. 12.*) un Quart de Cercle  $ACD$  posé horizontalement,  $BP$  la ligne de foi de la Lunette qui peut tourner autour du centre  $C$ , &  $FDP$  l'index de la division qui représente ici le biseau. La ligne de foi  $PB$  étant dirigée vers un objet  $O$  fort éloigné, soit l'extrémité  $D$  de l'index sur le point  $0^\circ$  de l'Instrument : Soit aussi  $BE$  parallèle à  $CD$ , menée par le point  $B$ , où la ligne de foi rencontre le rayon  $AC$  prolongé. Si la ligne de foi  $BP$  étoit parallèle au rayon  $CD$ , cette ligne ne différeroit pas de la ligne  $BE$ .

Maintenant si l'on fait tourner le Quart de Cercle, ou plutôt toute la superficie  $ACP$  sur le rayon  $CD$ , de manière qu'elle fasse une demi-révolution, le point  $A$  tombera en  $\alpha$ , le point  $B$  en  $\beta$ , & la ligne de foi  $BP$  sera représentée par  $b\pi$ , & le point  $D$  n'ayant pas changé de place, cette ligne se sera plus dirigée au même objet  $O$  qu'auparavant, mais à un autre objet  $\omega$  fort éloigné du premier. Pour retrouver l'objet  $O$ , il faut placer cette ligne de foi en  $p\beta$ , dans une situation parallèle à  $PB$ ; car on suppose l'objet  $O$  très-éloigné, & dans ce cas le point  $D$  de l'index sera transféré en  $\Delta$  par tout l'arc  $D\Delta$ , dont la moitié  $DR$  est l'erreur de l'Instrument.

On corrigera l'erreur en cette sorte, remettant la Lunette comme dans la première opération en  $BP$ , le bord du biseau tombera en  $D$ . On desserrera les vis qui le retiennent dans cette position (*Fig. 13.*), on le fera avancer du côté du point  $R$ , & on l'y arrêtera en serrant les vis, de manière que remettant ensuite ce point  $D$  sur  $0^\circ$ , & la Lunette étant par conséquent en  $BE$  (*Fig. 12.*), non-seulement le point  $0^\circ$  d'en bas, mais aussi celui d'en haut de la division, & toute la partie du rayon qui passe par  $0^\circ$ , & qui est tracée sur le limbe, soit en même temps cachée par le bord du biseau, ou par le cheveu si c'en est un.

Pour vérifier maintenant l'angle droit de l'Instrument, c'est-à-dire, pour savoir si les points  $0^\circ$  &  $90^\circ$  sont précisément éloignés l'un de l'autre d'un quart de la circonférence, il n'y a

qu'à faire la même opération pour le point de  $90^\circ$ , que celle qu'on vient de faire pour le point de  $0^\circ$ , après néanmoins qu'on aura mis la ligne de foi de la Lunette dans une situation parallèle au rayon; ou, si l'on veut, voici la méthode que j'ai encore employée. Je place le Quart de Cercle comme ci-devant en  $ACD$  (Fig. 12.) horizontalement, & la Lunette étant en  $BE$ , & l'index sur le point  $0^\circ$ , je remarque l'objet qui répond à l'intersection des filets; alors j'ôte la Lunette; & je tends, comme j'ai déjà fait, un cheveu le plus long qu'il est possible, que je fais passer précisément par le point  $A$  de  $90^\circ$ , & par le centre  $C$  de l'Instrument. Je laisse les supports du cheveu en cet état, & je renverse l'Instrument en  $DCa$  avec les mêmes précautions que j'ai indiquées dans l'opération précédente, la Lunette étant en  $B$  pointée au même objet, il est évident que si le point  $A$  est éloigné du point  $D$  d'un quart de la circonférence, par la demi-révolution, il sera porté au point  $a$  dans la ligne  $AC$  prolongée. Je retends donc de nouveau le cheveu sur ces supports; & si les points  $C$  &  $a$  se trouvent dans la direction, l'angle de l'Instrument est exactement droit. Si le cheveu ne passe pas par le point  $a$ , il passera par un autre point du limbe divisé, qui sera éloigné du point  $a$  du double de l'erreur, dont l'angle  $ACD$  sera moindre qu'un droit, si le point  $a$  du limbe tombe entre le cheveu & le point  $D$ , & plus grand s'il tombe au de-là du cheveu, par rapport à ce point  $D$ .

Telle est la méthode dont il me semble que les Ouvriers pourront se servir avec succès, pour placer le point  $A$  qui soit à  $90$  degrés du commencement de la division. Il ne faut que la pratiquer dans un lieu d'où l'on découvre un objet très-éloigné, & tel que sa distance soit comme infinie, par rapport au diamètre  $B\beta$  de la platine du centre: car l'Instrument étant achevé, si l'angle droit n'est pas exact, on ne sçauroit le corriger, & l'erreur influë diversément sur toutes les autres portions du limbe: on ne peut qu'y avoir égard, par des Tables de réduction qui sont toujours fort incommodes.

Dans ces opérations j'ai pointé à des objets éloignés de plus de 4000 toises, & je tendois des cheveux de 12 & 15 pieds de long, chargés de poids assez considérables.

Si dans la première Figure, on fait que le centre de l'Instrument soit marqué sur la platine, les opérations que je viens de décrire se feront avec moins d'embarras, parce qu'on ne sera pas obligé d'ôter la Lunette pour placer le centre; un Ouvrier intelligent sera en état de l'exécuter, & de prévenir quelques difficultés que cette construction pourroit produire.

### S. 3. Examiner la Division entière du Limbe de l'Instrument.

La certitude des Observations dépend presque toute de cet examen, rien néanmoins n'est si négligé. Il est vrai que l'opération est longue & pénible, mais le fût-elle encore beaucoup plus, on ne doit en aucune façon s'en dispenser.

Voici, si je ne me trompe, la méthode la plus facile, & peut-être la seule, de faire cet examen avec précision. Je vais le décrire, telle que je l'ai employée pour le Quart de Cercle dont je me sers, parce qu'elle est la même pour tous les autres.

Outre les transversales qui divisent cet Instrument de minutes en minutes, il y a un cercle séparé, divisé par points le 10 en 10 minutes. Je n'ai examiné que la position de ces points, qui suffisent avec le Micrometre pour diviser tout le limbe en parties très-petites, ainsi qu'il a été dit.

Je plaçai le Quart de Cercle horizontalement sur une grande table solide, le limbe tourné en en haut, & dans une longue avenue qui borde la Maison où je demeure, je mesurai une distance de 421 pieds 10 pouces, depuis le centre de l'Instrument. Je plaçai à l'extrémité de cette distance une mire fixe, & de niveau avec la Lunette de l'Instrument. La tangente de 10 min. étant à cette distance de 14 pouc. 9 lign. je plaçai une autre mire éloignée horizontalement de la première de 14 pouc. 9 lign. Cette seconde mire pouvoit s'approcher ou s'éloigner de la première le long d'une coulisse

dont le bord étoit divisé en lignes depuis l'autre mire. L'opération se faisoit de cette manière.

Je plaçois le biseau de la Lunette sur  $0^{\circ}$  du limbe, & je tournois l'Instrument jusqu'à ce que la section des filets répondit juste à la mire fixe, faisant ensuite tourner la Lunette autour du centre, j'avançois le biseau à  $0^{\circ} 10'$ , & regardant par la Lunette, je faisois approcher ou éloigner la mire mobile de la fixe jusqu'à ce qu'elle me parût exactement à la section des filets, ce qui se faisoit par des signaux dont on étoit convenu. Quand cela étoit ainsi, on écrivoit la distance observée entre les mires, qui répondoit à l'intervalle entre  $0^{\circ}$  &  $0^{\circ} 10'$ . Je laissois après cela la Lunette dans la même situation, c'est-à-dire, à  $0^{\circ} 10'$ , & avançant un peu l'Instrument sur la table, je faisois en sorte que la section des filets répondit de nouveau à la mire fixe; y étant, je pouffois la Lunette vers un autre point, en sorte que le biseau marquât  $0^{\circ} 20'$ , on approchoit encore la mire mobile, ou on l'éloignoit de la fixe, jusqu'à ce qu'elle répondit à la section des filets, & on écrivoit toujours la distance à la fixe pour l'intervalle de  $0^{\circ} 10'$  à  $0^{\circ} 20'$ . C'est ainsi qu'en répétant cette opération pour chaque point de la division, j'avois la mesure exacte des intervalles entre les points.

Mais comme je faisois cette opération dans un temps assés froid, & qu'il falloit chaque jour transporter l'Instrument dehors, ce qui étoit accompagné de quelques autres difficultés, je pensai à un second moyen qui fût à peu près semblable, & qui n'eût pas les mêmes inconvénients : pour cet effet je plaçai à une fenêtre éloignée de moi de 114 toises, deux autres mires un peu plus grandes, fixes chacune, & à 2 pieds juste de distance l'une de l'autre.

Je voyois commodément ces mires avec la Lunette du Quart de Cercle posé horisontalement sur une grande table au milieu de mon Cabinet : par ce moyen je ne déplaçois pas l'Instrument, & je pouvois profiter de tous les instants propres à cet examen ; les mires étoient telles que la Fig. 14.  
les

s représente. L'une avoit au dessus de l'anneau noir, un ring de bandes alternativement blanches & noires, de 3 lignes de largeur chacune.

Mettant donc comme ci-devant le biseau de la Lunette sur  $0^{\circ}$ , & la ligne de foi sur la mire simple, je laissois l'Instrument en place, & poussant la Lunette sur  $0^{\circ} 10'$ , je voyois tout d'un coup à quelle division & partie de division le fil vertical répondoit sur la mire divisée, ce que j'écrivois, & ainsi des autres intervalles du limbe; & pour m'assurer davantage de la grandeur de ces différents intervalles, je les mesurois aussi avec le Micrometre : car le fil mobile convenant parfaitement avec l'immobile, lorsque par le transport de la lunette, ces deux fils qui n'en faisoient qu'un, répondoient à une certaine division de la mire, je ramenois le fil mobile vers la mire simple, jusqu'à ce qu'il passât par son centre, & marquois le nombre des parties du Micrometre qui répondoient à cet intervalle : je connoissois donc la tangente de tous les arcs de 10 minutes, pris de suite sur l'Instrument, 1 pouce & en lignes, & en parties du Micrometre; & comparant cette tangente avec celle de 10 minutes justes, à la distance donnée; & les parties du Micrometre observées avec celles d'un angle de 10 minutes, j'avois la différence de chaque intervalle du limbe, à un intervalle de 10 minutes justes, & par conséquent l'erreur de chaque point. Il faut, si l'on veut atteindre à quelque précision, réitérer au moins deux fois le même examen pour chaque point, & recommencer une troisième fois les intervalles que l'on trouve différents par les deux premières.

Ayant trouvé l'erreur de chaque point, on en dresse une Table qui doit être consultée dans toutes les Observations.

A des distances plus grandes, on auroit des intervalles plus grands, mais les filets du Micrometre cacheroient aussi par leur épaisseur un plus grand espace, & par cette raison l'on n'en doit pas espérer plus de précision : il me semble qu'il suffit de prendre une distance médiocre, comme de 100 ou 150 toises.

218 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
Voici une petite Table où toutes ces opérations se trouvent marquées pour le premier degré, depuis 0 jusqu'à 1, ce qui servira d'exemple pour tous les autres.

Positions du limbe de l'instrument.	Basse observée en lignes.	Basse observée en parties du Micrometre.	Angle véritable par les lignes.	Angle véritable par le Micrometre.	Angle moyen.	Valeur de l'Arc total, depuis 0.° jusqu'à chaque point.
0. 10."	285.	569.	0.° 9' 59."	0.° 10' 0."	0.° 9' 59" 45."	0.° 9' 59" 45."
10. 20.	282. $\frac{1}{2}$	563. $\frac{1}{2}$	9. 53. $\frac{1}{2}$	9. 55.	9. 54. 15.	19. 54. 0.
20. 30.	288.	573. $\frac{1}{2}$	10. 5.	10. 5.	10. 5. 0.	29. 59. 0.
30. 40.	287.	571. $\frac{1}{2}$	10. 3.	10. 3. $\frac{1}{2}$	10. 3. 15.	40. 2. 1
40. 50.	283. $\frac{1}{4}$	566.	9. 56.	9. 57.	9. 56. 30.	49. 58. 1
50. 60.	284. $\frac{3}{4}$	567.	9. 57.	9. 58.	9. 57. 30.	59. 56.
1.° 0.						

### ARTICLE III.

#### De la position de l'Instrument.

La position de l'Instrument demande trois choses.  
1.° Que son limbe & son centre soient exacts le plan du Méridien.

2.° Que le point de 90° du Limbe soit dans le plan du Méridien.

3.° Qu'il soit invariable dans cette position.

I. Pour placer l'Instrument après toutes les vérifications qui passent par le centre.  
il faut le mettre d'abord sur ses mutules; les & portent deux écrous, l'un se met derrière l'autre en devant, de manière que le Quart arrêté, & pour ainsi dire, saisi entre ces deux peut s'approcher ni s'éloigner du Mur auquel on le laisse en cet état.

On observera avec un Quart de Cercle mobile quelconque, des hauteurs correspondantes de plusieurs Étoiles qui ont des déclinaisons différentes. On aura, par ce moyen, le temps de leur passage par le Méridien. On observera aussi le même jour le passage de ces Étoiles par le filet vertical de la Lunette du Quart de Cercle fixe; cette heure comparée avec celle qui résulte des hauteurs correspondantes, donnera en temps la déclinaison du degré du Limbe de l'Instrument à la hauteur duquel l'Étoile aura passé par le Méridien. Si donc dans une même nuit, on observe trois ou quatre Étoiles qui aient depuis 15 jusqu'à 80 degrés de hauteur méridienne, on aura la distance de trois ou quatre points du Limbe au Méridien, en différents degrés; & par le moyen des écrous que l'on desserrera, on donnera à l'Instrument une nouvelle position, conforme à ce que les Observations demanderont; on l'arrêtera dans cette situation, en remarquant, s'il se peut, le chemin qu'on lui aura fait faire, afin de pouvoir se régler dans une autre occasion. On recommencera les mêmes Observations pour examiner la nouvelle position de l'Instrument, & si elle n'est pas exacte, on la corrigera comme la première, & ainsi de suite jusqu'à ce que par un grand nombre d'Observations répétées, le passage des Étoiles par la Lunette se fasse à l'heure trouvée par les correspondantes.

On aura toujours soin dans chaque position de l'Instrument, résultante des corrections qu'on fera, de serrer les deux écrous de chaque mutule, comme si cette position étoit absolument exacte, & ne devoit plus être changée, mais en les serrant, il ne faut pas les forcer trop, de peur de voiler l'Instrument.

II. Quand on sera sûr que l'Instrument est exactement dans le plan du Méridien; on suspendra du centre, le cheveu chargé de son plomb, & on remarquera s'il passe par 90°; si cela n'arrive pas, on l'y fera passer, en limant un peu de l'intérieur de deux tenons, en sorte qu'il tourne, pour ainsi dire, sur le troisième; ce qu'il faut faire avec toute la précision possible, puisque toute l'économie de la division dépend de

la position exacte du point de  $90^\circ$  dans le vertical du centre. Je demande aussi que cette opération ne se fasse qu'après que l'Instrument aura été exactement placé dans le plan du Méridien : car si celle-ci se faisoit la dernière, on dérangerait inmanquablement le point de  $90^\circ$ , & il faudroit toujours le vérifier après, ou il pourroit se faire qu'on auroit limé les tenons d'un côté opposé à celui qu'il auroit fallu limer. Au lieu que si l'Instrument est exactement dans le plan du Méridien, les écrous de derrière le retiendront toujours dans cette position, & on pourra le faire tourner sur une de ses mutules, sans l'en déranger. Ce qu'il faudra cependant vérifier encore après que le point de  $90^\circ$  aura été posé exactement dans la perpendiculaire du centre.

Il suit de-là que l'on aura dans les Observations, les vraies hauteurs méridiennes apparentes, puisque le point de  $90^\circ$ , étant dans la verticale du centre, on connoît par les vérifications de l'Art. II. les véritables arcs compris entre ce point de  $90^\circ$  & tous les autres points du Limbe.

III. On ne peut pas se promettre qu'un Instrument ainsi placé, reste toujours précisément dans la même situation : car quand il seroit lui-même immobile, par rapport à ses mutules, le Mur auquel on le fixe, travaille presque toujours : le seul remède est de vérifier ces sortes d'Instruments très-souvent, une fois, par exemple, chaque mois, & s'il se dérange de sa première position, on pourra toujours l'y remettre, si l'on veut, ou bien tenir compte de l'erreur.

Si l'Instrument placé peut porter son centre au milieu de la platine qui tient à la Lunette, ou en quelque endroit à côté, on aura la commodité de vérifier toutes les fois qu'on voudra, si le point de  $90^\circ$  s'écarte de la verticale du centre ; on peut aussi s'en assurer de cette manière. L'Instrument étant exactement placé, on mettra la ligne de foi de la Lunette horizontalement, sans égard à la position bonne ou mauvaise du point 0 de la division ; & on remarquera un point dans l'horison où les filets paroissent se couper ; si cela se peut, on y fixera un repaire ; comme une pierre scellée, si



on rencontre quelque mur, &c. ou un picu solide avec une nire, &c. Ce point servira encore à remettre les filets dans le même état, si ceux qui y sont se dérangoient, ou venoient à se rompre dans la suite.

Mais parce que dans ce cas d'un repaire fixe à l'horison; on a à craindre les grandes variations des refractions horisontales, & que tous les Astronomes conviendront, je crois; de la précision avec laquelle on peut juger d'un cheveu à plomb qui bat librement sur un point, j'ajouterai ici la manière que j'ai pratiquée au mien, auquel le centre n'est pas marqué sur la platine : & cette manière me paroît d'autant plus utile qu'il n'est pas absolument fort aisé de conserver un centre avec son aiguille aux Instruments verticaux à Alhidade.

J'ai attaché en un endroit *P* (*Fig. 1.*) de l'Instrument, une double équerre de fer, avec des vis qui l'assujettissent à une des barres de la carcasse, & à la regle de chan de cette barre. Le bord de l'extrémité saillante de cette double équerre est dans le plan du Limbe, j'y ai suspendu un cheveu garni de son plomb, qui passe par une petite rainure faite à cette équerre. Ce cheveu ainsi suspendu bat exactement sur le point de  $81^{\circ}$  du Limbe de mon Quart de Cercle. Par ce moyen, je connoîtrai toujours la variation verticale de l'Instrument : car si l'Instrument varie sur ses supports, cet aplomb représenté par *PR* (*Fig. 15. & 16.*) & celui qu'on imagine passer par le centre *C* de l'Instrument, varieront aussi par rapport au point *A* de la division que je suppose être celui de  $90$  degrés. Mais la variation de ces deux aplombs ne sera pas la même, à cause que le point *P* n'est pas au centre de la division, & comme il n'y a que celle de l'aplomb *PR* qu'on puisse observer, il en faut déduire celle de l'autre *CA*.

Pour cela, l'Instrument étant placé, de manière que *CA* tombe sur  $90^{\circ}$ , & *PR* sur  $81$ , par exemple, on connoît l'angle  $ACR =$  l'arc *AR* de  $9^{\circ}$ . Mais dans le triangle *CPR*, on connoît *CR* rayon de l'Instrument, & *CP* distance du centre *C* au point de suspension *P*, qu'on peut mesurer avec toute la précision possible ; on connoît enfin l'angle

222 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 $CRP = ACR$ , donc on connoitra l'angle  $PC$ .  
 conséquent  $PCA$ .

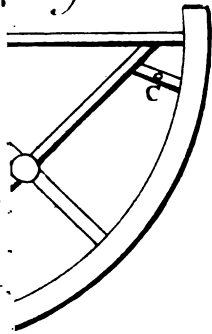
Soit maintenant une autre situation de l'Instrument d'une variation quelconque, en sorte que du point  $P$  passe par le point  $O$  du Limbe, dont on la distance au point  $A$  de  $90^\circ$ . Si dans cet état, c l'aplomb du centre  $C$ , il passeroit par un point  $B$  qui & la variation de l'Instrument seroit égale à l'arc connoît l'angle  $ACO =$  l'arc  $AO$ , ôtant cet angle  $ACP$  connu ci-devant, il restera l'angle  $OCP$ . ( quoi dans le triangle  $OCP$ , connoissant  $CP$ ,  $CO$ , compris  $PCO$ , on connoitra l'angle  $POC$ ; mais est égal à l'angle  $BCO$ , ou à l'arc  $BO$ , lequel étant à l'arc  $OA$ , leur différence  $AO - BO$ , quand de l'aplomb  $PR$  au point  $A$  est augmentée par la ou  $BO - AO$ , quand cette distance est diminuée toujours l'arc  $AB$  que l'on cherche.

Un tel Instrument doit être à couvert, & placé d qu'on y puisse observer des Etoiles qui passeroient Zénith. C'est une incommodité dans ceux de l'Observatoire où l'on ne peut, à cause des Corniches qui ont une hauteur considérable, pointer du dedans des Tours, qu'à des degrés près du Zénith.

On doit couvrir l'extrémité des mutules, & les en les enveloppant avec quelque morceaux d'Etoiles de papier par dessus, tant pour les garantir de la rouille pour empêcher qu'on n'y touche, & qu'on ne puisse déranger l'Instrument qui coûte tant de temps & à fixer d'une manière satisfaisante.



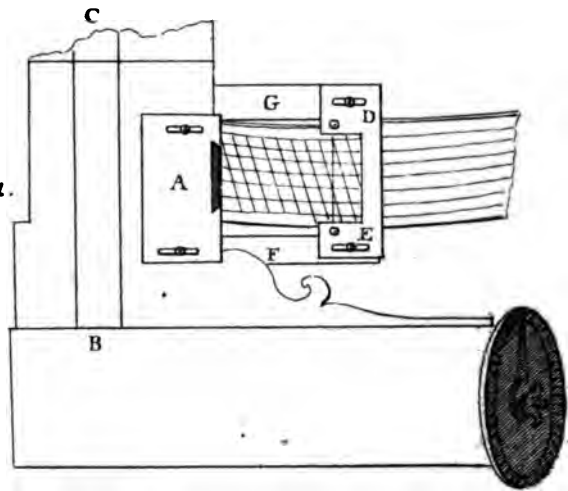
*Fig. 1.*



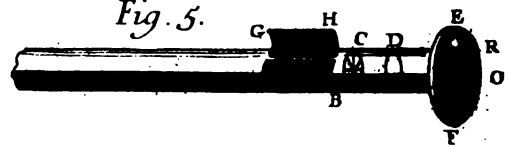
*Fig. 2.*



*Fig. 4.*



*Fig. 5.*



*Fig. 7.*

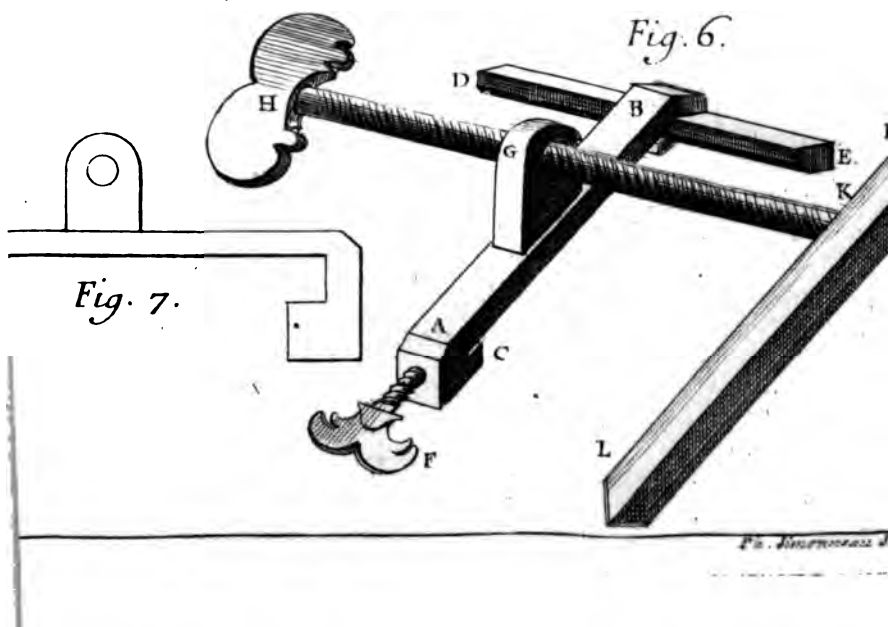




Fig. 2.

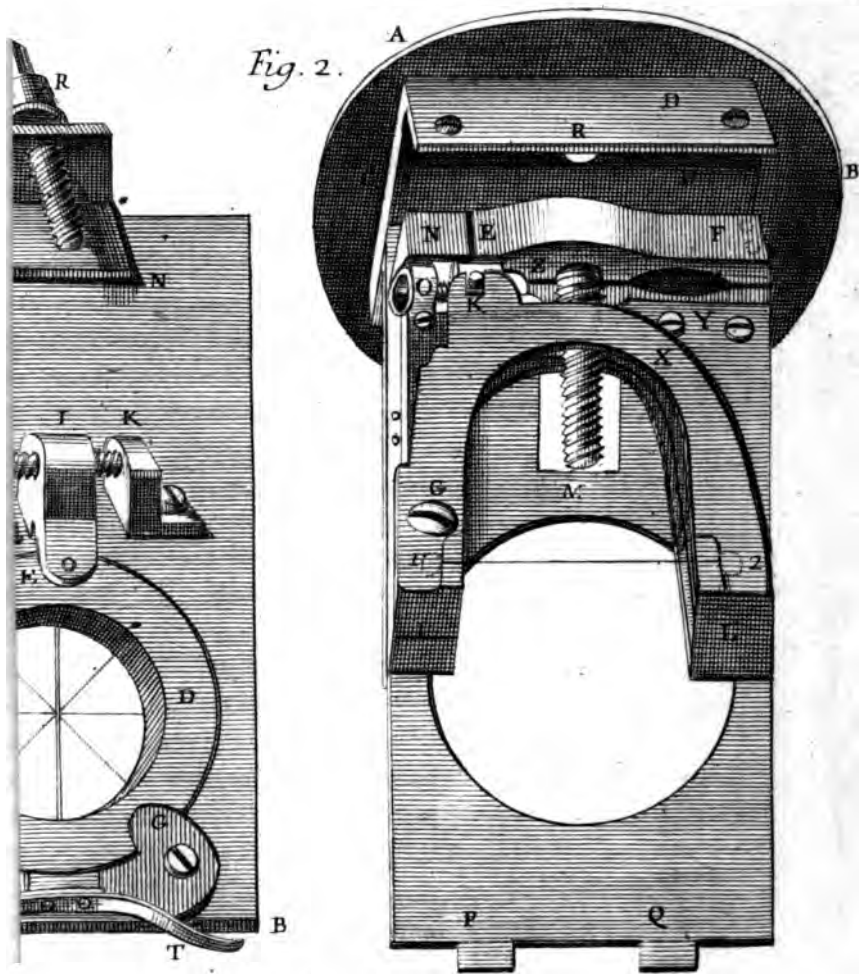
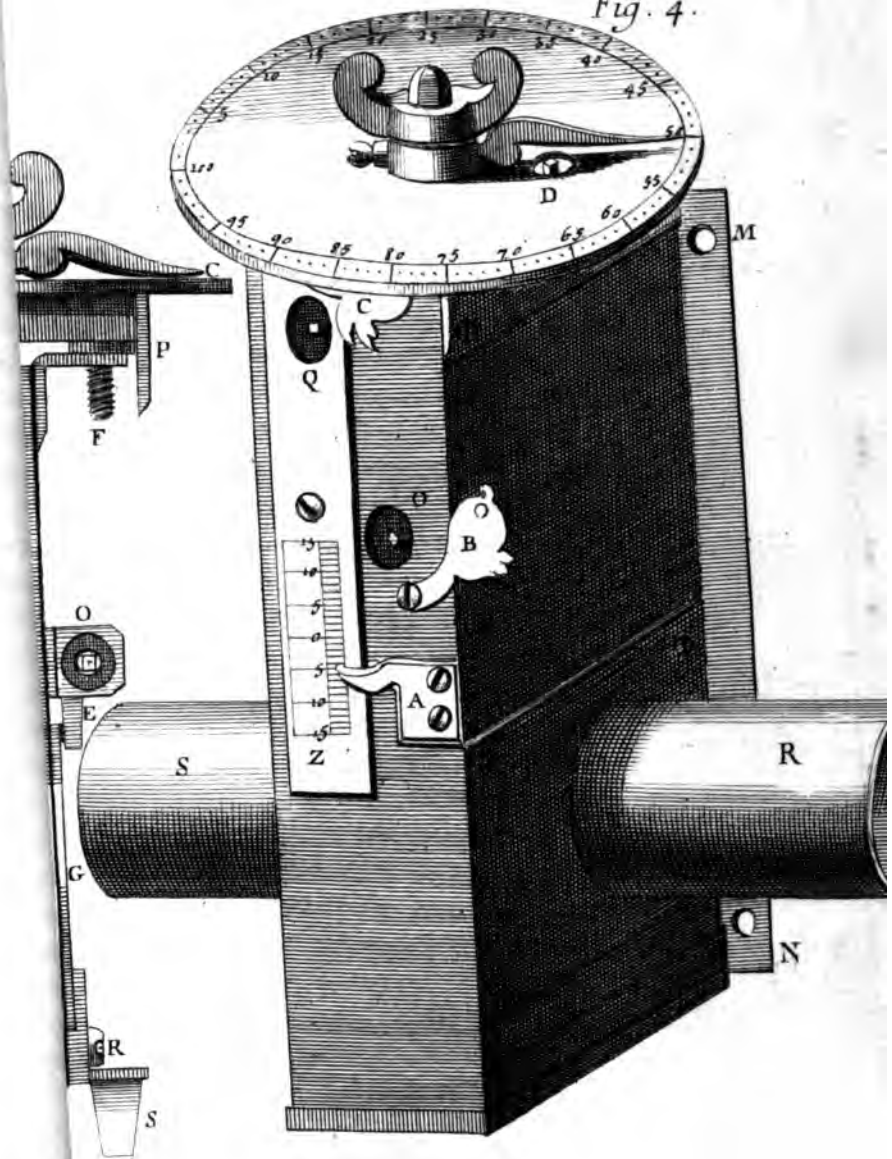




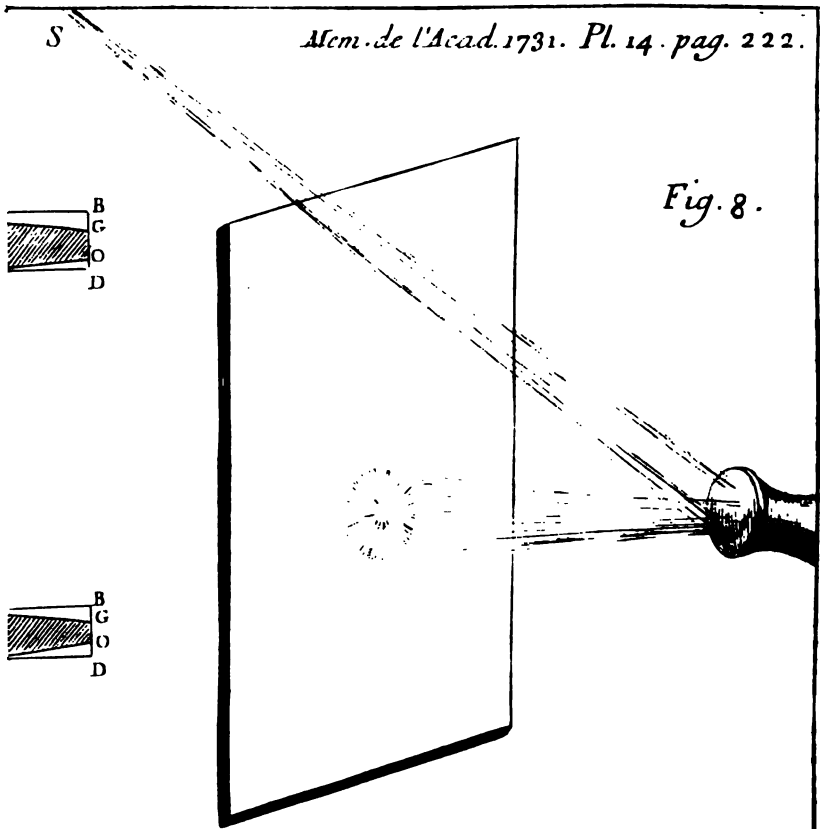
Fig. 4.



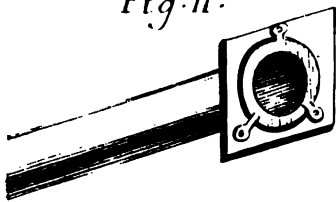




*Fig. 8.*



*Fig. 11.*





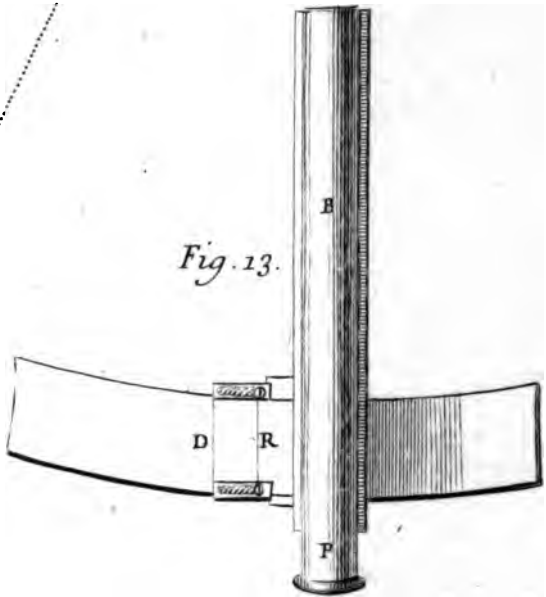
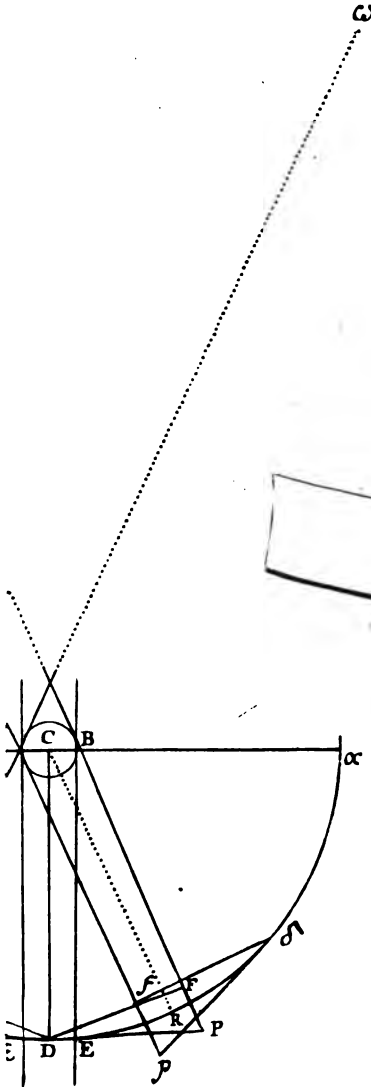


Fig. 14.

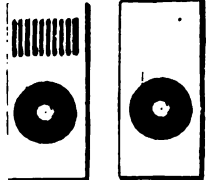


Fig. 15.

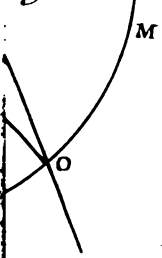
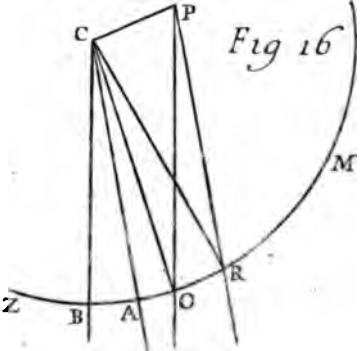


Fig 16





---

*EXPERIENCES  
UR LES SCORPIONS.*

Par M. DE MAUPERTUIS.

J'AI vû à Montpellier deux especes de Scorpions, l'une se trouve assés communément dans les Maisons, l'autre bite la Campagne. Les premiers sont beaucoup plus petits que les derniers, leur couleur est celle du Café brûlé, je n'ai aucune expérience sur les Scorpions de cette espece.

Les Scorpions qui habitent la Campagne peuvent avoir, étendus, la longueur de deux pouces, & sont d'un blanc tirant sur le jaune. Ils se trouvent en si grande quantité vers un Village appelé Souvignargues, à 5 lieues de Montpellier, que les Païsans en font une espece de petit commerce. On les cherche sous les pierres, & les vont vendre aux Apothicaires des Villes voisines, qui les croient utiles pour quelques compositions contre la picqueure du Scorpion.

C'est cette espece que j'ai examinée. La première de mes Expériences fut de faire picquer un Chien, qui reçût trois ou quatre coups de l'aiguillon d'un Scorpion irrité, à la partie du Ventre qui est sans poil.

Une heure après il devint très-enflé & chancelant, il dit tout ce qu'il avoit dans l'estomac & dans les intestins; continua pendant trois heures de vomir de temps en temps une espece de bave visqueuse; son ventre qui étoit fort tendu diminuoit après chaque vomissement, cependant il recommençoit bien-tôt de s'enfler, & quand il l'étoit à un certain point, il revomissoit encore; ces alternatives d'enflure & de diminution durèrent environ 3 heures; ensuite les convulsions le prirent, il mordit la terre, se traîna sur les pattes de devant, enfin mourut 5 heures après avoir été picqué.

Il n'avoit aucune enflure à la partie picquée, comme

224 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 ont les Animaux picqués par les Abeilles ou les Guespes;  
 l'enflure étoit générale, & l'on voyoit seulement à l'endroit  
 de chaque piqueure un petit point rouge qui n'étoit que le  
 trou qu'avoit fait l'aiguillon, rempli de sang extravasé. J'ai  
 observé la même chose sur tous les Animaux que j'ai fait  
 picquer par le Scorpion, & n'ai jamais vû que la piqueure  
 fit élever la peau.

Quelques jours après je fis picquer un autre Chien cinq  
 ou six fois, au même endroit que le premier; 4 heures s'étant  
 écoulées, sans qu'il parût malade, je fis réitérer les piqueures;  
 mais quoique plusieurs Scorpions irrités le picquaissent dix  
 ou douze fois, & enfonçaissent leur aiguillon si avant qu'ils  
 y demeuroient attachés, le Chien jetta seulement quelques  
 cris pendant les piqueures, mais il ne se ressentit en aucune  
 manière du venin; il but & mangea de grand appetit, &  
 comme il étoit fort éloigné de donner aucun signe de mort,  
 je le remis en liberté. C'étoit un Chien du voisinage, & il  
 fit si peu de cas du péril qu'il avoit couru, que comme il  
 avoit été mieux nourri chés moi, qu'il n'avoit coûtume de  
 l'être chés son Maître, il y revenoit souvent s'offrir à de  
 nouvelles expériences.

Je crus que mes Scorpions pouvoient avoir épuisé leur  
 venin, j'en fis venir de nouveaux de Souvignargues; je fis  
 picquer sept autres Chiens, & malgré toute la fureur, &  
 tous les coups des Scorpions, aucun Chien ne souffrit le  
 moindre accident.

Enfin je répétai l'expérience sur trois Poulets que je fis  
 picquer sous l'aîle & sur la poitrine, mais aucun ne donna  
 le moindre signe de maladie.

De toutes ces expériences, il est aisé de conclurre que  
 quoique la piqueure du Scorpion soit quelquefois mortelle,  
 elle ne l'est cependant que rarement. Elle aura besoin pour  
 cela du concours de certaines circonstances qu'il seroit difficile  
 de déterminer; la qualité des vaisseaux que rencontre l'ai-  
 guillon, les aliments qu'aura mangé le Scorpion, une trop  
 grande diète qu'il aura soufferte, peuvent contribuer ou  
 s'opposer

s'opposer aux effets de la picqueure : peut-être la liqueur empoisonnée ne coule-t-elle pas toutes les fois que le Scorpion picque, &c.

M. Redi remarque que les Viperes n'ont qu'une certaine quantité de venin, laquelle étant une fois épuisée par l'emploi que ces Animaux en ont fait, a besoin d'un certain temps pour être réparée. Qu'ainsi après avoir fait mordre & picquer plusieurs Animaux par des Viperes, dont la blessure est extrêmement dangereuse, les derniers ne mouroient plus, & les Viperes ne recommençoient d'être venimeuses que quelques jours après.

Mais je ne sçauois attribuer à cette cause le peu d'effet du venin de mes Scorpions; les derniers étoient nouvellement pris, & n'avoient fait aucune dissipation de leurs forces.

Je me servis aussi de mâles & de femelles pour mes expériences; ainsi on ne peut s'en prendre à la différence de sexe pour expliquer la variété des effets qui suivirent la picqueure.

C'est peut-être le peu de malignité de ces Scorpions qui aura mis en crédit certains contre-poisons dont on se sert en Languedoc. On noye des Scorpions dans l'Huile, qu'on garde après comme un remede assuré, étant appliqué sur la partie picquée.

On croit encore qu'en écrasant le Scorpion sur la partie, on prévient les mauvais effets de sa picqueure. Mais je suis fort tenté de croire que tous ces antidotes ne doivent leur vertu qu'au peu d'efficace du poison.

Quelqu'un peut-être aura été picqué d'un Scorpion, il aura peut-être même senti des maux de cœur & des défaillances; il aura eu recours à l'Huile ou au Scorpion écrasé; la confiance aura guéri les maux qu'avoit fait la crainte, & il aura crû ne devoir sa conservation qu'au prétendu remede.

Mais puisque de plusieurs Animaux picqués, auxquels on n'a fait aucun de ces remedes, il n'en est mort qu'un; il y a grande apparence que ceux qui après avoir été picqués se

226 MEMOIRES DE L'ACADEMIE  
sont servi de ces antidotes, n'ont été guéris que  
n'étoient point empoisonnés.

On m'avoit souvent rapporté un fait singulier sur ce prétendu contre-poison. On m'assûroit qu'une Souris ayant été renfermée dans une bouteille avec un Scorpion, le Scorpion la picqua, & la picqueuse fut bien-tôt suivie de la mort; mais une autre Souris ayant été remise dans la bouteille, & picquée comme la première, elle devora son ennemi, & fut assés heureuse pour se vanger, & se guérir en même temps; on regardoit ce fait comme constant, & la Souris comme inspirée de la Nature pour connoître le remède à son mal.

Je mis donc dans une bouteille, une Souris avec trois Scorpions. Elle reçût bien-tôt plusieurs piqueures qui la firent crier; elle prit alors le parti de se défendre, & à coups de dents tua les trois Scorpions; mais elle ne mangea d'aucun, & ne les mordit que comme elle eût fait tout autre Animal qui l'eût blessée; je l'observai ensuite, & elle ne donna pas la moindre marque de maladie jusqu'au lendemain que je lui fis subir un autre genre de mort.

Il suit de cette expérience & des précédentes, que dans l'histoire qu'on me rapportoit, si elle est vraie, la première Souris avoit reçu une picqueuse mortelle; que la seconde ne reçût plus que des picqueures inefficaces, soit parce que le Scorpion s'étoit épuisé sur la première, soit par quelque autre des circonstances qui empêchent que la picqueuse soit mortelle.

Qu'enfin si la Souris mordit, ou mangea le Scorpion, c'étoit, ou pour se défendre, ou pour se nourrir, sans qu'il soit besoin de supposer ni instinct, ni antidote.

Tous les Naturalistes voyant les effets qui suivent quelquefois la picqueure du Scorpion, conviennent qu'il faut que le Scorpion verse quelque liqueur dans la playe que fait l'aiguillon. Ils ont donc tous conjecturé que l'aiguillon devoit être percé d'un petit trou à son extrémité, pour donner issue à la liqueur empoisonnée. M. Redi cependant, après avoir cherché ce trou avec les meilleurs Microscopes avoie qu'il



ne l'a jamais pu voir; il vit seulement un jour à l'extrémité de l'aiguillon d'un Scorpion irrité, une petite goutte qui lui donna lieu d'assurer qu'il y avoit quelque ouverture.

M. Leeuwenhoek, plus heureux en cela que M. Redi, au lieu d'un trou unique que les autres Auteurs supposoient, en a vû deux. Mais comme la figure & la description qu'il en donne, diffère un peu de la mienne, ce qui vient sans doute de la différence qui se trouve entre les espèces de Scorpions que nous avons observé. Je vais donner la description de ces trous, tels que je les ai vûs dans un Scorpion de Souvignargues.

Le dernier nœud de la queue du Scorpion est une petite fiole d'une espèce de corne, qui se termine par un col noir, fort dur, fort pointu, & ce col est l'aiguillon. J'aperçûs avec le Microscope deux petits trous, beaucoup plus longs que larges, qui au lieu d'être placés à l'extrémité de l'aiguillon, sont placés des deux côtés, à quelque distance de la pointe. Dans plusieurs aiguillons, j'ai vû quelquefois la situation de ces trous varier un peu, quoiqu'ordinairement ils commencent à la même distance de la pointe, j'ai vû quelquefois l'un un peu plus vers l'extrémité que l'autre.

Il n'est pas même nécessaire que le Microscope grossisse beaucoup les objets pour appercevoir ces trous, on les voit fort bien avec une Loupe de deux ou trois lignes de foyer; & lorsque M. Redi n'a pû les voir, c'est apparemment qu'il s'est attaché à chercher à l'extrémité de l'aiguillon, un trou qui n'y est point, & que présentant toujours à son Microscope l'aiguillon par la pointe, il ne pouvoit pas les appercevoir, placés comme ils sont.

On peut même s'assurer de leur situation sans Microscope. Si l'on presse fortement la fiole que je viens de décrire, on voit la liqueur qu'elle contient, s'échapper à droit & à gauche, par ces deux trous.

Les expériences qui peuvent avoir quelque utilité étant faites, je passai à celles qui ne sont que curieuses.

On rapporte en Languedoc une autre histoire du Scorpion:

On dit que si on le renferme dans un cercle de charbons, il se picque lui-même & se tue.

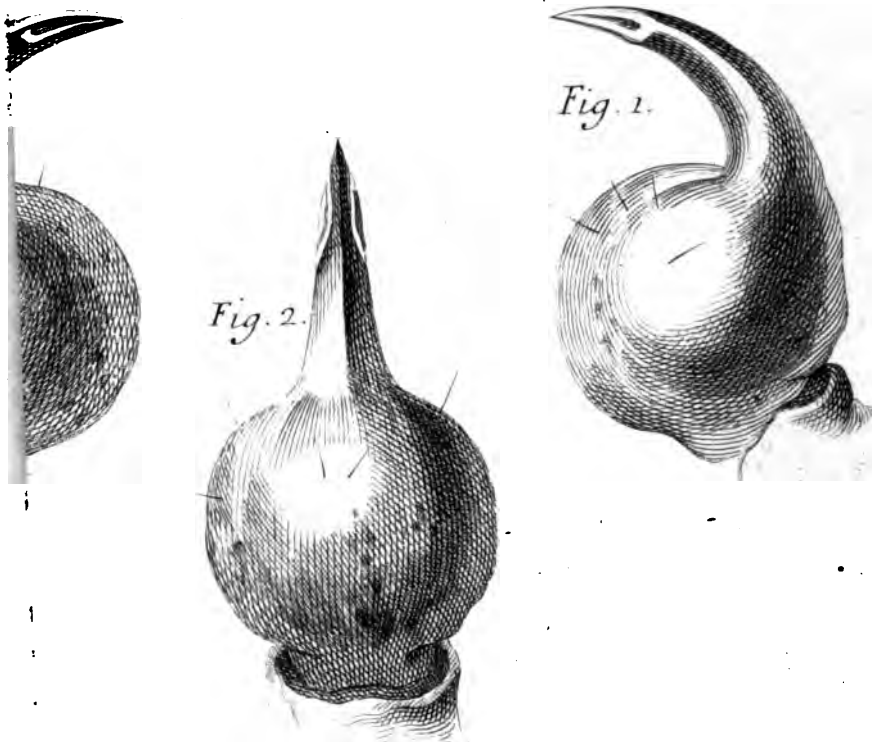
Je fis une enceinte de charbons ; j'y mis un Scorpion qui, sentant la chaleur, chercha passage de tous côtés ; n'en trouvant point, il prit le parti de traverser les charbons qui le brûlèrent à demi ; je le remis dans l'enceinte ; & n'ayant plus eu la force de tenter le passage, il mourut bien-tôt, mais sans avoir la moindre volonté d'attenter à sa vie. L'expérience fut répétée sur plusieurs autres qui agirent tous de la même façon.

Voici je crois ce qui a pû donner lieu à l'histoire. Dès que le Scorpion se sent inquieté, son état de deffense est de retrousser sa queue sur son dos, prête à picquer ; il cherche même de tous côtés à enfoncer son aiguillon ; lorsqu'il sent la chaleur des charbons, il prend cette posture, & ceux qui n'y regardent pas d'assés près, croient qu'il se picque. Mais quand même il le voudroit, il auroit beaucoup de peine à le faire, & je ne crois pas qu'il en pût venir à bout, tout son corps étant cuirassé comme celui des Ecrevisses.

Je ne parlerai point de plusieurs histoires extravagantes de ces sortes d'Animaux, que racontent Pline & Ælian. Je vais seulement rapporter quelques observations qui ne s'accordent pas entièrement avec celles de M. Redi, qui est celui que je connoisse, qui a le mieux observé les Scorpions.

Aristote, Pline & Ælian disent que pour l'ordinaire, la femelle des Scorpions porte onze petits. M. Redi les fait beaucoup plus fécondes, & marque vingt-six, & quarante pour les limites de leur fécondité. Mais les Scorpions dont il parle, le cédoient encore de beaucoup à ceux de Souvignargues ; dans plusieurs femelles que j'ai ouvertes, j'ai trouvé depuis vingt-sept petits jusqu'à soixante-cinq.

Au reste, les Scorpions sont aussi cruels, à l'égard de leurs petits, que les Araignées ; une mere que j'avois renfermée dans une bouteille, les devoit à mesure qu'ils naissoient. Pline parle de cette férocité des meres à l'égard de leurs petits, mais il ajoute qu'il n'en réchappe qu'un, qui a l'adresse d'éviter



*Fig. 3.*





mort, en se tenant sur le dos de sa mere, & qui ensuite vient le vangeur de ses freres, en la tuant.

Ils n'observent pas mieux les loix de la société entr'eux, & les sentiments de la Nature pour leurs petits. J'en avois environ cent ensemble qui se mangèrent presque tous; soit un massacre continuel, sans aucun égard ni pour l'âge, pour le sexe. En peu de jours, il ne m'en resta de ce grand nombre que quatorze qui avoient dévoré tous les autres. On pourroit dire pour les excuser, qu'ils manquoient d'autre nourriture. En effet, je fus quelque temps, sans connoître les aliments de leur goût. Mais leur ayant présenté des sauternes, ils en mangèrent, sans cependant oublier tout-à-fait leur première férocité : car de temps en temps, on recommençoit à se dévorer. Ils mangèrent aussi des Cloportes, mais je leur donnai un jour une grosse Araignée, & ce fut tous les mets que je leur servis, celui qu'ils mangèrent avec le meilleur appetit. Trois ou quatre Scorpions l'attaquèrent à la fois, & chacun y demeura long-temps attaché.

Ils font voir beaucoup de force & de courage contre les sauternes. J'ai vu souvent un fort petit Scorpion attaquer & tuer une Araignée beaucoup plus grosse que lui. Il commence d'abord par la saisir avec l'une ou l'autre de ses grandes pinces, quelquefois avec les deux en même temps, si l'Araignée est trop forte pour lui, il la blesse de son aiguillon qu'il enfonce par-dessus sa tête, & la tue. Après quoi ses deux grandes pinces la transmettent à deux beaucoup plus petites qui sont au devant de la tête, avec lesquelles il la mâche, & la quitte plus qu'il ne l'a toute mangée.

Je ne lui ai point vu d'autres dents que les petites pinces avec lesquelles il mâche ses aliments. La bouche des Scorpions est garnie de petits poils : Et quoique leur peau soit une véritable écaille, ils ne laissent pas d'être velus en plusieurs endroits, aux pinces, aux jambes, & au dernier nœud de la queue.



*O B S E R V A T I O N  
D E L' E C L I P S E D E L U N E  
Du 20 Juin de l'année 1731, au matin*

Par M. C A S S I N I.

**L**E Ciel a été fort serein pendant toute la durée de l'Eclipse que j'ai observée avec une Lunette de 8 p. garnie d'un Micrometre à réticules, dont les extrêmes occupoient l'image de la Lune.

<b>A</b>	1 <sup>h</sup>	14'	22"	Commencement de l'Eclipse.
	25	27		Un doigt.
	29	42		Platon commence à entrer dans l'ombre.
	31	42		Platon est entré entièrement.
	32	42		Un doigt & demi.
	36	42		Un doigt trois quarts.
	56	0		L'Eclipse est de 2 doigts 15 minutes n'augmente plus sensiblement.
	2	0	0	L'Eclipse est de deux doigts.
	4	0		Hélicon sort.
	15	32		Platon est sorti à moitié.
	17	32		Platon est entièrement sorti.
	20	42		Un doigt & demi.
	28	22		Un doigt.
	37	42		Un demi-doigt.
	41	22		Fin de l'Eclipse.

Suivant ces Observations, la durée de cette Eclipsé est d'une heure 27 minutes, ce qui donne le milieu à 1<sup>h</sup> 9<sup>m</sup> 27<sup>s</sup> temps auquel sa grandeur a été observée de..... 2<sup>d</sup>

Comme la Trace de l'ombre de la Terre traversoit continuellement la Lune, on avoit de la peine à déterminer le tems

is de chaque Phase, de même que l'Immersion & l'Émer-  
d'un petit nombre de Taches par où elle a passé, entre  
elles on n'a observé avec quelque évidence que celles  
d'Alton & d'Hélicon.

L'ombre se distinguoit difficilement de la Pénombre au  
commencement & à la fin, mais elle étoit assez bien ter-  
mée vers le milieu de l'Eclipse.

## O B S E R V A T I O N L'ECLIPSE PARTIALE DE LUNE

*Du 20 Juin 1731.*

Par M.<sup>rs</sup> GODIN & GRANDJEAN.

Les Pendules avoient été réglées exactement au temps  
vrai par des hauteurs du Soleil prises plusieurs jours  
avant & après l'Eclipse. 23 Juin 1731.

Sous l'observâmes par deux méthodes différentes, M.  
Grandjean fit usage d'une que j'ai indiquée dans l'Observa-  
tion de l'Eclipse de Lune du 8 Août 1729, imprimée dans  
les Mémoires de l'Académie de la même année; je la détail-  
lai ici un peu davantage, à cause que je la crois nouvelle,  
aussi simple que propre à la recherche des principaux  
usages des Tables Luni-Solaires pour les Eclipses.

Pour moi je me servis d'une Lunette de 5 pieds, garnie  
d'un Micrometre, duquel chaque division donne à très-peu  
une seconde de degré. Je montai cette Lunette sur une  
table parallactique, & je déterminai par ce moyen im-  
médiatement, la grandeur de l'Eclipse, en mesurant ce qui restoit  
du disque de la Lune, que je comparois au diamètre  
total, mesuré avec le même Micrometre trois ou quatre  
fois en différents moments.

Nous avons aussi marqué l'entrée & la sortie de quelques

232 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 taches dans l'ombre, après avoir déterminé leur situation sur  
 le disque de la Lune, par un réticule à angles de 45 degrés

Voici le Résultat des Observations.

Le 20 Juin au matin, Temps vrai.

A 1<sup>h</sup> 12' 16" L'ombre ne se distingue pas de la Pénombre  
 on doute du commencement.

14	20	Commencement de l'Eclipse certain.
21	46	L'Eclipse est de 0 <sup>d</sup> 48'
22	37	. . . . . 0 51
25	55	. . . . . 1 6
27	30	. . . . . 1 9
29	17	. . . . . 1 12
29	17	L'ombre au bord de Platon.
31	31	Platon est entièrement dans l'ombre.
33	45	L'ombre à Hélicon.
33	45	. . . . . 1 34
38	14	. . . . . 1 50
39	40	. . . . . 1 54
48	43	. . . . . 2 9
53	20	. . . . . 2 12
2	1	45 . . . . . 2 12
2	36	Hélicon est sorti de l'ombre.
3	9	Harpalus est sorti de l'ombre.
5	36	. . . . . 2 9
6	49	. . . . . 2 8
10	29	. . . . . 2 2
15	18	. . . . . 1 54
15	28	Platon est sorti de l'ombre.
20	52	. . . . . 1 34
27	18	. . . . . 1 9
31	54	. . . . . 0 51
39	12	Je commence à douter de la fin.
40	0	Fin certaine de l'Eclipse.

Dans cette Eclipse, l'ombre étoit très-mal terminée au  
 commencement & à la fin, mais sur-tout au commencement.

Dans



Dans les autres Phases, & principalement dans quelques-unes, elle nous a paru très-bien tranchée.

Des Phases précédentes, on tire le moment du milieu de l'Eclipse le 20 Juin à  $1^h 57' 20''$  du matin; j'ai été étonné de voir que les Phases semblables qui s'en éloignent le plus, s'en diffèrent que de  $12''$  au plus, la grandeur s'est trouvée de 2 doigts  $12'$  au moins, on l'a observée de cette quantité,  $\frac{1}{4}$  devant & après l'heure du milieu de l'Eclipse; ainsi il n'y a pas d'apparence qu'elle ait augmenté pendant cet intervalle, ce qui ne pourroit tout au plus monter qu'à  $\frac{2}{3}$  de min. le doigt, & donneroit la grandeur de 2 doigts  $13$  minutes, tout au plus.

Voici l'idée de la méthode dont j'ai parlé plus haut. Prenés dans un moment quelconque connu de l'Eclipse, la hauteur du rayon  $BL$  du centre de la Lune sur l'horison : pour cela il faut connoître la refraction, le diamètre de la Lune, & sa parallaxe; cette dernière correction se trouve d'une manière fort simple, par deux observations du diamètre de la Lune, & de sa hauteur sur l'horison en même temps. Je donnerai aussi dans la suite une méthode nouvelle de la déterminer avec précision, en n'employant que très-peu d'éléments, & indépendamment d'aucune théorie.

En même temps que l'on prendra la hauteur  $BL$ , on observera l'Azimuth de la Lune  $BZH$ . On aura par-là l'arc  $LZ$ , & l'angle  $LZP$  du triangle  $LZP$ , dans lequel on connoît aussi le côté  $ZP$  qui est la Latitude du Lieu. En résolvant le triangle, on connoîtra l'angle  $LPZ$ , distance de la Lune au Méridien, ou différence d'ascension droite entre le centre de la Lune & le milieu du Ciel, & le côté  $PL$  qui donnera la déclinaison de la Lune au moment de l'Observation.

Connoissant l'heure vraie de l'Observation, on aura pour ce moment l'ascension droite du Soleil, & par conséquent celle du milieu du Ciel, d'où l'on déduira l'ascension droite véritable du centre de la Lune qui, avec sa déclinaison, donnera sa Longitude & sa Latitude.

*Mem. 1731.*

G g

On aura donc pour autant d'instants qu'on voudra de la durée de l'Eclipse, la Longitude & la Latitude vraies du centre de la Lune, ou de tout autre point déterminé de son disque, on aura aussi pour les mêmes temps la Longitude vraie du centre du Soleil, ou en ajoutant 6 Signes, la Longitude vraie du centre de l'ombre.

Soit maintenant  $GK$  l'Ecliptique, sur lequel on ait tracé un grand cercle qui représente l'ombre de la Terre; soit  $DH$  l'orbite de la Lune;  $C, M, F$ , le lieu de son centre au commencement, au milieu & à la fin de l'Eclipse. Par la méthode ci-dessus, on connoît pour le commencement de l'Eclipse, par exemple, les côtés  $SB, BC$  du triangle rectangle  $SBC$ . Donc on connoîtra le côté  $SC$ , duquel ôtant le demi-diametre de la Lune, il restera le demi-diametre de l'ombre; il en sera de même du triangle rectangle  $FPS$  pour la fin de l'Eclipse.

Pour la Phase du milieu en  $M$ , en observant la quantité  $OI$  de l'Eclipse, on trouvera encore le demi-diametre de l'ombre; car dans le triangle rectangle  $ESM$ , on connoît  $ME, ES$ : donc on connoîtra  $SM$ , dont ôtant  $MI$  complement de l'Eclipse au demi-diametre, dans le cas d'une Eclipe moindre que 6 doigts, ou ajoutant à  $SM$  la partie  $MI$  complement au diametre entier dans une Eclipe partielle de plus de 6 doigts, on aura  $SI$  demi-diametre de l'ombre; si au contraire on suppose le demi-diametre de l'ombre, tel qu'il résulte du commencement & de la fin, on déterminera la quantité de l'Eclipse. On pourra connoître aussi par cette voye si le diametre de l'ombre est sujet à quelque variation pendant la durée de l'Eclipse.

Dans le triangle  $EMS$ , on connoîtra aussi immédiatement le côté  $ES$ , qui, comparé au mouvement horaire de la Lune, donnera en temps l'arc  $ES$ , différence entre le milieu de l'Eclipse & l'Opposition.

La résolution de ces différents triangles que l'on formera encore pour d'autres Phases, donnera les angles  $BCD, EMD, PFD$ , & d'autres; d'où l'on connoîtra l'inclinaison

De l'orbite de la Lune à l'Ecliptique; l'on en tirera aussi le lieu de son nœud.

Comme nous n'avions point d'Instrument propre à observer immédiatement l'Azimuth du centre de la Lune, ce qui demande un cercle horisontal exactement divisé, sur lequel soit un Quart de Cercle élevé verticalement; nous avons employé la méthode suivante. Nous avons fixé contre un Mur qui regardoit le Sud-Oüest, une table de bois fort unie, dont on avoit peint en blanc la surface antérieure; ce tableau portoit en haut un stile de fer dans une situation quelconque, dont l'extrémité étoit fort large, en manière de platine, & percée d'un trou rond.

Dans l'instant qu'on prenoit les hauteurs, on marquoit le point de ce tableau où se peignoit l'image de la Lune, dont les rayons passaient par le trou de la platine. Tels sont les points 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Il est clair que le plan & le stile étant immobiles, si dans le temps que le Soleil éclaire ce plan, on prend l'heure à laquelle l'image de cet Astre arrive sur ce plan dans un même vertical, passant par le centre de la platine, & par chaque point d'ombre de la Lune, on aura l'arc compris entre le Méridien & l'Azimuth où la Lune étoit pour lors, ayant égard au mouvement du Soleil en ascension droite, depuis midi jusqu'au moment qu'il arrive dans chaque vertical; cela se peut faire, en suspendant un filet chargé de son plomb, qui passe par le centre de la platine; car l'heure à laquelle l'ombre du filet atteindra les points 1, 2, 3, 4, &c. donnera la distance horisontale au Méridien, en résolvant un triangle comme *LZP*.

J'avouërai à cette occasion que je ne vois pas pour quelle raison, on paroît avoir abandonné dans la pratique de l'Astronomie l'usage des Quarts de Cercle azimuthaux: car il me semble qu'ils donneroient les Azimuths avec beaucoup plus de précision qu'on ne les tire des passages par les cercles horaires, qui ne donnent pas ces arcs immédiatement, & où l'erreur d'une seconde seulement en temps, en produit une

236 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de 15 secondes en degrés, au lieu que dans un  
ment azimuthal bien construit, & qu'on aura soigneu-  
examiné, comme on doit le faire pour tous les autres  
ments d'Astronomie, on sera sûr de l'angle à moir  
secondes près.

---

## M A C H I N E

*Pour connoître sur Mer l'Angle de la Ligne  
& de la Quille du Vaisseau ; comme aussi  
du Méridien de la Bouffole avec la Quille, &  
du Méridien de la Bouffole avec la Ligne du Ve*

Par M. D' O N Z E M B R A Y.

18 Juillet  
1731.

C O M M E la principale chose que les Pilotes  
connoître exactement pour bien diriger leur ro-  
l'angle de la ligne ou du rumb de Vent & de la Q-  
leur Vaisseau, & que les méthodes dont ils se serve-  
connoître cet angle ne sont pas assés exactes ; j'esp-  
par l'usage de la Machine dont je vais donner la desc-  
on pourra s'assûrer à tout moment de la valeur de ce  
à un degré, & même à un demi-gré près ; ce qui  
que suffisant pour la pratique.

Il est très-important de connoître cet angle, noi-  
ment aux Pilotes, pour le pointage des Cartes, & fai-  
estimes, mais pour les manœuvriers, afin de régler le-  
rentes voilures qu'on doit donner aux Vaisseaux ; car  
cet angle est obtus, on fait route de vent arrière &  
largue, & lorsqu'il est aigu moindre qu'environ 70  
on fait route de vent de bouline.

### *Description de la Machine.*

Cette Machine est composée de deux parties prin-  
La première n'est autre chose qu'une Bouffole on

*Fig. 3.*

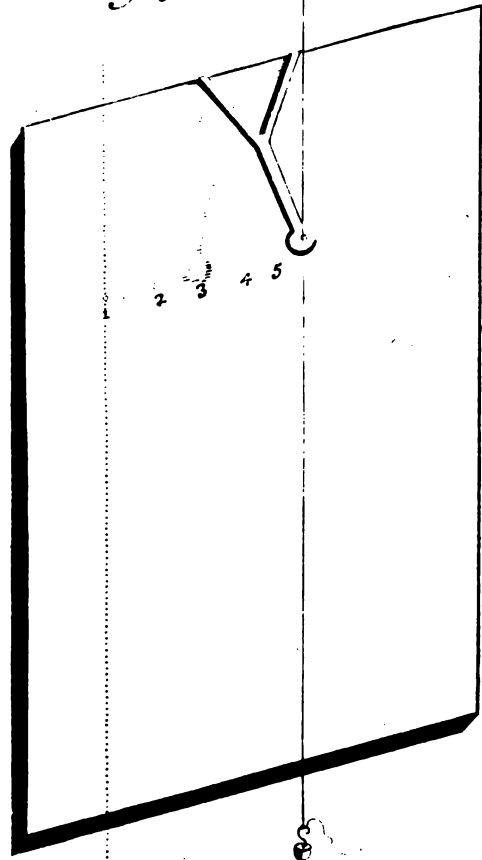
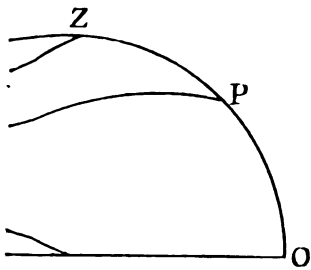
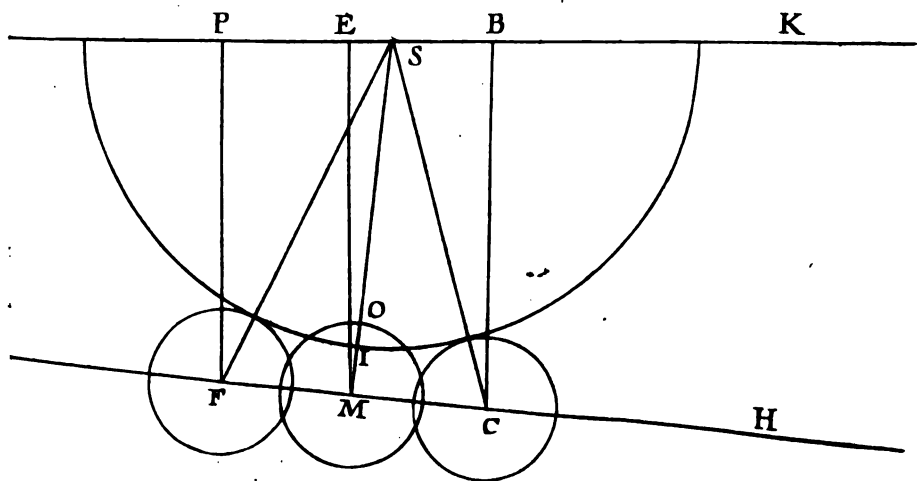


Fig. 2.



11

mais d'un plus grand diametre, & dont les divisions sont chiffrées différemment. Nous commencerons par la méthode dont nous avons fait ces divisions; nous donnerons ensuite la description de la seconde Partie de la Machine, & nous expliquerons la manière de s'en servir, nous la rendrons sensible par des exemples.

Sur le cercle *A, B, C, D*, de la Boîte de la Bouffole, nous avons tiré un diametre *A, C*. Ce diametre doit être toujours parallele à la Quille du Vaisseau. On a divisé à l'ordinaire tout le cercle en 360 parties ou degrés; on commence à compter du point *A* jusqu'en *C*, en sorte que le point *A* étant marqué par *O*, on comptera sur chaque demi-cercle *ABC, ADC*, jusqu'en *C*, qui est marqué par 180 degrés, comme on le voit sur la Figure.

La circonférence de la Rose de Carton qui est mobile, étant toujours emportée par l'Aiguille qui est attachée dessous, est divisée de même en deux demi-cercles par le diametre *EG*, auquel nous donnons cinq pouces, pour que les divisions soient plus distinctes, & on commence à compter depuis *O* en *E*, ou au point de la Fleur-de-Lys qui marque le Nord de l'Aiguille sur chaque demi-cercle *EHGEIG*, jusqu'au point *G*, marqué par 180 degrés. Ces divisions sont très-simples, & seront d'une grande commodité pour trouver sur le champ, & sans aucune réduction, la valeur des angles par addition, ou par soustraction, ainsi qu'on est obligé de faire ordinairement.

La Bouffole étant divisée, comme on vient de le dire, on la pose au milieu, ou au centre d'une planche *KLM*, coupée en Triangle équilatéral, en sorte que le diametre *AC* de la Bouffole soit bien parallele à un des côtés du Triangle comme au côté *KM*.

*Nota.* On choisira dans le Vaisseau l'endroit le moins incommode, pour placer cette machine, & la seule attention qu'il faudra avoir, c'est de mettre le côté de la planche triangulaire *KM* parallelement à la Quille du Vaisseau; on aura soin auparavant d'arrêter la Bouffole sur le milieu de la

238 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
planche avec des écroux ou autrement, afin qu'elle rest  
bien fixe.

Sur les trois angles *K, L, M*, sont placés trois montan  
*MO, LN, KP*, sur lesquels on a posé une planche *NO*  
pour servir de plancher, en cas que sur le Vaisseau on veuille  
mettre toute la Machine dehors à l'air.

Le milieu ou le centre *Q* de ce plancher est percé d'un  
trou rond pour laisser passer la tige *RT* d'une giroüette; le  
bout *T* de cette tige est fait en forme de cone renversé  
afin que la tige ne tombe pas par le trou du plancher.

Sur les trois angles de cette seconde planche sont élevée  
trois Verges de Cuivre ou de Fer de la même hauteur que la  
tige *RT* de la Giroüette, & qui, se réunissant au milieu, lui  
servent de Cocq.

Comme le bout *T* de la tige de la Giroüette passe au  
travers du plancher par le trou *Q*, d'une longueur à volonté  
à l'extrémité quarrée *T* qui se trouve au dessous du plancher,  
on arrêtera avec un écrou une petite Tige de Cuivre à une  
ou deux branches marquées *X* pour servir d'Index; on pourra  
faire cet Index de telle forme qu'on voudra, selon que *M<sup>rs</sup>*  
les Marins le jugeront le plus convenable pour indiquer sur  
les degrés de la Boussole l'angle que fait la Quille avec le lit  
du vent, on propose ici un Index de trois façons.

Une attention essentielle qu'il faut avoir, est de mettre  
l'Index *X* parfaitement dans le plan de la Giroüette, car la  
Giroüette étant toujours dans le plan du lit du vent, les  
bouts *Y* & *V* y seront aussi, ce qui indiquera l'angle requis.

Il faut observer que l'Index qui marque les degrés de la  
ligne du vent est toujours celui qui est derrière la Giroüette,  
& que l'autre bout de l'Index doit toujours marquer le com-  
plement à 180 degrés, & cela pour servir de preuve à la po-  
sition juste de l'Index.

#### *Usage de la Machine.*

Pour faire voir clairement l'usage de cette Machine, la  
Boussole étant placée, en sorte que la ligne ou le diamètre *AC*



Soit, comme nous avons dit, parallèle à la Quille du Vaisseau, le point *A* du côté de la Proüe, & le point *C* du côté de la Poupe; si le bout de l'Index, conduit par la Giroüette, se trouve au point *Z*, alors les degrés de l'arc *AZ*, ou l'angle *AFZ*, fera l'angle de la ligne du vent & de la Quille de 99 degrés.

Pour avoir l'angle du méridien de la Bouffole avec la Quille du Vaisseau, le point *E* du nord de la Bouffole, ou de l'Aiguille, étant le point d'où commencent les divisions, il est évident que si l'on compte sur la circonférence de la rose les degrés depuis le point *E* jusqu'au diametre *AC*, on aura la valeur de l'angle *AFE* du méridien de l'Aiguille avec la Quille du Vaisseau qui sera de 130 degrés; & si l'on compte encore sur la circonférence de la rose les degrés depuis le point *E* jusqu'au point *Z*, marqué par l'Index, on aura l'angle *EFZ* du méridien de l'Aiguille avec la ligne du vent de 31 degrés.

Si la déclinaison de l'Aiguille aimantée est de 14 degrés Nord-ouest, & l'angle *AFE* de 130 degrés, ajoutant ces deux angles, on aura l'angle du Méridien du Monde avec la Quille de 144 degrés, ce qui donne douze rumbs ou airs de vent plus 9 degrés vers le Sud.

Si l'arc *EZ* est de 31 degrés, ajoutant 14 pour la déclinaison, on aura l'angle du Méridien du Monde & de la ligne du vent de 45 degrés, ou de quatre rumbs, ou airs de vent; ainsi le vent sera Nord-ouest. Tout cela se voit sur la Rose même, sur laquelle les rumbs de vent sont marqués.

Pour rapporter commodément les degrés de la Rose avec ceux de la Boëte de la Bouffole, & sans risque de se tromper, on pourra appliquer une Regle sur la ligne nord & sud de la Bouffole; cette regle marquera au juste sur les degrés de la Boëte les degrés de l'angle de la Quille avec le méridien de la Bouffole & sur les degrés de la Rose l'angle de la ligne du vent & du méridien de la Bouffole. Il sera très-facile de placer cette Regle, en sorte qu'elle passe par le centre de la Rose, car elle doit toujours marquer deux degrés sur la

240 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
circonférence de la Boîte, qui sont le complement l'un de  
l'autre à 180 degrés.

---

*SUR UNE NOUVELLE MANIERE  
DE CONSIDERER  
LES SECTIONS CONIQUES.*

Par M. DE LA CONDAMINE.

2 Mai  
1731.

ON s'est proposé deux choses dans ce Mémoire.  
1.<sup>o</sup> De trouver par une voye fort simple, une Equation à la surface du Cone, au moyen de l'Equation à l'une des Sections.  
2.<sup>o</sup> De déduire de l'Equation à la surface conique, les Equations à chaque Section en particulier, qui y sont toutes renfermées.

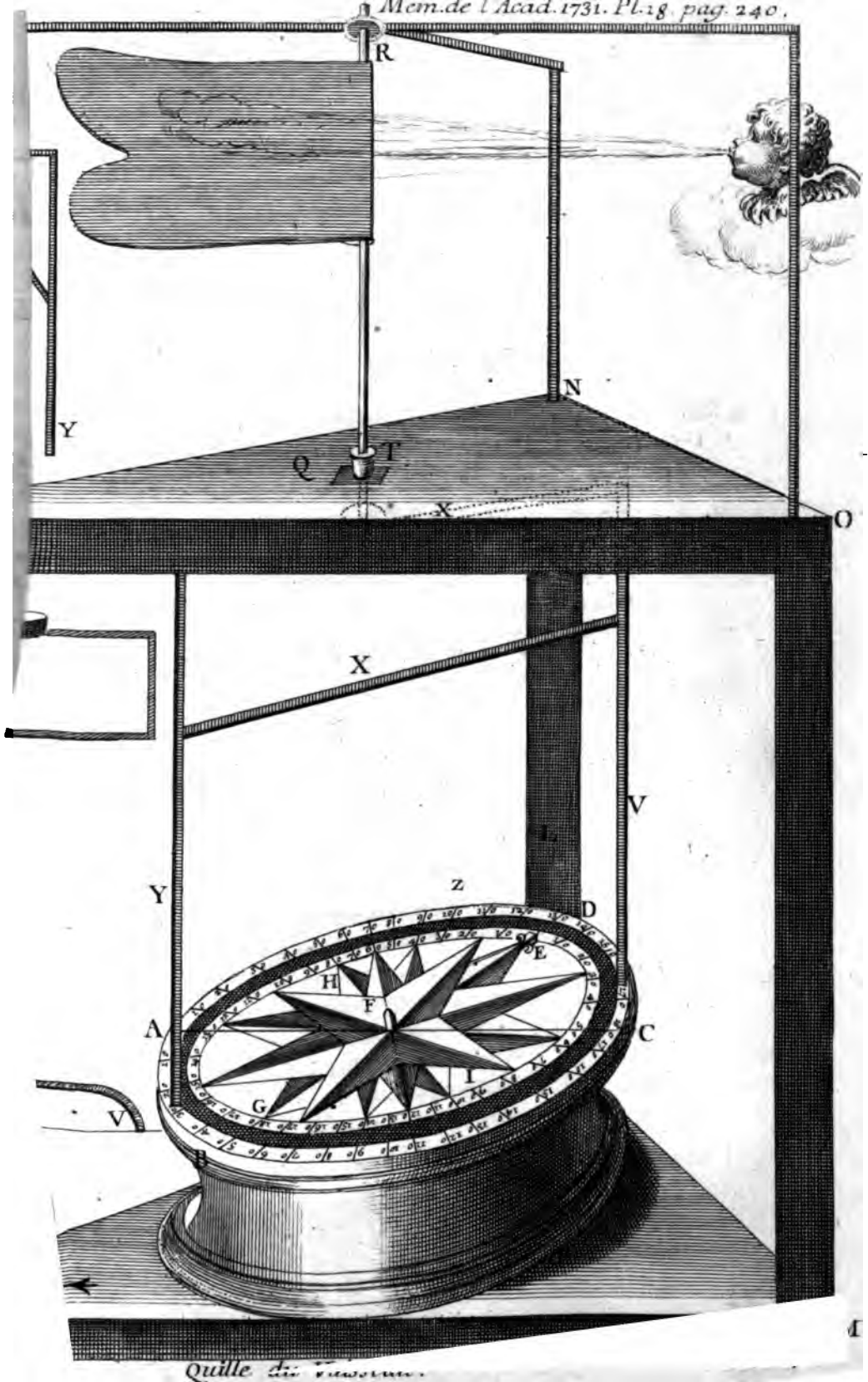
*P R E M I È R E P A R T I E.*

Figure 1. Si le Triangle  $ADE$ , rectangle en  $E$ , avec ses côtés prolongés vers  $B$  &  $C$  tourne sur la ligne  $AC$ ; il décrira par sa révolution un Cone, & tous les points  $M, m, \mu$  auront décrit des Cercles, dont  $P, p, \pi$  seront les centres, &  $PM, pm, \pi\mu$  les rayons.

Le Cone peut donc être considéré comme un amas de Plans circulaires, & la surface conique comme un assemblage de Cercles ou d'Anneaux circulaires croissant dans la même proportion que les rayons  $PM, pm$ , &c. Et cette proportion sera déterminée par l'ouverture de l'angle du Cone, ou; ce qui revient au même, par le rapport de  $ED$  à  $AE$ . Soit  $AE, 1$ ;  $ED, n$ ;  $AP, x$ , on aura  $PM, nx$ .

Donc une Equation qui représenteroit tous les Cercles, dont les rayons seroient à  $x$  comme  $n$  est à 1, c'est-à-dire, dont les rayons seroient  $nx$ , seroit une Equation à la surface conique.

L'Equation



Quille de l'Acad.



L'Equation au Cercle  $aa = yy + zz$  est déterminée à tel Cercle en particulier, par la valeur  $a$  connue & déterminée de son rayon. Si cette valeur étoit supposée variable ou indéterminée, & exprimée par  $x$ , l'Equation deviendrait  $xx = yy + zz$ , & représenteroit alors non-seulement le Cercle dont  $a$  est rayon, mais tous les Cercles dont le rayon seroit  $x$ ; c'est-à-dire, tous les Cercles possibles sans aucune condition particulière.

Mais si l'on multiplie ce même rayon  $x$  par le rapport  $\frac{n}{1}$  qui détermine la mesure de l'angle du Cone, l'Equation deviendra  $nnxx = yy + zz$ , & représentera alors tous les Cercles dont le rayon est  $nx$ , ou dont le rayon est à  $x$  comme  $n$  est à 1; or cette suite de Cercles, comme on vient de le trouver, compose la surface conique; l'Equation  $nnxx = yy + zz$  est donc le lieu à tous les Cercles de la surface conique. Elle est donc l'Equation à la surface du Cone.

On peut aussi-bien considérer le Cone comme un amas de plans hyperboliques parallèles à son axe, que comme un amas de plans circulaires parallèles à sa base. La surface conique sera donc aussi-bien le lieu à toutes les Hyperboles, dont on a peut supposer composée, qu'à tous les Cercles que l'on avoit d'abord pris pour les éléments.

D'où il suit que l'Equation ordinaire à l'Hyperbole  $xx - aa = \frac{aa}{bb} zz$  doit pareillement se convertir en l'Equation précédente à la surface conique, en rendant variables les grands axes constants  $a$  &  $b$ , qui expriment les demi-axes de l'Hyperbole dans son Equation ordinaire; comme l'Equation au Cercle est devenu l'Equation à la surface conique, en rendant indéterminée l'expression du rayon. Et comme l'Equation à la surface conique ne doit pas représenter toutes les Hyperboles possibles, mais seulement celles qui composent la surface du Cone, il faut observer, en exprimant leurs axes par les grandeurs variables, comme on l'a observé à l'égard des rayons des Cercles, d'avoir égard à l'angle du Cone, lequel

angle détermine la proportion de l'accroissement des axes des Hyperboles, aussi-bien que la proportion de l'accroissement des rayons.

Figure 2.

Soit  $ABC$  le plan d'une Section par l'axe  $AC$  du demi-Cone, produit par une demi-révolution de l'angle  $BAC$  sur  $AC$ . Soit  $LFO$ , le plan d'une Section hyperbolique, parallèle à l'axe  $AC$ ; soit prolongée en  $G$ ,  $MF$ , axe de cette Section;  $GF$  ou son égale  $AN$ , &  $PM$  perpendiculaire à l'axe, ou ses égales  $NF$ ,  $AG$  seront les demi-axes de l'Hyperbole. Et à cause des Triangles semblables  $AFN$ ,  $ADE$ ;  $AN$  &  $FN$  seront dans le rapport de  $AE$  (1) à  $DE$  ( $n$ ). Donc le demi-axe  $FN$  étant supposé  $y$ , l'autre demi-axe  $AN$  sera  $\frac{y}{n}$ . Et substituant ces valeurs dans l'Equation à l'Hyperbole  $xx - aa = \frac{aa}{bb} zz$ ; en la place de  $b$  & d' $a$ , on aura  $nnxx = yy + zz$  pour l'Equation à la surface, la même qui a été trouvée par le Cercle.

La surface conique peut aussi-bien être conçue composée de Paraboles & d'Ellipses, que de Cercles & d'Hyperboles; cependant par le moyen des Equations à la Parabole & à l'Ellipse, on trouveroit des Equations à la surface conique, différentes de la précédente. La raison est que dans l'Equation précédente, les inconnues  $x$  &  $y$  représentent les coordonnées perpendiculaires & parallèles à l'axe du Cone, lesquelles ne peuvent être employées que pour la Section circulaire & hyperbolique, & non pour les Sections dont le plan est oblique sur l'axe.

Il est vrai que les autres Equations tirées des Sections obliques se pourroient ramener à la précédente, en cherchant les valeurs de leurs nouvelles coordonnées  $t$  &  $s$  en  $x$  & en  $y$ , & en les substituant dans leur Equation, par une méthode à peu près semblable à celle par laquelle on ramène les Equations des Sections coniques, prises par des coordonnées obliques, à leurs Equations par rapport aux axes. Mais les deux exemples précédents suffisent pour donner une idée de la méthode proposée, où l'on a eu pour objet de trouver l'Equation à la surface du Cone, par le moyen de l'Equation à l'une des Sections.

## SECONDE PARTIE.

Il est question maintenant de déduire toutes les Equations aux Sections coniques de l'Equation à la surface du Cone.

Soit tout ce qu'on a supposé dans la première Figure. Soit *Figure 3.* (*Fig. 3.*)  $AP = x$ ,  $PM$  perpendiculaire à  $AP$ ,  $= y$ . Soit  $Mm$  perpendiculaire sur le plan  $ABC$ ,  $= z$ . La perpendiculaire  $Mm$  sera représentée dans la projection par un seul point.  $M$  &  $m$  seront les deux extrémités de cette perpendiculaire.  $M$  sera pris pour le point qui touche le plan  $ABC$ , &  $m$  sur la surface du Cone, pour l'extrémité supérieure de la perpendiculaire  $Mm$  élevée sur ce même plan au point  $M$ .

Nous avons trouvé par le moyen des Equations au Cercle & à l'Hyperbole, que l'Equation à la surface conique étoit  $nnxx = yy + zz$ . On le peut démontrer encore, en considérant que  $AM$ , hypothénuse de  $APM = \sqrt{xx + yy}$ , & que  $Am$  hypothénuse de  $AMm$ , ou son égale  $AQ = \sqrt{xx + yy + zz}$ . Car ce même  $AQ = x \sqrt{1 + nn}$ . On aura donc  $x \sqrt{1 + nn} = \sqrt{xx + yy + zz}$ , ou  $nnxx = yy + zz$ .

Il est clair que dans cette Equation, qui représente la surface conique, si l'on donne une valeur constante à l'une des trois indéterminées, l'Equation réduite à deux variables ne pourra plus représenter qu'une ligne courbe ; & cette courbe sera l'une des Sections coniques. Il n'est question que de faire les substitutions convenables pour les trouver toutes.

Pour avoir la Section perpendiculaire à l'axe qui donne le Cercle, il ne faut que déterminer par quel point  $P$  de l'axe  $AP$ , on veut faire passer la Section. Alors on donnera une valeur constante à la ligne  $AP$ , qui, dans l'Equation à la surface, étoit indéterminée, & exprimée par  $x$ . Si donc l'on ait  $x = a$ , l'Equation  $nnxx = yy + zz$  deviendra  $nnaa = yy + zz$ , & ne représentera plus tous les Cercles dont

Hh ij

MEMOIRES DE L'ACADEMIE.  
 surface conique peut être composée, mais seulement  
 nt  $aa$  ou  $PQ$  est rayon.

Pour trouver la Section parallèle à l'axe qui doit être  
 Hyperbole, il n'y a qu'à faire  $y=a$ , c'est-à-dire, déter-  
 miner à quelle distance de l'axe, on veut faire passer le plan  
 de la Section, on aura  $nnxx=aa+zz$ , ou  $xx=\frac{aa}{n^2}$

$=\frac{(\frac{aa}{n^2})}{aa}zz$ , que l'on voit clairement appartenir à l'Hyper-  
 bole, dont les demi-axes sont  $a$  &  $\frac{a}{n}$ .

Au lieu de  $y=a$ , on pourroit faire  $z=a$ , & en ce cas  
 on auroit l'Hyperbole dont le plan couperoit à angles droits  
 celui de la précédente, puisque  $y$  exprime les ordonnées per-  
 pendiculaires sur l'axe, dans le plan horizontal, &  $z$  dans le  
 plan vertical.

Si l'on fait  $y$  ou  $z=0$ , il n'y aura plus aucune distance  
 entre l'axe du Cone & le plan de la Section, elle passera  
 donc par l'axe; ce ne sera donc plus une Hyperbole, mais  
 l'angle même du Cone. Aussi l'Equation devient-elle en ce  
 cas  $\pm nx=z$ , ou  $\pm nx=y$ , l'une & l'autre apparti-  
 ent aux deux droites que donnent chacune des deux Sec-  
 tions par l'axe, dont les plans se coupent à angles droits.

Dans l'Equation  $nnxx=yy+zz$  à la surface conique  
 on a supposé les ordonnées  $y$  perpendiculaires à l'axe du Cone  
 ce qui ne peut convenir aux Sections obliques; c'est pour-  
 quoi on ne peut déduire de cette Equation, celles d'  
 Parabole ni de l'Ellipse. Mais on peut chercher une  
 Equation à la surface conique, en supposant les ordo-  
 nées sur l'axe; & de cette nouvelle Equation, on dé-  
 duira celles de toutes les Sections.

Supposons que les nouvelles coordonnées qui voi-  
 ent à trouver la nouvelle Equation soient  $AQ, t$ , au-  
 lieu de  $AP, x$ ; &  $QM, s$ , faisant avec l'axe  $AC$ , non  
 droit comme  $PM, y$ ; mais un angle quelconque  $\angle$   
 que  $QK=AE$  étant  $1$ ,  $KF$  soit  $=p$ ; la troi-  
 sième donnée étant toujours  $Mm, z$ , perpendiculaire au

Figure 4.



Il faut chercher le rapport des nouvelles coordonnées  $t$  &  $s$  à  $x$  &  $y$ , & substituer les valeurs de  $x$  &  $y$  en  $t$  & en  $s$  dans l'Equation simple  $nnxx = yy + zz$ , pour avoir une nouvelle Equation dans laquelle les coordonnées feront un angle quelconque.

On a d'abord  $QP = x - t$ ,  $QF = \sqrt{1 + pp}$ , & à cause des Triangles semblables, on dira

$$QF(\sqrt{1 + pp}) \cdot QM(s) :: QK(1) QP(x - t) = \frac{s}{\sqrt{1 + pp}}$$

&

$$QF(\sqrt{1 + pp}) \cdot QM(s) :: FK(p) MP(y) = \frac{ps}{\sqrt{1 + pp}}.$$

On aura donc  $x = t + \frac{s}{\sqrt{1 + pp}}$  &  $y = \frac{ps}{\sqrt{1 + pp}}$  ; &

substituant ces valeurs dans l'Equation  $nnxx = yy + zz$ ,

elle se changera en celle-ci,  $nnnt + \frac{2nnt s}{\sqrt{1 + pp}} + \frac{nnss}{1 + pp}$

$$= \frac{ppss}{1 + pp} + zz \text{ ou } \frac{nn - pp}{1 + pp} ss + \frac{2nnt}{\sqrt{1 + pp}} s + nnnt = zz.$$

De cette Equation on déduira toutes celles des différentes sections, en faisant les substitutions convenables.

Ce qui détermine la Section à être telle, c'est l'angle qu'elle fait avec l'axe. Cet angle peut être plus grand, plus petit, ou égal à l'angle du côté du Cone avec le même axe ; il peut être droit, il peut être nul. Et toutes ces suppositions se peuvent également faire en deux cas. Premièrement, lorsque la section coupe l'axe du Cone à une distance donnée du sommet, c'est-à-dire, lorsque  $AQ$  ou  $t = a$ . Secondement, lorsque la Section passe par le sommet de l'axe, c'est-à-dire, lorsque  $AQ$  ou  $t = 0$ .

*Premier Cas, lorsque  $t = a$ .*

Si l'angle du plan coupant avec l'axe est plus grand que celui du côté du Cone avec le même axe, c'est-à-dire, si  $FK, p$ , est plus grand que  $DE, n$ , on voit que la Section  $QM$

H h iij

MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 a le côté  $AB$ , & sera par conséquent une Ellipse. Aussi  
 e cas le coefficient de  $ss$  devient négatif, & étant sup-  
 $=A$ , l'Equation devient —  $Ass + \frac{2na}{\sqrt{1+pp}}s + nna =$

$zz$ , qui est à l'Ellipse.  
 Si l'angle du plan coupant avec l'axe est égal à celui du  
 té du Cone avec le même axe, ou si  $p$  est égal à  $n$ , on  
 onçoit que la Section sera parallele au côté  $AB$ ; ce sera  
 onc une Parabole. Aussi l'Equation devient-elle alors

$\frac{2na}{\sqrt{1+nn}}s + nna = zz$ , qui est à la Parabole.  
 Si l'angle du plan coupant est moindre que celui du côté  
 du Cone avec l'axe, ou si  $p$  est plus petit que  $n$ , la Section  
 prolongée passera entre l'axe & la Section parallele au côté;  
 ce sera par conséquent une Hyperbole. On trouvera aussi,  
 après la substitution, que le coefficient de  $ss$  est positif, &  
 le faisant égal à  $A$ , l'Equation devient  $+Ass + \frac{2na}{\sqrt{1+pp}}s$

$+ nna = zz$ , à l'Hyperbole.  
 Si le plan coupant ne fait point d'angle avec l'axe, c'est  
 à-dire, si l'axe du Cone se trouve dans le plan coupant,  
 Section sera ce qu'on appelle le Triangle par l'axe, & l'  
 aura, en faisant  $p$  égal à zero,  $\pm ns \pm na = z$ , Equa-  
 qui représente les deux lignes droites que donne en o-  
 la Section.

Enfin si l'angle du plan coupant avec l'axe est dr-  
 qui arrivera quand  $p$  sera infini, la Section sera un Ce-  
 l'Equation se réduira à —  $ss + nna = zz$  qui a  
 au Cercle.

Les deux dernières suppositions retombent vi-  
 dans le cas des précédentes, car  $p$  ne peut être é-  
 qu'il ne soit plus petit que  $n$ , ni égal à l'infini, sar-  
 grand que  $n$ . Aussi le Triangle par l'axe & le Co-  
 sultent des deux dernières suppositions sont-ils,  
 ment parlant, des cas particuliers des supposition  
 qui ont donné l'Ellipse & l'Hyperbole; car

l'axe est réellement une Hyperbole, dont la puissance est zero, ou qui s'est confondue avec ses asymptotes comme le Cercle est une Ellipse dont les deux axes sont égaux.

*Second Cas, lorsque  $t = 0$ .*

Maintenant si on suppose que la Section passe par le sommet de l'axe, c'est-à-dire, si  $t$  est égal à zero, on pourra refaire encore les cinq mêmes suppositions.

Si on fait  $p$  plus grand que  $n$ , on conçoit que la Section n'entame point le Cone qu'elle ne rencontre qu'au sommet en un seul point. On voit alors, par la substitution, que le coefficient de  $ss$  devient négatif, & qu'en le faisant égal à  $A$ , l'Equation sera  $-Ass = zz$ , ou  $0 = Ass + zz$ , qui est l'Equation d'une Ellipse dont les axes sont 0, c'est-à-dire, d'une Ellipse dont les axes ont diminué tant que  $t$  a décrû, & qui devient un point lorsque  $t = 0$ .

Si on suppose  $p$  égal à  $n$ , on voit qu'il n'y aura point encore de Section, proprement dite, puisque le plan, au lieu de couper le Cone, ne fait que le toucher. Aussi dans ce cas on aura  $z = 0$ , Equation à la ligne droite, qui est alors le côté du Cone. On voit que les ordonnées verticales exprimées par  $z$ , décroissent tant que le plan coupant approche du côté du Cône, & s'anéantissent lorsque le plan cesse de couper le Cone, & ne fait plus que le toucher.

Si  $p$  est plus petit que  $n$ , la Section passera entre l'axe & le côté du Cone, & elle formera un angle. Aussi dans l'Equation le coefficient de  $ss$  devient alors positif, & le faisant égal à  $A$ , on aura  $+Ass = zz$ , qui est à deux droites.

Si  $p$  est supposé égal à zero, il est clair que la Section sera celle qu'on nomme le Triangle par l'axe, & l'on aura  $\pm ns = z$ , qui est encore une Equation à deux droites.

Enfin si l'on fait  $p$  égal à l'infini, ou l'angle de la Section droit, elle ne passera que par le sommet du Cone en un point. La substitution donne en ce cas  $-ss = zz$ , ou  $0 = ss + zz$ , qui est l'Equation à un Cercle dont le rayon est 0,

c'est-à-dire, un point qui deviendrait un Cercle, si  $t$ , qu'on a supposé égal à zero, avoit une valeur réelle.

On peut voir ici d'un coup d'œil le résultat des cinq valeurs qu'on a données à  $p$  dans chacune des deux suppositions de  $t=a$  & de  $t=0$ .

$$\text{L'Equation } \frac{nn-pp}{1+pp} ss + \frac{2nn}{\sqrt{1+pp}} s + nntt = z,$$

prendra toutes les formes suivantes dans les suppositions de différentes valeurs qu'on peut donner à  $t$  & à  $p$ .

*Premier Cas, lorsque  $t=a$ .*

*Sec.<sup>d</sup> Cas, lorsque  $t=0$ .*

$$\text{Si } p > n, -Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz. \quad 0 = Ass + zz \text{ (à l'Ellipé} \\ \text{(qui est à l'Ellipé.)} \quad \text{devenue un point,} \\ \text{quand ses axes sont 0.)}$$

$$\text{Si } p = n, \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz \text{ (à la Parab.)} \quad 0 = z \text{ (à la Droite.)}$$

$$\text{Si } p < n, +Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz. \quad +Ass = zz \text{ (à deux} \\ \text{(à l'Hyp.)} \quad \text{Droites.)}$$

$$\text{Si } p = 0, \pm ns \pm na = z \text{ (à deux Droites.)} \quad \pm ns = z \text{ (à deux} \\ \text{Droites.)}$$

$$\text{Si } p = \infty, -ss + nnaa = zz \text{ (au Cercle.)} \quad 0 = ss + zz \text{ (au Cercle} \\ \text{dont le rayon est zero.)}$$

Aucune des suppositions précédentes où l'axe du Cone a toujours été ou coupé ou atteint par la Section, ne convient à la Section parallèle à l'axe, qui doit encore, comme on sçait, être une Hyperbole. Comme celle-ci ne fait aucun angle avec l'axe, pour la trouver par le moyen de l'Equation à la surface dont on a tiré toutes les autres Sections, n'y a aucune substitution à faire en la place de  $KF$ ,  $p$ , ni  $AQ$ ,  $t$ , (*Fig. 4.*) & il suffit de déterminer la distance plan coupant, à l'axe du Cone, en donnant une valeur  $\alpha$  tante à la variable  $QM$ ,  $s$ . Substituant donc uniquement au lieu de  $s$  dans l'Equation, on aura  $+Aaa + \frac{2\alpha}{\sqrt{1+pp}}$

Fig II

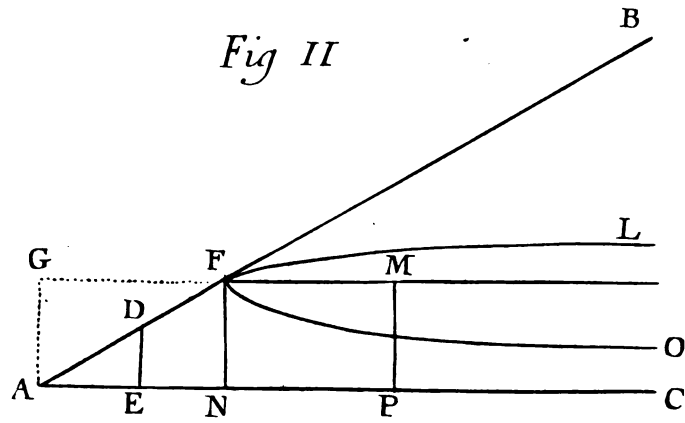
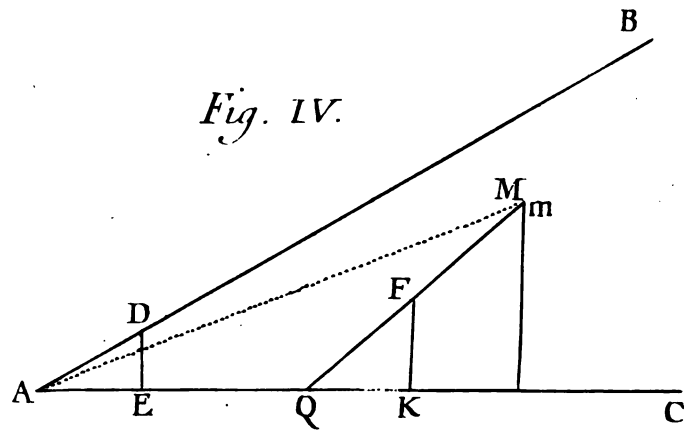


Fig. IV.





$+ nntt = zz$ , qui est à l'Hyperbole. On pourroit également prendre la distance du plan coupant à l'axe sur l'ordonnée  $z$ , en faisant  $z = a$ , au lieu de  $s = a$ , & l'on auroit

$$+ Ass + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}}s + nntt = aa, \text{ qui est pareillement}$$

à l'Hyperbole, & le plan de cette dernière couperoit à angles droits celui de la précédente, les ordonnées  $z$  ayant été supposées perpendiculaires au plan des  $t$  & des  $s$ .

Donc de l'Equation  $\frac{nn-pp}{1+pp}ss + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}}s + nntt = zz$  à la surface conique, on déduit les Equations à chaque Section en particulier, ce qu'on s'étoit proposé de démontrer.



**S E C O N D   M E M O I R E**  
*S U R   L A*  
**CONSTRUCTION DES THERMOMETRES**  
*DONT LES DEGRES SONT COMPARABLES;*  
*Avec des Expériences & des Remarques sur quelques*  
*propriétés de l'Air.*

Par M. DE REAUMUR.

6 Juin  
1731.

**T**ANT que les degrés des Thermometres ont été pris presque arbitrairement, tant que différents Thermometres ont exprimé les mêmes changements de froid & de chaud par des nombres de degrés inégaux, il étoit assés inutile de chercher à y corriger quelques imperfections, qui, quoique considérables, étoient légères en comparaison de celles qui naissoient essentiellement de leur construction. Mais à présent que nous avons des principes sur lesquels on peut faire des Thermometres dont les marches soient les mêmes, lorsqu'ils seront exposés à un Air également chaud ou froid, qui exprimeront les différents degrés de chaud & de froid de l'Air de différentes Saisons & de différents Pays, en degrés qui seront comparables, nous aurions tort de ne pas songer à leur procurer toutes les perfections dont ils sont susceptibles, de ne pas chercher à remédier à tout ce qui pourroit troubler la régularité de leur marche, s'il reste encore quelque chose qui la puisse troubler.

\* Mem. de  
l'Ac. 1730.  
p. 452.

Dans le Mémoire, dont celui-ci est une suite\*, nous avons établi les Principes sur lesquels ces Thermometres doivent être construits, pour que leurs marches soient exactement comparables; & nous y avons décrit les procédés qui conduisent à les construire sur ces mêmes principes n'y a eu qu'un article sur lequel nous ne nous sommes



expliqués, & sur lequel nous avons averti qu'il nous restoit à nous expliquer plus au long ; c'est sur les précautions avec lesquelles il convient de les sceller. Cet article ne pouvoit être traité dans toute l'étendue nécessaire, à la fin d'un Mémoire déjà très-long ; il fournira lui seul la matière de deux autres Mémoires, parce qu'il nous a engagé à faire diverses expériences qui ne sont pas seulement propres à rendre les Thermometres plus parfaits, elles nous apprendront des faits qui m'ont paru curieux par eux-mêmes, & qui pourront donner des éclaircissements sur les causes trop peu connues de quelques autres faits regardés comme singuliers par les Physiciens.

Les Thermometres auxquels nous allons nous fixer actuellement, sont donc ceux que nous avons appris à construire dans le Mémoire déjà cité. Il seroit inutile d'avoir présentes toutes les petites pratiques au moyen desquelles on y parvient, mais il est essentiel de se rappeler les principes sur lesquels leur construction est fondée, ce qui les caractérise. Leur figure est précisément la même que celle des Thermometres à Esprit de Vin, qui sont les plus communs ; ils sont composés d'une Boule, ou d'une Boîte de Verre, à laquelle est scellé un Tuyau aussi de Verre, & tout droit ; mais au lieu que ceux qu'on a faits ci-devant, étoient remplis d'un Esprit de Vin pris, pour ainsi dire, au hasard, les uns d'un Esprit de Vin rectifié, les autres d'un Esprit de Vin foible, d'une espece d'Eau-de-Vie, & tous d'un Esprit de Vin, dont la qualité est ignorée par ceux qui observent ces Thermometres, les nouveaux Thermometres sont remplis d'un même Esprit de Vin, ou au moins ils doivent apprendre la qualité de l'Esprit de Vin dont ils sont remplis, qui est déterminée par le plus ou moins de dilatabilité dont il est susceptible. Celui qu'on a pris par préférence est tel, que son volume étant réduit à 1000 parties par le froid de l'eau qui commence à se geler, est augmenté de 80 parties par le plus grand degré de chaleur que l'eau bouillante puisse lui communiquer, sans le faire bouillir. Le froid de l'eau qui commence à se geler,

le froid de la glace qui commence à se former, tel que celui de la glace qu'on produit par art en Été, & que nous avons nommé *congélation artificielle de l'eau*, est le terme d'où l'on commence à compter les degrés de ce Thermometre. Ils y sont divisés en deux suites, ceux de l'une s'élevent au dessus, & ceux de l'autre descendent au-dessous du terme de la congélation. Les degrés montants marquent combien l'Esprit de Vin s'est dilaté, & sont appelés degrés de dilatation. Les degrés descendants marquent combien l'Esprit de Vin s'est condensé plus qu'il ne l'est par la congélation de l'eau, & ils sont appelés *degrés de condensation*.

Mais ce qui fait le vrai caractère de ces sortes de Thermometres, c'est que leurs degrés ne sont pas des portions de la longueur du Tuyau arbitrairement prises; les capacités de tous les degrés sont égales, elles contiennent chacune un volume égal de liqueur, & le volume contenu dans chaque degré est connu, il est une milliême partie du volume de l'Esprit de Vin qui a pris le degré de froid de l'eau qui commence à se gélér. Ainsi lorsque l'Esprit de Vin s'est élevé de 20 degrés au-dessus du terme de la congélation de l'eau, le volume de l'Esprit de Vin, qui étoit 1000 à ce terme, est devenu 1020, il s'est dilaté de 20 parties. Si l'Esprit de Vin se trouve 10 degrés au-dessous du terme de la congélation, on sçait que son volume qui, à ce terme étoit 1000, n'est plus que 990, ou qu'il s'est condensé de 10 parties.

Nous supposons connues les pratiques qui conduisent à faire des Thermometres qui ayent les qualités que nous venons d'exiger, ou qu'on en a de tels, & qu'il ne reste plus qu'à sceller l'extrémité supérieure de leur Tuyau : car je ne mets point en question actuellement, s'il convient de la sceller, ou non. Les premiers Thermometres, comme toutes les nouvelles productions de l'art, étoient encore très-imparfaits, on laissoit le bout de leurs Tubes ouverts; on songea à les sceller, dès qu'on chercha à les rendre durables, & plus aisés à transporter : on a toujours sçu apparemment que de l'Esprit de Vin ne conserveroit pas long-temps sa force dans un vase ouvert.

Mais la question que j'ai proposée dans le premier Mémoire, & que j'ai remise à discuter dans celui-ci, est de savoir s'il convient de laisser dans la partie supérieure du Tube, un air à peu-près aussi condensé que l'Air que nous respirons, ou s'il est mieux d'y laisser un air extrêmement rarefié. Si le Thermometre est construit en Hiver, & qu'on renferme dans son Tube un air à peu-près aussi condensé que l'est celui qui nous environne, alors le risque que courra l'Instrument dans les Saisons plus chaudes, est aisé à prévoir; la liqueur comprimera de plus en plus, en s'élevant, un air qui fait lui-même effort pour occuper plus d'espace qu'il n'en occupoit, lorsqu'il a été renfermé; la Boule mince du Thermometre ne résistera pas à cet effort; elle pourra être cassée par un air renfermé dans un temps assés doux, lorsque la liqueur sera rarefiée par la chaleur de certains jours d'Été.

Cet accident n'est point à craindre si l'air contenu dans le Tube est extrêmement rare, si la place qu'on lui a laissée est beaucoup plus grande que celle qu'il occupoit, lorsqu'il en étoit dehors. Il est très-aisé de renfermer dans le Tube d'un Thermometre une aussi petite quantité d'air qu'on voudra, sur-tout si on a pris soin de faire renfler le bout supérieur du Tube en une Boule, & qu'il se termine ensuite par un Tuyau capillaire, long de quelques pouces. Mais il reste à examiner si le Thermometre, à qui on a laissé si peu d'air, n'est pas sujet à bien des changements; peut-être même n'est-il pas bien sûr que le Thermometre à qui on en a laissé très-peu, ne soit pas en risque d'être cassé, dans la suite des temps, par l'air qui s'y trouvera trop à l'étroit.

Une seule expérience, mais que j'ai répétée bien des fois, nous apprendra tout ce qui peut être à craindre de l'Air trop rarefié qu'on laisse dans les Thermometres, & nous mettra sur la voye de parvenir à en construire dont les marches ne seront sujettes qu'aux variations qu'elles doivent marquer, pour en avoir qui ne soient ni sujets à se casser, ni à être altérés, soit par le chaud, soit par le froid.

J'ai paru incliner ailleurs pour laisser l'Air des Thermom-

254 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

metres dans un état moyen entre celui de l'Air qui nous environne, & celui d'un Air très-raréfié, c'est-à-dire, à ne renfermer dans les Thermometres qu'un Air rarefié environ une ou deux fois plus que l'Air ordinaire. Pour en renfermer de tel dans le Tube, je commençois par mettre la Boule dans de l'eau, chaude à un point tel que sa chaleur suffisoit pour faire élever la liqueur presque jusqu'au haut du Tube. Dès qu'elle y étoit arrivée, je retirois la Boule de l'eau, je differois de sceller jusqu'à ce que la liqueur laissât un espace vuide à peu-près capable de contenir la quantité d'Air que j'y voulois renfermer.

Après avoir scellé de la sorte plusieurs Thermometres, & après avoir donné le temps à la liqueur de descendre au point où la température de l'Air vouloit qu'elle fut, quand je suis venu à les comparer avec d'autres, dont les bouts des Tubes étoient restés ouverts, j'ai observé des différences auxquelles je ne m'attendois pas. La liqueur des Thermometres nouvellement scellés, étoit quelquefois quatre à cinq degrés plus haut que celle des autres, & pour l'ordinaire au moins de deux degrés. Il est vrai que chaque jour, elle se rapprochoit du vrai terme : celle de tel Thermometre qui après le premier jour étoit trop élevée de quatre ou cinq degrés, après le second jour n'étoit trop élevée que de trois à quatre degrés, & le troisième jour elle n'étoit trop élevée que deux ou trois degrés. Ainsi de jour en jour l'excès de l'élevation diminuoit, mais il ne diminuoit pas aussi considérablement, à beaucoup près, qu'il avoit diminué dans les premiers jours. Il y a eu tel Thermometre dont la liqueur s'est tenue encore trop élevée d'un degré au bout de trois à quatre semaines.

La cause de cette élévation excédente s'offroit en part à qui observoit journellement les Thermometres nouvellement scellés ; lorsqu'après les avoir laissés suspendus pendant environ 24 heures, on venoit à les toucher, & sur-tout les incliner en divers sens, on déterminoit une grosse bulle d'air à monter de la Boule dans le Tube ; elle y occu-  
tantôt plus, tantôt moins d'étendue ; quelquefois son vo-

n'étoit que d'une portion de degré, & quelquefois il étoit d'un degré entier, ou même de plusieurs degrés; d'ailleurs celui d'une même bulle n'étoit ni fixe, ni ne devoit l'être, il croissoit à mesure que la bulle s'élevoit davantage.

Enfin lorsque la grosse bulle d'air se dégagoit de l'Esprit de Vin du Thermometre, l'Esprit de Vin descendoit dans le Tube, mais il s'y trouvoit encore plus haut qu'il ne l'étoit dans des Thermometres bien réglés. J'avois néanmoins beau tenter de faire monter de nouvelles bulles, c'étoit inutilement, au moins pour ce temps-là. Il n'y avoit pourtant nul doute que ce qui restoit d'excès d'élévation à la liqueur ne fut dû à de l'air; mais cet air qui tenoit la liqueur plus élevée, qui lui donnoit une augmentation de volume apparente, lui en donnoit une réelle; je veux dire, cette augmentation de volume étoit-elle dûe à de nouvel air qui se fût joint, qui se fût uni à l'Esprit de Vin du Thermometre? Nous savons combien l'Esprit de Vin, l'Eau & plusieurs autres liqueurs sont chargées d'Air, qu'elles en sont plus chargées en certaines circonstances que dans d'autres. Nous savons, par exemple, que si l'on fait bouillir de l'eau, on chasse une partie de l'Air qui y étoit contenu. Il en arrive de même à l'Esprit de Vin qu'on fait bouillir, & cela ne dispose pas à penser que l'augmentation du volume de l'Esprit de Vin de notre Thermometre fut produite par de nouvel Air dont il se fût saisi, car la seule différence qu'il y eût entre la manière dont nous avons traité cet Esprit de Vin, & celle dont nous avons traité l'Esprit de Vin qui avoit moins de volume dans des Thermometres bien réglés, étoit qu'on lui avoit fait prendre un assez grand degré de chaleur avant de sceller le Thermometre, & qu'on n'avoit pas fait prendre ce degré de chaleur à celui des autres. Il est donc bien plus probable qu'on l'avoit privé d'une partie de son air, qu'il n'est probable que de nouvel air y eût été introduit.

Il est vrai aussi que cet Esprit de Vin avoit perdu de son air, mais la façon dont s'étoit placé une partie de celui qui lui est resté, est la cause de l'effet que nous examinons. Une

\* *Mem. de  
l'Ac. 1730.  
p. 452.*

expérience rapportée à la fin du premier Mémoire \* est très-propre à nous en donner l'idée que nous en devons prendre, & d'autres expériences la démontreront vraie, autant qu'une explication physique peut être démontrée.

L'expérience que je veux rappeler ici, est celle où au lieu de suspendre le Thermometre, tiré de l'eau chaude, dans la position verticale, où on le place ordinairement, je l'ai couché presque horizontalement, c'est-à-dire, de façon que la partie supérieure de la Boule étoit plus élevée, ou aussi élevée que le bout du Tube. Quand le volume de l'Esprit de Vin, qui se refroidissoit, est venu à diminuer, le vuide qui se fait dans le Tube, lorsqu'il est dans une position plus élevée que la Boule, se faisoit dans le haut de la Boule même. J'observois ce vuide à mesure qu'il se formoit, & qu'il s'étendoit; je voyois de toutes parts des bulles se rendre à la surface de la liqueur, & sur-tout à ses bords, où elles se crévoient sans doute, & se joignoient à ce qui remplissoit le vuide, ou l'espace abandonné par l'Esprit de Vin. Nous n'examinons point encore l'état de l'Air qui remplissoit ce vuide; tout ce que nous voulons faire remarquer dans cette expérience, c'est que lorsque de l'Esprit de Vin, qui n'est pas comprimé par un poids égal à celui de l'Atmosphère, se refroidit, qu'il s'en dégage des bulles d'air; que ces bulles qui sont d'une extrême petitesse, quand elles arrivent au bord de l'espace vuide, sont peut-être composées chacune de milliers de petites bulles. Quand une bulle part, soit du fond, soit du milieu de la liqueur, toutes celles qu'elle trouve dans son chemin s'y réunissent; de sorte que telle bulle qui arrive à la surface, si petite que tout ce que les yeux peuvent faire est de l'appercevoir, n'est cependant que l'amas d'un très-grand nombre d'autres bulles, & d'un nombre beaucoup plus grand qu'on ne se l'imagine. Si nous faisons faire tant d'attention à l'extrême petitesse des bulles d'air, pour ainsi dire élémentaires, qui se dégagent de l'Esprit de Vin, c'est que nous voulons disposer à penser qu'entre ces bulles, qui se sont désunies de l'Esprit de Vin, qui ne sont plus corps

avec

avec lui, qu'il peut y en avoir des milliers qui se trouvent hors d'état de s'élever à sa surface; l'effort qu'elles font pour monter, n'est pas capable de vaincre la résistance qui naît, tant de leur adhérence aux parties de l'Esprit de Vin qui les environne, ou de leur frottement contre ces parties, que de celle qui vient de la difficulté de séparer les parties du liquide qu'elles trouvent en leur chemin. En un mot, leur petitesse est cause qu'elles sont retenues dans l'Esprit de Vin; comme des bulles d'air très-grosses sont retenues dans une liqueur grasse.

Imaginons donc que dans notre Esprit de Vin, il est resté des milliers de ces petites bulles parsemées, & nous devons dès-lors concevoir que son volume est augmenté. Cet air ainsi logé dans l'Esprit de Vin, y occupe bien autrement de place qu'il n'en occupoit uni à ce liquide, lorsqu'il faisoit corps avec lui. Il est hors de doute que l'Esprit de Vin aura alors un plus grand volume apparent. Tout ce qui peut donc sembler douteux, c'est s'il est bien vrai que notre Esprit de Vin soit alors réellement rempli de bulles d'air qui ne font plus corps avec lui. Nous avons fait imaginer que cela pouvoit être, mais il faut prouver que cela est.

L'incompressibilité de l'Esprit de Vin, de l'Eau, & généralement celle des liqueurs est connue des Physiciens; ils l'admirent, & n'admirent peut-être pas moins la prodigieuse compressibilité de l'Air. Mais ils savent qu'à ces liqueurs, qui ne cedent à aucune compression, est cependant incorporée une grande quantité d'Air; que tant que l'Air leur est uni, cet Air ne peut pas plus être comprimé que la liqueur avec laquelle il fait corps; il a perdu la propriété de se laisser comprimer en s'y unissant. Si une liqueur est compressible en quelque cas, ce ne pourra donc être que parce qu'elle renferme quelque matière compressible; en un mot; si l'Esprit de Vin de nos Thermometres est compressible en quelque cas, ce ne peut être que parce qu'il y aura de l'air logé dans cet Esprit de Vin, qui aura conservé la propriété de se laisser comprimer, & qui par conséquent ne fait point

corps avec l'Esprit de Vin. Que cela soit ainsi dans nôtre cas, en voilà plusieurs preuves.

Qu'on observe le degré où est l'Esprit de Vin dans le Thermometre où il est trop élevé, & le degré où il est dans un Thermometre bien réglé. Que la différence entre les hauteurs soit de trois degrés, par exemple; qu'on descelle le Thermometre dont la liqueur est montée trop haut, on la verra descendre dans l'instant même qu'il aura été descellé; & elle descendra plus ou moins, selon que l'air qui occupoit la partie supérieure du Tuyau étoit plus ou moins rarefié; c'est-à-dire, selon qu'il étoit plus éloigné d'égaliser par la force de son ressort celle du poids de l'Atmosphere; tantôt il descendra d'un, tantôt de deux, ou de deux degrés & demi; selon que l'augmentation de la charge est plus ou moins grande sur la liqueur du Thermometre, cette liqueur descend plus ou moins. Mais ce n'est pas l'Esprit de Vin qui se laisse ainsi comprimer, il est capable de soutenir les plus grands poids sans perdre de son volume; c'est donc l'Air, qui y est contenu, qui a cédé à la nouvelle force, c'est cet Air qui s'est laissé comprimer.

Sans desceller nos Thermometres, on peut même avoir preuve que le trop d'élevation de leur liqueur est dû à l'air qu'elle renferme, & qui n'y est pas uni. La preuve, dont nous voulons parler, sera d'autant plus sensible qu'il y aura moins d'air dans la partie supérieure du Tuyau, & que le nombre des degrés excédents sera plus grand. Qu'il soit, par exemple, de quatre à cinq degrés, & qu'on remarque exactement celui où est la liqueur, pendant que le Thermometre est dans une position verticale: qu'on l'incline ensuite jusqu'à mettre le Tube dans une position très-inclinée; à mesure qu'on l'inclinera, on verra le volume de la liqueur augmenter, elle parviendra à occuper un ou deux degrés de plus qu'elle n'occupoit, lorsque le Thermometre étoit droit. A mesure qu'on incline le Thermometre, on diminue la hauteur de la colonne d'Esprit de Vin qui chargeoit celui de la Boule, ou, ce qui revient au même, la charge qui pressoit l'air



renfermé dans cet Esprit de Vin ; son ressort, alors, est en état de se développer davantage ; le volume de l'air augmente réellement, & celui de l'Esprit de Vin paroît augmenter.

Le seul doute qu'on pourroit avoir c'est si l'Air qui se laisse alors comprimer, est réellement parsemé dans l'Esprit de Vin en une infinité de petites bulles, ou si toutes ces bulles ne sont point simplement distribuées sur la surface intérieure de la Boule, où elles sont adhérentes au Verre. Cette dernière hypothèse m'avoit paru suffire ; mais en la supposant vraie, il me sembloit que lorsque je ferois parcourir successivement toute la surface de la Boule de Verre à une grosse bulle d'air, d'un pouce de diamètre ou plus, que l'air qui se seroit attaché aux parois de la Boule se réuniroit à celui de la grosse bulle, que lorsque j'aurois fait monter cette bulle, ainsi grossie, au haut du Tube, que la liqueur se devroit trouver au véritable point. Il est bien arrivé quelquefois, qu'après qu'une bulle a été ainsi proménée dans la Boule, que la liqueur s'est trouvée un peu plus bas qu'elle n'étoit auparavant, mais jamais il n'est arrivé qu'elle soit descendue autant que je croyois qu'elle devoit descendre pour vérifier cette explication. Après tout, dès que des bulles d'air seront supposées excessivement petites, je ne vois pas qu'on se doive faire quelque peine de concevoir qu'elles puissent conserver long-temps leur place dans une liqueur qui n'est pas agitée. J'ai vu d'ailleurs que si on agite le Thermometre, que si on le renverse de haut en bas plusieurs fois dans un jour, qu'il est bien plutôt remis à son véritable point qu'il ne s'y remet lorsqu'on le laisse tranquille ; les mouvements qu'on donne à la liqueur sont cause que de petites bulles viennent à se rencontrer, que réunies plusieurs ensemble, elles en sont plus en état de se dégager.

Dès que l'Esprit de Vin est quelquefois dilaté par un Air compressible, il en résulte qu'un Thermometre construit avec beaucoup de soin, où tout a été exactement mesuré, se trouve dans la suite dérangé, lorsqu'on a fait chauffer la liqueur

MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
it de le sceller; il doit donc paroître à craindre qu'un  
ermometre qui étoit très-juste, ne se déregle après qu'il  
ra souffert les chaleurs de certains jours d'Été.  
M. Volff a fait mention d'un dérangement tout opposé à  
celui dont nous venons de parler, qui a dû être remarqué  
par ceux qui ont fait des observations pendant le froid sur  
les Thermometres ordinaires, & dont j'ai parlé dans mon  
premier Mémoire. Un Thermometre exposé à l'air extérieur,  
sur une fenêtré, qui a marqué un certain degré de froid,  
lorsque l'eau gèloit dans les environs, & qui est descendu  
ensuite de plusieurs degrés, parce que le froid est augmenté,  
quand le froid vient à diminuer, ce Thermometre ne semble  
pas remonter autant qu'on le devoit attendre. La glace &  
la nége des environs se fondent, & la liqueur se trouve plus  
bas que lorsque la glace se formoit. Je m'étois proposé de  
suivre, pendant le dernier Hiver, ce Phénomene plus atten-  
tivement que je ne l'avois fait ci-devant, pour être plus en  
état d'en trouver la véritable cause, mais mes Thermometres  
ne me l'ont point fait voir; peut-être qu'il n'y a que la marche  
de ceux dont les Tuyaux sont capillaires, qui se dérangent  
en pareil cas. Il n'est pourtant pas sûr que les Thermometres  
nous trompent toujours; lorsqu'ils nous marquent dans cer-  
tains jours où la glace se fond, un degré de froid plus grand  
que celui qu'ils marquoient dans d'autres jours où l'eau  
gèloit à la campagne. Nous verrons dans le Mémoire  
suivra celui-ci, que certaines circonstances peuvent faire  
la glace se fonde, quoique l'air ait plus de froid qu'il  
faut pour gèler l'eau. M. Volff a attribué avec beauco-  
up de vrai-semblance, le trop grand abaissement de la li-  
gagé de l'Esprit pendant le grand froid; il croit que le  
de l'Esprit de Vin se trouve diminué par la quan-  
qui s'en est dégagée, de tout ce dont il paroît tro-  
p'eusse pensé comme lui, si les expériences que nous  
terons bien-tôt, ne m'eussent appris que cette  
pas capable de produire un effet si sensible. Je cr

Plus volontiers qu'il est dû à de l'air qui, sans être entièrement mêlé avec l'Esprit de Vin, s'y trouvoit engagé, à de l'air qui a commencé à se détacher de l'Esprit de Vin vers le temps où cette liqueur a pris le degré de froid de la congélation. Ce même air, après avoir tenu l'Esprit de Vin trop haut, le laisse retomber, lorsqu'il s'en échappe par la suite. Au reste, le principe sur lequel M. Volff a raisonné, sçavoir, que le grand froid chasse beaucoup d'Air des liquides, est très-sûr. Le Professeur Italien, qui le lui a contesté pour tous les cas, autres que celui où les liquides se gèlent, n'a pas fait attention aux expériences qui l'établissent solidement, pour tous les cas où les liquides se refroidissent considérablement.

Un Observateur attentif ne laisseroit pas de faire des observations exactes avec nos Thermometres, lors même que la régularité de leur marche auroit été troublée par l'accident dont nous venons de parler; pour peu qu'il soupçonât qu'il y a du desordre, il s'en assureroit, en vérifiant son Instrument, de la manière dont nous avons recommandé de le vérifier dans le premier Mémoire, c'est-à-dire, en l'exposant à la congélation artificielle de l'eau. Si la liqueur ne descendoit pas jusqu'au terme où ce degré de froid la doit faire descendre, s'il s'en falloit un ou deux degrés, il verroit qu'il y auroit un ou deux degrés à déduire, jusqu'à ce qu'une vérification répétée lui eût appris que le Thermometre se seroit rétabli. Mais à vrai dire, il vaut mieux avoir un Thermometre qui ne soit pas sujet à un tel dérangement. D'ailleurs dans le temps du dérangement, il y auroit peut-être une autre correction à faire que celle dont nous venons de parler, c'est un volume d'Air qui donne les degrés excédents, le Thermometre est donc alors & à Esprit de Vin & à Air.

Le Thermometre ainsi dérangé, peut se rétablir de deux manières; dont la première est, lorsque l'Air rentre dans l'Esprit de Vin d'où il a été chassé. Les curieuses expériences de M. Mariote nous ont appris que l'Esprit de Vin & l'Eau reboivent l'Air qu'on en a fait sortir. Mais toutes les expériences de la

## 262 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Machine pneumatique nous montrent que les liqueurs conservent d'autant moins d'Air, que le poids dont elles sont chargées est moins grand, & nous montrent, en même temps, une seconde manière dont la marche du Thermometre peut être rétablie. Comme l'air, que nous laissons dans la partie supérieure du Tube est rarefié, il n'est pas en état de contenir dans l'Esprit de Vin tout l'air qui y est engagé, & à plus forte raison d'y faire rentrer tout celui qui s'en dégage; la marche de nôtre Thermometre se rétablira donc le plus souvent, parce que l'Air qui s'est échappé de la liqueur trouvera moyen de s'élever au-dessus de sa surface. On a ignoré jusqu'ici combien il s'en peut dégager de la sorte, & si avec le temps cette partie du Tuyau que nous avons eu dessein de ne remplir que d'un Air rare, ne le fera pas d'un Air de densité approchante de celle de l'Air de l'Atmosphere, & par conséquent d'un Air qui, dans les grandes chaleurs, pourra faire casser les Boules.

Il seroit donc important pour la sûreté des Thermometres, & pour nous ôter toute inquiétude sur la régularité de leurs marches, de les mettre à l'abri des variations qui peuvent y être introduites par l'Air qui s'en dégage. Il s'en présentoit un moyen auquel il étoit bien naturel d'avoir recours, c'est d'épuiser l'Esprit de Vin de cet Air qui produit tous les dérangements. Restoit à sçavoir si l'opération étoit praticable, & si elle n'exposeroit pas à de nouveaux inconvénients. C'est précisément de quoi nous allons rendre compte, & ce qui fait le principal objet de ce Mémoire.

Nous connoissons trois différents moyens de dégager l'Air des liqueurs où il est incorporé, & nous avons déjà dit quelque chose de tous les trois, qui sont, 1.<sup>o</sup> de diminuer la pression de l'Air extérieur, 2.<sup>o</sup> de chauffer la liqueur, 3.<sup>o</sup> de la refroidir. Les bulles, qui se voyent dans la glace, ont appris l'efficacité de ce troisième moyen; elle a été confirmée par des observations que des Physiciens attentifs ont faites sur les Thermometres, pendant de très-grands froids; ils ont apperçû alors de très-petites bulles, qui montoient de la Boule dans le Tube, & qui, arrivées à la surface de la

liqueur, se brisoient avec éruption, & produisoient des especes de petits jets de liqueur, de ces pétilllements qu'on voit sur la surface de certains Vins légers. Ces trois moyens sont aussi les seuls, que nous connoissons, de dégager l'Air des liqueurs; & tous trois peuvent, en différens temps, faire échapper celui qui est contenu dans l'Esprit de Vin des Thermometres; & tous trois, par conséquent, peuvent ôter à leur marche, la régularité qu'on avoit pris tant de soin à donner.

Si nous pouvons parvenir à empêcher l'effet de ces trois causes, il semble que nous n'aurons plus à craindre que leur marche se démente. Tirons de l'Esprit de Vin, tout l'Air qui pourroit s'en échapper dans le Thermometre, soit par la diminution de la pression, soit par la chaleur, soit par le froid, & nous n'aurons plus à craindre que l'Air s'en dégage.

La liqueur de nos Thermometres est destinée principalement à nous marquer les degrés de froid & de chaud d'un Air qui puisse être respiré; un tel degré de chaleur est toujours fort éloigné de celui qui fait bouillir l'eau. S'il eût été question d'épuiser l'Esprit de Vin d'Air, par le degré de chaleur que donne l'eau bouillante, peut-être n'eusse-je pas espéré d'y parvenir. On sçait qu'on a beau faire bouillir l'eau, qu'il lui reste toujours beaucoup d'Air; qu'on lui en tire par le moyen de la Machine pneumatique, quelle qu'ait été la durée du temps pendant lequel on l'a fait bouillir. Mais il ne me paroissoit pas de même impossible d'épuiser l'Esprit de Vin de nos Thermometres, de tout l'Air qui en peut être tiré, par la plus grande chaleur des climats habités; & en même temps d'en faire sortir tout celui qui en peut sortir, lorsque la pression de l'Air qui agit dessus, est très-inférieure à celle de l'Atmosphère, & telle que la peut produire celle d'un Air dilaté, au point où il convient de le laisser dans le Thermometre, afin qu'il n'ait pas la force de faire casser la Boule pendant les grandes chaleurs. Quoiqu'on ne sçache pas jusqu'où la liqueur du Thermometre s'élèveroit dans les Pays les plus chauds, on sçait des termes jusques auxquels elle ne s'élèvera pas. Cela supposé, il ne s'est agi

que de tâcher de tirer de l'Esprit de Vin, tout l'Air qui peut être tiré par une chaleur beaucoup plus grande que celle des plus chauds climats; il n'en est point qui puisse faire monter la liqueur de nos Thermometres, à 50 ou 60 degrés; il n'en est pas même, peut-être, qui la puisse faire aller jusqu'à 40. L'eau dont la chaleur fait monter le Thermometre à près de ce terme, fond le suif.

J'ai ôté de dessus la planche un Thermometre qui avoit au moins 60 degrés au-dessus du terme de la congélation de l'eau; je l'ai mis dans l'eau chaude, qui, sur le champ, a fait élever la liqueur dans le Tube, & je l'y ai laissé monter jusqu'à ce qu'elle ait été renduë auprès du bout du Tube. Alors j'ai retiré le Thermometre, & j'ai scellé le bout du Tube avec de la Cire, alliée à de la Térébenthine; à peine restoit-il un demi-degré, ou un quart de degré entre la surface supérieure de la liqueur, & le bout du Tube dans l'instant que j'appliquois la Cire, & étoit occupé par de l'Air très-dilaté par la chaleur: la Cire molle, pressée par le doigt entroit assés avant, pour remplir partie de cet espace, de sorte que celui qui étoit laissé à l'Air, étoit extrêmement petit. Ce Thermometre ayant été ainsi scellé, je l'ai couché presque horisontalement, de façon que le bout supérieur du Tube n'étoit guère plus élevé que la partie supérieure de la Boule. Dans cette partie de la Boule, il s'est bien-tôt fait une bulle; elle a crû, à mesure que la liqueur s'est refroidie. Pour lui donner le temps de se refroidir, j'ai laissé le Thermometre en cet état pendant 10 ou 12 heures, & plus souvent pendant 24 heures. La bulle s'est étenduë, elle est devenuë un segment de Sphere, qui avoit pour base un cercle de plus de 14 à 15 lignes de diametre. Mais il ne s'agit pas actuellement de déterminer plus précisément la grandeur de cette bulle, ni l'état de l'Air qui la formoit. Quand j'ai crû qu'elle avoit acquis à peu-près la grosseur qu'elle pouvoit prendre, j'ai redressé le Thermometre, & ainsi j'ai conduit la bulle dans la partie supérieure du Tube, & j'ai regardé l'Esprit de Vin, comme privé de la quantité d'Air qui la formoit.

Alors

Alors j'ai déscellé le Tube sur le champ, & sur le champ j'ai remis dans l'eau chaude, qui, comme la première fois, fit monter l'Esprit de Vin jusqu'au haut du Tube. Aussi j'ai retiré le Tube de l'eau, je l'ai scellé avec de la Cire; un mot, j'ai repeté précisément tout ce que j'avois fait dans la première expérience, le but de celle-ci étoit aussi le même. J'ai donc couché le Thermometre, afin que l'air retenu dans l'Esprit de Vin pût encore s'en dégager, & l'air occuper la partie supérieure de la Boule. Il s'y en est fait du comme dans la première expérience, il s'y est formé une bulle sensiblement aussi grosse, & à peu près dans le même temps. Je l'ai fait sortir comme la première; j'ai remis la Boule du Thermometre une troisième fois dans l'eau chaude, & j'ai répété précisément la manœuvre des deux premières expériences.

Je ne me suis pas tenu à faire de telles épreuves sur un seul Thermometre, je les ai faites sur plusieurs en même temps; il y en a eu qui ont commencé à donner des bulles plus grosses dès la seconde expérience; d'autres en ont donné d'une grosseur à peu près égale, jusqu'après la quatrième ou la cinquième. Ceux dont la grosseur des bulles a diminué sensiblement, ont augmenté l'espérance que j'avois de purger l'Esprit de Vin de tout l'air qui pouvoit en être empêché, par le moyen dont je me servois; mon espérance n'a pas été trompée. Il y a eu tel Thermometre dans la Boule duquel il ne s'est pas fait la plus petite bulle, après qu'il a eu passé par cinq ou six de nos épreuves. Il y en a même qui n'en ont plus donné à la quatrième épreuve. Mais il y en a eu d'autres qui en ont soutenu jusqu'à dix-huit ou vingt, avant de laisser sortir tout celui qui en pouvoit être tiré par le degré de chaleur qui avoit agi sur eux. Diverses circonstances, aisées à démêler, sont cause que des opérations semblables en apparence, n'ont pas un effet précisément égal. Mais ce qui nous importe actuellement de savoir, & ce qui étoit l'objet de toutes les épreuves précédentes, c'est qu'un certain degré de chaleur, pris au-dessous

de celui de l'eau bouillante, peut faire sortir de l'Esprit de Vin, seulement une certaine quantité d'air; que quand il en a fait sortir cette quantité d'air, qu'il n'en peut plus tirer; & qu'un degré de chaleur, pris entre celui-ci, & celui qu'avoit l'Esprit de Vin refroidi, lorsqu'on a fait sortir la bulle qu'il avoit donnée, n'est nullement capable de faire dégager de l'air de ce même Esprit de Vin. De-là il suit que si le degré de chaleur qui l'a épuisé d'air est plus grand qu'aucun de ceux par où passe l'air des Pays les plus chauds & habités, qu'il n'y a plus à craindre que la chaleur de l'air puisse produire des dérangements dans un Thermometre qui contient de l'Esprit de Vin purgé d'air jusqu'au point que nous venons de l'en purger.

Quand des expériences, répétées deux ou trois fois sur le même Thermometre, m'ont eu appris que le degré de chaleur, capable de faire monter la liqueur jusqu'au haut du Tube, n'étoit pas capable d'en faire dégager aucune bulle d'air, je l'ai fait sceller à la lampe, après avoir laissé descendre la liqueur un peu plus bas que lorsque je le scellois à la Cire. Je l'ai remis sur la planche, & je l'y ai laissé tranquille. Quand il y a eu pris le degré de température de l'air qui l'environnoit, alors la liqueur, loin de se trouver plus haut que celle des Thermometres bien réglés, comme il arrive à ceux qu'on scelle, sans avoir épuisé l'air de l'Esprit de Vin, la liqueur, dis-je, a été plus bas; c'est à quoi on devoit s'attendre. Mais on ne se feroit peut-être pas attendu que malgré tout l'air que j'en avois fait sortir, que la liqueur n'eût dû se trouver qu'environ un quart de degré au-dessous du terme où elle se fût trouvée, si on lui eût laissé tout son air.

Ce qui me paroissoit ici le plus curieux, & le plus intéressant, c'étoit de sçavoir quel étoit le rapport de la dilatabilité de cet Esprit de Vin dépouillé d'air, avec la dilatabilité de pareil Esprit de Vin, qui avoit tout l'air dont il pouvoit être chargé, & c'étoit la connoissance essentielle à la construction des Thermometres; un des principes qui nous mettent en état de comparer leurs marches, la suppose.

a  
cl  
en  
m  
de  
le  
ce  
de

c  
P  
P  
P  
t



D'ailleurs il est intéressant de sçavoir, de combien l'air, si dilatable par la chaleur, contribue à la dilatabilité de l'Esprit de Vin avec lequel il est incorporé. Nos Thermometres nous offrent un moyen bien aisé de le reconnoître. Il n'y a qu'à comparer les marches de deux Thermometres, dont l'un contienne un Esprit de Vin chargé de tout l'air qu'il a naturellement, & dont l'autre contienne du même Esprit de Vin qui a été extrêmement épuisé d'air; de comparer, dis-je, leurs marches dans une longue suite de degrés, tant au dessus qu'au dessous de la congélation de l'eau. J'ai fait cette comparaison un grand nombre de fois, le résultat en paroîtra apparemment singulier à ceux même qui n'ont pas assuré aussi positivement que M. Taglini, que l'air ne peut s'échapper de l'Esprit de Vin, sans que la vertu contractive & expansive de l'Esprit de Vin soit diminuée. Les deux Thermometres se sont également suivis dans tous les changements de température d'air; ils ont marqué avec autant de précision le même degré, qu'eussent pû faire deux Thermometres construits avec soin, & tous deux remplis du même Esprit de Vin, qui y auroit été mis avec tout son air.

Quelque dilatable que soit l'air par la chaleur, tant qu'il est uni, tant qu'il est incorporé à l'Esprit de Vin, il n'a donc plus la dilatabilité qui lui est naturelle. S'il en a, il en a si peu, qu'elle n'ajoute rien de sensible à celle du volume d'Esprit de Vin où il est. Nous devons le prévoir, ou du moins le soupçonner; car dans le fond la compressibilité & la dilatabilité de l'air sont deux propriétés qui peuvent dépendre du même principe. Pourquoi, lorsque la compressibilité lui est ôtée, la dilatabilité lui resteroit-elle? Les expériences du premier Mémoire qui nous ont conduits à conclure que la partie spiritueuse de l'Esprit de Vin est prodigieusement dilatable, pouvoient au moins nous faire douter si l'air incorporé avec ce liquide contribue à sa dilatabilité. Mais les expériences rapportées dans le même Mémoire sur le peu de dilatation que donnent à l'eau certains degrés de chaleur, qui font élever l'Esprit de Vin du Thermometre beaucoup au

dessus du terme de la congélation, ne devoient pas nous laisser à des doutes. Nous sçavons que l'eau contient beaucoup d'air, que l'air est extrêmement dilatable, & les expériences nous montroient que l'eau étoit très-peu dilatée par un degré de chaleur capable de dilater l'air considérablement. Nous en devions donc conclurre que l'air contenu dans l'eau n'est point ou est peu dilatable, au moins par certains degrés de chaleur. Mais il ne nous est que trop ordinaire de ne voir ni toutes les conséquences, ni l'étendue de conséquences qui peuvent être tirées de ce qui nous est connu.

Tant que l'air est incorporé avec les liquides; tant qu'il leur est uni, il est donc privé des deux propriétés qui nous le caractérisent d'une manière si admirable, de celle de se laisser comprimer par les poids, & de celle de se laisser si aisément & si considérablement rarefier par la chaleur; il ne les reprend l'une & l'autre que lorsqu'il se desunit du liquide à qui il étoit joint.

Il étoit pourtant si naturel de penser que l'air contribüoit à la dilatabilité des liquides, qu'il n'est pas étonnant qu'on n'ait pas cherché à faire des expériences propres à découvrir ce qui en étoit. Il y a plus, on a crû avoir des expériences qui prouvoient au contraire que l'air qui y est mêlé, les rend dilatables. M. Taglini, dans ses Theses sur les Thermometres, que nous avons déjà citées, dit qu'il pourroit sembler qu'on construïroit un Thermometre plus parfait si on le remplissoit d'un Esprit de Vin purgé d'air dans la Machine pneumatique, parce que cet Esprit de Vin devenu plus dense, en recevroit plus aisément les impressions de la chaleur. Mais il ajoûte aussi-tôt que l'expérience démontre le contraire, que l'Esprit de Vin purgé d'air s'élève & s'abaisse beaucoup plus lentement dans le Thermometre par la chaleur & par le froid, & qu'il ne donne pas en degrés convenables le froid & le chaud de l'Air extérieur. Il en conclut enfin, dans sa quatorzième position, que l'air mêlé intimement avec l'Esprit de Vin, contribüe beaucoup à ses vertus expansives & contractives, qui peuvent être mises en jeu par le chaud & par le froid.

Sans en avoir fait l'expérience, j'admettrai volontiers que l'Esprit de Vin purgé d'air par le moyen de la Machine pneumatique, n'a plus sa première dilatabilité ; mais depuis ces expériences que nous venons de rapporter, on ne peut penser que ce soit parce qu'il a été privé d'air ; c'est parce qu'il l'a été de sa partie spiritueuse. L'air qui se dégage de l'Esprit de Vin, qui s'élève avec irruption dans le balon, emporte avec soi quantité de parties des plus volatiles, qui ne rentrent plus dans l'Esprit de Vin ; on les met hors du balon, lorsqu'on fait sortir à coups de piston l'air avec lequel elles sont mêlées. L'Esprit de Vin devient donc un Esprit de Vin foible, une espece d'Eau-de-Vie, qui est bien loignée d'avoir le degré de dilatabilité de l'Esprit de Vin rectifié.

Il n'en arrive pas de même lorsque nous purgeons plus doucement d'air nôtre Esprit de Vin par le moyen du Thermometre. Les bulles d'Air se dégagent peu-à-peu sans bouillonnements sensibles ; si quelques parties spiritueuses de l'Esprit de Vin sont enlevées, elles ont le temps d'y retourner, de s'y venir rejoindre. Enfin pour faire sortir l'air qui est assemblé dans la Boule, on redresse le Thermometre ; et l'air est obligé de toucher successivement à tout l'Esprit de Vin qui remplit le Tube, qui reprendroit alors la pluspart des parties spiritueuses que cet air auroit retenües, s'il en voit retenües, elles ont apparemment plus de disposition à s'attacher à l'Esprit de Vin qu'à l'air. Enfin puisque l'Esprit de Vin, que nous avons privé d'une grande partie de son air, se dilate & se condense autant & aussi promptement que celui qui est autant chargé d'air qu'il est possible, il est certain qu'en faisant sortir l'air du premier, nous ne lui tons point de sa partie spiritueuse, car si nous lui en ôtions une quantité sensible, il faudroit conclurre que l'air qui étoit contenu dans l'Esprit de Vin diminüoit la dilatabilité de ce quide.

De tout cela il résulte, par rapport à la construction de nos Thermometres, que dès que nous aurons suffisamment

épuisé d'air l'Esprit de Vin qui y est renfermé, que plus l'air qui occupera la partie supérieure du Tube sera rare, ou, ce qui est la même chose, moins on laissera d'air dans le Tube avant de le sceller, & moins il y aura à craindre que le Thermometre se déränge dans la suite. On peut même se promettre qu'un tel Thermometre conservera pendant une longue suite d'années, & peut-être pendant des siècles, la régularité de sa marche. L'air qu'on a laissé dans le Tube, quoique très-raréfié, le sera moins que l'étoit celui qui y restoit dans les opérations où on purgeoit l'Esprit de Vin d'une partie du sien; il n'y aura donc pas à craindre par la suite que de nouvel air se dégage de ce même Esprit de Vin.

J'ai dit ailleurs, que nous ignorions si, à la longue, l'Esprit de Vin, quoique renfermé dans des vases scellés hermetiquement, ne s'altère point : dans ceux qui sont tels que nos Thermometres, la partie spiritueuse peut monter en vapeur dans la portion du Tube qui est occupée par l'air; mais il est évident que plus l'air qui y sera contenu sera rarefié, ou, ce qui est la même chose, plus il sera léger, & moins la partie spiritueuse aura de facilité à monter & à se soutenir dans le haut du Tube, hors de l'Esprit de Vin. Mais il pourroit se faire qu'à la longue, l'Esprit de Vin, comme toutes les liqueurs qu'on laisse long-temps tranquilles dans des vases, se décomposât un peu, que la partie huileuse se dégageât de la partie aqueuse. Peut-être que ces deux parties séparées ne donneroient pas la même dilatabilité qu'elles ont quand elles sont réunies. Nos expériences sur la dilatabilité des mélanges de l'eau & de l'Esprit de Vin \* sont cependant propres à nous rassûrer contre l'inquiétude que nous pourrions avoir pour le cas d'une sorte de décomposition. La grosseur des Tubes de nos Thermometres nous met en état d'empêcher que l'Esprit de Vin ne se décompose aussi aisément qu'il se décomposeroit dans des Thermometres à Tubes capillaires, & nous mettent encore en état de faire reprendre à l'Esprit de Vin, la partie spiritueuse qui s'en seroit échappée, pour monter vers le haut

\* V. Mem. de  
l'Acad. 1730.

du Tube. On n'a qu'à renverser & redresser plusieurs fois de suite ces Thermometres, c'est-à-dire, qu'à obliger la liqueur à remplir tout le Tube; alors elle reprendra les parties spiritueuses qui y pourroient être flottantes, & l'agitation donnée à toute la masse de la liqueur entretiendra entre les parties de l'Esprit de Vin, une union qui auroit pû se détruire pendant un long repos. Mais à vrai dire, c'est pousser les craintes & les précautions bien loin.

Les Thermometres, dont l'Esprit de Vin a été purgé d'air, & dont le haut du Tube n'est occupé que par un air très-rare, m'ont paru avoir un avantage sur les autres, que je n'ose pourtant encore donner comme bien certain. Il m'a semblé, dans les comparaisons que j'en ai faites avec les autres, qu'ils étoient plus sensibles, qu'ils montoient ou qu'ils descendoient plus vite au terme où ils devoient monter ou descendre. L'air contenu dans la partie supérieure du Tube étant compressible, & l'Esprit de Vin ne l'étant pas, il est certain que l'action de cet air sur l'Esprit de Vin ne sauroit empêcher l'Esprit de Vin de s'élever, lorsqu'une augmentation de chaleur tend à les dilater l'un & l'autre. Mais plus la résistance de l'air est grande, & elle est d'autant plus grande que l'air qui est échauffé, étoit ci-devant plus condensé, & plus lentement l'Esprit de Vin doit s'élever. Ce n'est pas qu'il ne s'élève dès qu'il s'échauffe, ou qu'il se dilate, ce qui est la même chose; mais la chaleur est plus long-temps à pénétrer l'Esprit de Vin quand il est plus comprimé. Les parties de feu qui doivent s'y introduire, ont une plus grande résistance à vaincre, & la vainquent plus lentement. En un mot, comme il faut plus de temps pour échauffer les corps les plus solides, il en faut plus aussi pour échauffer les corps les plus pressés. Il faut plus d'action du feu pour agir sur un plus grand nombre de parties, & il faut aussi plus d'action pour agir sur un même nombre de parties qui résistent davantage.

Ce qu'on pourroit craindre avec plus de fondement, c'est que l'Esprit de Vin privé d'air ne se saisisse d'une partie de celui qui a été laissé dans le Tube. Mais ce qu'il en repren-

dra ne sçauroit aller loin, en comparaison de ce qui lui en a été ôté, sur-tout si la quantité qui est restée dans le Tube est petite. Quand dans la suite, ce peu d'air rentré dans l'Esprit de Vin viendrait à se dégager, il n'y a nulle apparence qu'il produisît des irrégularités sensibles dans la marche du Thermometre. On en jugera ainsi quand on sçaura quelle est la quantité d'air dont l'Esprit de Vin a été privé avant qu'on scellât le Thermometre.

Il nous reste donc à faire connoître quel volume d'air, réduit à la densité de celui qui nous environne, a été tiré de l'Esprit de Vin, & de combien il augmentoit le volume de l'Esprit de Vin, quand il lui étoit uni. Il seroit utile à la Physique que nous puissions avoir des idées moins vagues que celles que nous avons, de la quantité d'air contenue dans l'Esprit de Vin, dans l'eau, & dans d'autres liquides. On sçait que ces liquides ont de l'air, on leur en croit beaucoup, & peut-être même plus qu'ils n'en ont réellement; mais on n'a point employé d'Instruments propres à mesurer la quantité qu'on en fait sortir; on n'en sçauroit peut-être employer de plus propres à cet usage que nos Thermometres. Ils sont aussi propres à mesurer la quantité d'air contenue dans tous les liquides en général, & même dans quelques solides, qu'à mesurer le chaud & le froid. Nous indiquerons seulement ici ce que nous avons fait pour mesurer l'air nuisible à la régularité de nos Thermometres. Mais on jugera peut-être qu'il conviendrait de pousser plus loin les expériences qui se feront dans une autre vûe. M. Mariote a eu recours à un moyen simple & ingénieux, comme l'étoient ordinairement ceux dont il se servoit, pour donner quelque idée de la quantité d'air contenue dans une goutte d'eau. Il s'est servi d'un petit dé de verre, rempli d'huile jusqu'à une certaine hauteur, qu'il posoit sur une goutte d'eau. Par le moyen d'une bougie, il chauffoit cette goutte d'eau; l'air, que la chaleur forçoit d'en sortir, montoit dans le dé, il s'y assembloit, & mettoit l'Observateur en état de porter une sorte de jugement sur la quantité d'air qui pouvoit être tirée

de

de la goutte d'eau. J'ai lieu de croire que diverses circonstances ont contribué à faire juger dans cette expérience que l'eau contient plus d'air qu'elle n'en contient réellement ; ce qui est de sûr, c'est que cette façon de mesurer, ou plutôt d'estimer l'air, est très-grossière, & que nos Thermometres nous donnent des mesures très-précises. Pour apprendre comment on peut s'en servir à cet usage, nous n'avons qu'à faire attention à quelques circonstances que nous avons observées ci-devant, à dessein.

Considérons un de nos Thermometres, qui a resté couché pendant plusieurs heures, depuis qu'il a été tiré de l'eau chaude, & qu'il a été scellé avec la cire, en y apportant toutes les précautions dont nous avons parlé ; qu'au haut de la Boule il y ait une grosse bulle : la grosseur de cette bulle ne sauroit nous donner une idée juste de la quantité d'air qui la compose ; plus ou moins d'air formera une pareille bulle, selon qu'il sera plus ou moins dilaté ; & cet air est plus ou moins dilaté, selon que le bout du Tube, qui n'est jamais dans une position précisément horizontale, est plus ou moins élevé, selon que la liqueur occupe plus ou moins d'étendue dans ce Tube, & enfin selon que la quantité d'air qui a été laissée dans le bout supérieur du Tube est plus ou moins grande, parce que son ressort en est plus ou moins en état de contrebalancer celui de l'air de la bulle. Pour mesurer exactement l'air de la bulle, il faut réduire son volume à celui d'un air aussi condensé que l'est celui de l'Atmosphère. Le moyen en est bien simple, & donne toute la précision qu'on peut demander en des expériences de cette espèce, où un à peu-près assez grossier suffiroit, & ici on a mieux. J'observe le degré du Tuyau où est la liqueur ; qu'elle soit, par exemple, au cinquantième degré. Je descelle ensuite le Thermometre, afin que la liqueur, & par conséquent la bulle d'air de la Boule soient exposées à la pression de l'air extérieur. Afin que ce dernier air n'entre pas trop brusquement dans le Thermometre, je le descelle peu-à-peu, & le meilleur moyen pour cela est de percer la cire avec une pointe

274 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de fer assés fine, une aiguille à tricoter y est propre. Dès que la cire est entièrement percée, le nouvel air, qui entre dans le Tube, force la liqueur à descendre ; sur le champ le volume de la bulle diminue considérablement. La liqueur, dans ce premier instant, descend même plus bas qu'elle ne doit descendre ; le premier choc a fait trop céder le ressort de l'air de la bulle, ce ressort reprend un peu le dessus, il fait remonter la liqueur dans le Tube, & même trop haut. Enfin il se fait des vibrations qui cessent bientôt, & après lesquelles la liqueur s'arrête sur le degré où elle doit rester. C'est pour empêcher qu'il ne se fasse de trop grandes vibrations, & que la Boule de verre ne souffre du premier choc, que je déscelle peu-à-peu le Thermometre. Tout étant tranquille, j'observe jusqu'où la liqueur est descendüe, qu'elle soit à 30 degrés, ou qu'elle soit descendüe de 20. Je redresse ensuite mon Thermometre, bientôt la bulle d'air s'introduit dans le Tube, elle monte jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au dessus de la liqueur. Quand tout l'air est sorti, & que la liqueur est descendüe, je remets le Thermometre en situation horisontale, & je remarque le degré où elle se trouve ; que ce soit à 10 degrés, la bulle contenoit donc un volume de 20 degrés d'air, puisque la liqueur étoit à 30 degrés, lorsque la bulle étoit dans la Boule ; & c'étoient 20 degrés d'air condensé par le poids de l'Atmosphere, & par une colonne d'Esprit de Vin, peu haute, plus ou moins pourtant, selon que le bout du Thermometre avoit été tenu plus ou moins haut. On aura égard, quand on voudra, à cette augmentation de charge, mais négligeons-là actuellement ; ne regardons ces degrés d'air que comme des degrés d'air condensés au même point que celui de l'Atmosphere. Prenons la somme des degrés d'air condensé que nous donnent nos différentes épreuves sur l'Esprit de Vin du même Thermometre, & nous aurons la quantité de l'air qui a été tirée de cette quantité d'Esprit de Vin. Or comme la quantité d'Esprit de Vin nous est connue en mêmes mesures que la quantité d'air, on aura sur le champ les rapports de l'une à l'autre.



Le détail de quelques expériences est ici nécessaire, elles donneront des exemples de différents résultats.

Dans les expériences que nous allons rapporter, nous donnons le volume de l'air condensé au point de celui de l'Atmosphère, sans avoir égard à la charge de l'Esprit de Vin qui est dans un Tuyau très-incliné, sans être absolument horizontal; & nous donnons le volume qu'occupoit cet Esprit de Vin avant d'être condensé, & cela en ôtant du nombre de degrés où étoit la liqueur avant qu'on déscellât le Thermometre, le nombre des degrés où la liqueur se trouve après que la bulle d'air est sortie. Le degré de rarefaction de l'air de la bulle sert à apprendre qu'on avoit laissé plus ou moins d'air dans le Tube, lorsqu'on l'avoit scellé.

Dans la première expérience, l'Esprit de Vin du Thermometre a donné  $10^{\text{d}} \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui avant d'être condensé en occupoit 30.

Dans la seconde expérience, l'Esprit de Vin a donné encore  $10^{\text{d}} \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $34^{\text{d}} \frac{1}{2}$ .

Dans la troisième expérience, l'Esprit de Vin n'a donné que  $5^{\text{d}}$  d'air condensé, qui avant d'être condensé, occupoit  $34^{\text{d}}$ .

Dans la quatrième expérience, l'Esprit de Vin a encore fourni  $5^{\text{d}}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit dans le Thermometre  $35^{\text{d}} \frac{1}{2}$ .

Dans la cinquième expérience, on a fait sortir la bulle d'air avant que la liqueur eût eû assez de temps pour se refroidir, ou, ce qui revient au même, avant que l'air qui s'en pouvoit dégager, en fût sorti, la bulle n'a été que de  $11^{\text{d}} \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui, rarefié, occupoit  $21^{\text{d}} \frac{1}{2}$ .

Dans la sixième expérience, l'Esprit de Vin a donné  $5^{\text{d}}$  d'air condensé, qui auparavant occupoit  $27^{\text{d}} \frac{1}{2}$ .

Dans la septième expérience, l'Esprit de Vin a donné  $2^{\text{d}} \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui auparavant occupoit  $27^{\text{d}} \frac{1}{2}$ .

Dans la huitième, il a donné  $2^{\text{d}}$  d'air condensé, qui auparavant de l'être, occupoit  $26^{\text{d}}$ .

276 MEMOIRBS DE L'ACADEMIE ROYALE

Dans la neuvième, il a donné  $1^d \frac{1}{4}$  d'air condensé, qui, rarefié, occupoit  $20^d \frac{3}{4}$ .

Dans la dixième, il a donné  $1^d \frac{1}{8}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $18^d \frac{5}{8}$ .

Dans la onzième, il a donné  $1^d$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $25^d$ .

Dans la douzième, il a donné moins d'un demi-degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit  $10^d$  moins quelque chose.

Dans la treizième, il a donné un demi-degré d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $22^d$ .

Dans la quatorzième, il a donné  $\frac{1}{8}$  de degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit  $6^d \frac{1}{8}$ .

Dans la quinzième, il a donné  $\frac{1}{3}$  de degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit  $15^d$ .

Dans la seizième, il a donné  $\frac{1}{4}$  de degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit  $15^d$ .

Dans la dix-septième, il a encore donné près de  $\frac{1}{4}$  de degré d'air condensé, qui, dilaté, occupoit  $10^d \frac{1}{2}$ .

Après ces dix-sept expériences, l'Esprit de Vin a été entièrement épuisé de l'air, qui pouvoit en être tiré par la chaleur capable de le faire monter jusqu'au haut du Tube. Le Thermometre a été remis trois fois dans l'eau chaude, & après chaque fois qu'il y a été mis, il est resté couché un jour entier, sans qu'il ait paru la moindre petite bulle. Quand il a été scellé, la liqueur s'est trouvée plus bas d'environ un bon quart de degré que celle des Thermometres non scellés, ou que celle des autres sur lesquels il avoit été réglé avant qu'on en dégagât l'air. Si on joint ensemble ce que les dix-sept expériences ci-dessus ont donné, on trouvera que la quantité de l'air, un peu plus condensé que celui de l'Atmosphere, qui a été tirée de l'Esprit de Vin, étoit de  $47^d \frac{1}{3}$ .

J'ai fait les mêmes expériences sur un autre Thermometre rempli du même Esprit de Vin affoibli, son Tuyau étoit plus court que celui du précédent, il avoit moins de degrés au dessus de la congélation. Dans la première expérience, il a donné

$4^d \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $10^d \frac{1}{2}$ .

Dans la seconde expérience, il a donné  $16^d \frac{3}{4}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit dans le Tube  $41^d \frac{1}{2}$ .

Dans la troisième expérience, il a donné  $10^d \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $48^d$ .

L'air qui a été tiré dans ces trois expériences, a été tout celui qui a pû être tiré par la chaleur capable de faire monter l'Esprit de Vin jusqu'au haut du Tube. Sa quantité n'a été que de  $31^d \frac{3}{4}$  d'air condensé ; inutilement le Thermometre a-t-il été remis dans l'eau chaude, & couché après en avoir été tiré.

L'Esprit de Vin des deux expériences précédentes étoit de celui dont nous avons jusqu'ici rempli nos Thermometres, c'est-à-dire, de celui dont l'étendue de la dilatabilité entre le froid de la congélation de l'eau, & la plus grande chaleur que l'eau bouillante puisse lui faire prendre, sans le faire bouillir, est comprise entre les nombres de 1000 & de 1080. Cet Esprit de Vin étoit fait d'un autre Esprit de Vin qu'on avoit affoibli, dont le volume réduit à 1000 par la congélation, étoit porté à 1090 par la chaleur de l'eau bouillante. J'ai voulu éprouver ce que cet Esprit de Vin donneroit d'air ; j'en ai rempli la Boule, & partie du Tube d'un Thermometre, gradué selon la méthode que nous avons expliquée. Dans le temps de la congélation de l'eau, ce Thermometre étoit au même point, c'est-à-dire, à 0 degrés ; que les Thermometres à Esprit de Vin affoibli. Mais dans tout autre temps, il marquoit & devoit marquer, des degrés différents de ceux que marquoit l'Esprit de Vin affoibli des autres Thermometres. J'ai fait les mêmes manœuvres pour tirer l'air de l'Esprit de Vin de ce Thermometre, que j'avois employées pour tirer l'air de l'Esprit de Vin des autres.

Dans la première expérience, il m'a donné  $16^d \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $28^d$ .

Dans la seconde expérience, il a donné  $23^d \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit  $50^d \frac{1}{4}$ .

Dans la troisième, il a donné  $14^d \frac{1}{2}$  d'air condensé, qui, raréfié, occupoit  $48^d \frac{1}{2}$ .

Dans ces trois expériences, il a donc fourni  $54^d \frac{1}{2}$  d'air condensé. C'est aussi tout celui qui en a pû être tiré, car c'est inutilement qu'il a été remis ensuite dans l'eau chaude.

Au reste, si on compare entre eux les résultats des différentes expériences faites sur le même Thermometre, ou les résultats de ce qu'ont donné les expériences faites sur différents Thermometres, on trouvera des variétés dont les causes ne sont pas difficiles à appercevoir. Une seconde expérience faite sur le même Thermometre tirera plus d'air de l'Esprit de Vin que n'en a tiré la première, si la quantité d'air qu'on a laissée la 2.<sup>de</sup> fois dans le haut du Tube est moindre que celle qu'on y avoit laissée la première fois. L'air laissé dans le Tube se dilate, comme il est très-connu; plus il se dilate, & plus la force de son ressort s'affoiblit; d'où il suit que moins on a renfermé d'air dans le Tube, & moins cet air est en état de presser l'Esprit de Vin, ou, ce qui est la même chose, d'empêcher l'air, qui lui est uni, de s'en dégager.

Une autre circonstance encore à remarquer, c'est que si on donne le temps à l'Esprit de Vin de se refroidir davantage dans une expérience que dans l'autre, qu'il s'en échappe plus d'air dans cette expérience. De-là il arrive que si une expérience est faite dans un temps plus froid que celui où l'autre a été faite, celle qui a été faite dans un temps plus froid, tirera une plus grande quantité d'air, quoiqu'on ait laissé, dans l'une & dans l'autre, le même intervalle, entre le temps où l'on a scellé les Thermometres, & celui où on les a déscellés. Un degré de froid considérable accélère extrêmement l'opération, car il est à remarquer que l'air ne se dégage de la liqueur que lorsqu'elle se refroidit; l'air du haut du Tube qui la suit, perd de la force avec laquelle il l'a comprimé, parce qu'alors il se dilate de plus en plus. Il en perd encore par une autre considération, c'est qu'il se refroidit lui-même, & plus vite que la liqueur: or on sait combien la chaleur est capable d'augmenter la force du ressort de l'air. Aussi un fait qui mérite fort d'être remarqué, c'est que si on observe le Thermometre après l'avoir tiré de l'eau

chaude, l'avoir couché, on voit quelquefois la liqueur s'approcher peu à peu du terme de la congélation, sans qu'il paroisse de bulle, ou au moins de bulle considérable dans la Boule; mais est-elle arrivée à un certain terme, par exemple à 16 degrés, ou plus bas, comme je l'ai vû y descendre en quelques circonstances; quoique la chaleur de l'air extérieur n'augmente pas, la liqueur commence ensuite à s'élever, & insensiblement elle remonte jusqu'à 30 ou 40 degrés; c'est qu'alors l'air se dégage de l'Esprit de Vin, & qu'à mesure qu'il s'en échappe, il se dilate, & force la liqueur du Tube à lui laisser de la place, à avancer vers la partie supérieure du Tube, & à condenser l'air qui y est, & qui s'étant refroidi est plus aisé à condenser.

De Thermometre à Thermometre, il y aura aussi des Variétés qui auront les mêmes sources que celles que nous venons de rapporter. Mais il y en a une autre qui n'en donne pas seulement dans les résultats de chaque épreuve; mais qui en donne de plus dans la somme des résultats, c'est si les Tubes n'ont pas un égal nombre de degrés au dessus du terme de la congélation de l'eau. Car le degré de chaleur qui fait monter l'Esprit de Vin au haut du Tube qui a moins de degrés est plus foible que celui qui le fait monter au haut du Tube qui a plus de degrés. De-là il arrive que lorsque les deux liqueurs viennent à se condenser, l'espace vuide que laisse celle qui a le moins de degrés, est aussi le moindre. De sorte que si on a laissé dans le haut des deux Tubes une égale quantité d'air, l'air de l'un a plus de force pour agir contre la liqueur que l'air de l'autre, parce qu'il n'a pas autant d'espace pour se rarefier.

Des expériences répétées avec le même Thermometre vuide, & rempli ensuite de la même liqueur, ou d'une liqueur pareille, pourroient aussi donner des variétés; le même Esprit de Vin, la même eau, peuvent ne pas contenir toujours la même quantité d'air, & réellement ils en contiennent moins en certains temps que dans d'autres. D'ailleurs il peut rester de l'air adhérent aux parois des Tubes, que l'Esprit de Vin

introduit n'a pas chassé; il y en peut rester tantôt plus, tantôt moins; ce qui donnera encore des différences entre les résultats des épreuves. Dans la première que nous avons rapportée, où la liqueur n'a été épuisée d'air qu'après dix-sept opérations, il y avoit du Sable dans la Boule du Thermometre; l'air qui y étoit resté attaché a bien pû fournir une partie de celui qui a mis une si grande différence entre le résultat de cette épreuve, & le résultat de la seconde, l'une a fourni  $47 \frac{1}{3}$  degrés d'air condensé, & l'autre  $31 \frac{1}{4}$  degrés seulement. La différence du nombre des degrés des Tuyaux de ces deux Thermometres a pourtant entré pour beaucoup dans la cause de cette différence. Mais dès qu'il y a du Sable, du Plomb dans la Boule, &c. les opérations ont besoin d'être répétées plus de fois, une partie des bulles d'air qui se dégagent de l'Esprit de Vin se trouvent arrêtées entre les grains de ces matières, elles ne peuvent monter au haut de la Boule.

Les expériences que nous venons de rapporter suffisent, par rapport au premier objet que nous nous étions proposé, pour faire voir que lorsque nous avons privé d'air l'Esprit de Vin d'un Thermometre, autant que ce genre d'épreuve l'a permis, que nous avons assuré la régularité de sa marche, qu'il n'y a plus à craindre qu'elle soit troublée par l'air que cet Esprit de Vin pourra reprendre par la suite. On lui a ôté 30 à 40 degrés d'air, & lorsqu'on scelle le Tube, on n'y renferme que deux ou trois degrés d'air, & beaucoup moins, si l'on veut. L'Esprit de Vin ne sçauroit se saisir de tout cet air, & quand il s'en saisiroit, il en seroit très-peu chargé.

Mais ces expériences mériteroient d'être poussées plus loin pour nous faire connoître plus précisément la quantité d'air qui est contenüe dans différentes liqueurs, & sur-tout dans l'eau; la quantité qui en peut être tirée par de plus grands degrés de chaleur que ceux que nous avons employés pour l'Esprit de Vin. L'expérience qu'a faite M. Mariote avec son petit dé de Verre rempli d'Huile, lui a paru prouver qu'une

qu'une goutte d'eau contenoit un volume d'air, tel que celui qui est simplement pressé par le poids de l'Atmosphère, huit à dix fois plus grand que le sien.

Il y a beaucoup d'apparence que la bulle qu'il a eüe a été grossie par de l'air étranger à l'eau; mais nous ne nous arrêterons pas actuellement à déterminer ce qu'on doit penser sur la quantité d'air qui est dans l'eau, nous serions obligés d'entrer dans un détail d'expériences & de discussions qui nous ont menés plus loin que nous ne l'avions prévu, lorsque nous nous y sommes engagés; nous pourrons en rendre compte dans un autre temps.

Quelle que soit la quantité réelle d'air, qui est contenuë dans l'eau & dans les autres liquides, la manière dont elle y est contenuë est très-digne de l'attention des Physiciens. Nous avons vû que la quantité d'air qui, au milieu de nôtre Atmosphère, & condensée par son poids, occupoit 54 degrés, n'augmente le volume de l'Esprit de Vin auquel elle est unie, que d'environ un quart de degré, qu'elle n'y occupe qu'une place qui est près de 216 fois plus petite que celle qu'elle occupe dans l'Atmosphère. L'expérience qui a fait penser à M. Mariote que l'air étoit huit ou dix fois plus comprimé dans l'eau qu'il ne l'est lorsqu'il en est sorti, qu'il y occupe huit à dix fois moins de place, semble donc ne lui avoir pas encore fait imaginer à beaucoup près l'air assés à l'étroit dans l'eau. Enfin l'air, pendant qu'il est dans l'eau, a perdu sa compressibilité, & nous avons vû de plus qu'il a perdu sensiblement sa dilatabilité.

Peut-être pourtant a-t-on trop admiré la manière dont l'air est contenu dans l'eau & dans les autres liquides; on a envisagé ce phénomène sous certains côtés qui y jettent un merveilleux, qui eût disparu, si on l'eût considéré autrement. Une idée assés ordinaire est de regarder l'air comme du coton, comme de la laine, comme de l'éponge, & beaucoup plus spongieux encore que ne sont tous les autres corps ou assemblages de corps auxquels on peut le comparer. Cette idée est très-propre pour expliquer pourquoi il se laisse comprimer

considérablement par les poids, pourquoi aussi il peut être extrêmement rarefié, & paroître sous un volume qui surpasse considérablement celui sous lequel nous l'avions vû auparavant.

M. Mariote a aussi adopté cette idée ; mais pour expliquer comment, malgré la force de ressort, l'air peut être contenu dans l'eau, comment il peut y être si condensé, il a eû recours à une autre supposition. Il a pensé que l'eau dissout l'air, comme elle dissout certains Sels ; il a imaginé de très-jolies expériences, & très-propres à appuyer cette idée. Il a fait bouillir de l'eau, & l'a ainsi privée de son air. En cet état, il l'a renfermée dans une bouteille avec une bulle d'air ; il est arrivé à cette bulle, ce qui seroit arrivé à un morceau de Sucre ou de Sel ; la bulle a, peu à peu, diminué de volume ; enfin elle a disparu totalement ; d'où M. Mariote a conclu qu'elle a été dissoute par l'eau, & que comme l'eau peut dissoudre du Sel, & qu'elle n'en peut dissoudre qu'une certaine quantité, de même elle dissout l'air, & qu'elle n'en dissout qu'une certaine quantité ; car on lui offre inutilement une nouvelle bulle d'air, lorsque la première a été assez grosse, ou lorsque l'eau en a pris successivement un certain nombre de petites.

Cette idée, qui m'avoit extrêmement plû, m'a semblé, dans la suite, laisser bien des difficultés à résoudre. J'ai eû peine à admettre, avec M. Mariote, que ce ne fut plus, comme il le supposoit, de l'air, mais simplement de la matière aérienne qui fut contenuë dans l'eau. Il a jugé nécessaire de le décomposer, pour lui ôter ses propriétés. L'eau commune qui tient du Sel dissout, l'Eau forte, ou l'Eau régale, qui tiennent des métaux dissouts, tiennent dissouts du Sel, de l'Or, de l'Argent, du Cuivre, & non simplement de la matière de Sel, d'Or, d'Argent, &c. Le Sel n'est nullement décomposé dans l'eau, il y est seulement divisé. Mais ce qui m'a le plus embarrassé, dans l'idée de M. Mariote, c'est de concevoir comment cet air dissout, ou plutôt décomposé, peut reparoître si subitement sous sa première forme. Un .



coup de piston, un peu de chaleur de plus, fait sur le champ sortir l'air; cette matière aérienne, cet air dissout & décomposé est dans un instant en état de s'échapper de l'eau avec ses propriétés connues. Je sçai que l'air qui se dégage de l'eau peut être comparé au Métal, au Sel qui se précipitent, & que les précipitations se font promptement : mais si le Métal & le Sel avoient été décomposés, ils ne reparoîtroient pas, après la précipitation subite, sous leur première forme; celles même des Métaux précipités diffèrent de celles qu'ils avoient avant leur dissolution. Aussi pensai-je que M. Mariote a poussé sa supposition plus loin qu'il n'en avoit besoin; il me paroît qu'au lieu de supposer que l'eau peut dissoudre l'air, dissolution d'ailleurs assez difficile à concevoir, si on se contente de supposer qu'elle peut le pénétrer, le mouiller, on a tout ce qu'il faut pour rendre raison des phénomènes qu'on a à expliquer ici.

Continuons de regarder l'air comme ressemblant par sa structure aux corps spongieux, & qu'il soit de ceux que l'eau peut pénétrer, qui en peuvent être imbibés, & nous cesserons d'être surpris de ce que l'air, qui est contenu dans l'eau, n'y est plus compressible, & de ce qu'il y occupe peu de place. Si j'enveloppe une éponge de quelque membrane que l'eau ne puisse pénétrer, & que je tienne cette éponge suspendue dans l'eau, par le moyen de quelque fil arrêté au fond du vase, l'éponge sera alors aussi compressible qu'elle l'étoit au milieu de l'air. Si avec un piston, ou autrement, je presse l'eau, l'eau descendra, l'éponge sera forcée d'occuper beaucoup moins de volume, ses parties seront contraintes d'aller se loger dans les vuides qu'elles tendent à se conserver entre elles, l'eau occupera la place que les parties de l'éponge auront abandonnée. Cessons de presser l'eau, l'éponge se rétablira dans son premier état, elle portera l'eau plus haut. Si ensuite nous ôtons à notre éponge, l'enveloppe dont nous l'avions recouverte, il sera permis à l'eau de s'insinuer dans son intérieur; donnons-lui le temps d'aller remplir tous les vuides qui sont entre les filets spongieux, après quoi si nous avons

encore recours au piston pour presser l'eau, nous trouverons qu'elle ne cèdera point, comme elle a fait la première fois, ou qu'elle cèdera très-peu. L'éponge alors est devenue incompressible, ou presque incompressible; ses parties pressées ne trouvent plus de places vuides où elles puissent se loger, l'eau les a remplies; celle qui s'y est logée arrête l'effort de celle qui tend à l'en chasser. Si l'air peut donc, comme l'éponge, être pénétré par l'eau, si elle peut aller remplir les vuides qui sont entre ses parties, le voilà qui cesse d'être compressible.

La force prodigieuse, que quelques Physiciens ont jugé nécessaire, pour tenir l'air comprimé dans l'eau, devient donc inutile au moyen de cette hypothèse; l'air qui est dans l'eau peut n'y être pas plus comprimé que l'est celui qui nous environne, que par le poids de l'Atmosphère, ou s'il l'est de quelque chose de plus, ce n'est que par le poids de l'eau.

On a crû que l'air est extrêmement comprimé dans l'eau, parce qu'on l'y a placé tout autrement qu'il ne devoit être placé : car pour revenir encore à la comparaison de notre éponge, qu'on ait deux vases égaux, dont l'un soit rempli de fragments d'éponge, & dont l'autre soit rempli d'eau à  $\frac{1}{10}$  près. Si on propose à quelqu'un de faire entrer les fragments d'éponge dans le vase d'eau, & de faire en sorte que le vase ne soit que plein, lorsqu'outre l'eau, il contiendra l'éponge; & qu'on demande à celui à qui on fait cette proposition, de combien il a besoin de comprimer l'éponge; il pourra répondre qu'il a besoin de la réduire à occuper un volume qui soit dix fois plus petit que celui sous lequel elle paroît; que l'ayant rendu dix fois plus dense, elle n'occupera que cette dixième partie du vase qui reste à remplir. C'est ainsi au moins qu'ont répondu la plupart des Physiciens, par rapport à l'air qui est contenu dans l'eau. Mais on pourroit répondre, & on auroit très-bien répondu, que sans comprimer l'éponge, que sans la rendre plus dense, on pouvoit la faire entrer dans le vase à qui il manquoit un dixième d'eau; qu'il n'y avoit qu'à l'introduire dans le vase

peu à peu, qu'à n'y faire entrer que ce qui seroit bien imbibé, & que quand elle y seroit entrée toute entière; le vase contenant l'eau & l'éponge ne seroit que plein, & cela parce qu'il y a entre les parties de l'éponge des vuides que l'eau peut remplir, & que la somme de ces vuides est égale à  $\frac{9}{10}$  du volume total de l'éponge. Qu'entre les parties de l'air il y ait des vuides, comme entre celles de l'éponge, & des vuides où l'eau puisse s'insinuer, il est clair alors que cet air, sans être condensé, peut tenir très-peu de place dans l'eau, une place bien différente de celle qu'il occupe hors de l'eau. Il en est de l'air précisément comme de notre éponge; à cela près-qu'étant de toutes les matières que nous connoissons la plus rare, son poids étant à celui de l'eau comme 800 à 1, ou peut-être dans un moindre rapport, il pourroit y avoir dans l'eau un volume d'air presque égal à celui de l'eau, sans que le volume de l'eau où il est contenu en fut sensiblement augmenté. Car si l'eau remplissoit tous les vuides que les parties d'air laissent entre elles, un volume d'eau de 800 & un volume d'air de 800 ne feroient ensemble qu'un volume de 801. Mais ce seroit pousser peut-être trop loin la petitesse des parties de l'eau que de leur en donner une telle, qu'elles fussent capables de s'introduire dans les plus petits vuides de l'air: nous n'avons point d'expériences qui exigent que nous la portions si loin. Nous avons vu que 54 degrés d'air occupent dans l'Esprit de Vin un volume de  $\frac{1}{4}$  de degré, & un peu davantage; à cause de cet excédent sur le  $\frac{1}{4}$  de degré, supposons que 50 degrés d'air occupent précisément  $\frac{1}{4}$  de degré, alors un volume de 800 parties d'Esprit de Vin mêlé avec 800 parties d'air deviendrait environ un volume de 804 parties.

On ne doit avoir nulle peine à accorder à l'eau des parties aussi déliées que nous les lui voulons, elle est peut-être de tous les liquides sensibles celui qui en a de plus tennues; une grande partie des autres liquides lui doivent leur liquidité; nous n'en connoissons point où elle n'entre pour beaucoup. Nous devons aussi être disposés à admettre entre les

parties de l'air des vuides capables de recevoir l'eau ; la grandeur des espaces , que les parties d'air laissent entre elles , est bien considérable , quand il est trois à quatre mille fois plus rarefié que celui de nôtre Atmosphere , comme il l'est quelquefois. Ces espaces vuides ne laissent pas même d'être grands dans l'air aussi condensé que celui de nôtre Atmosphere , puisque de tel air est capable de se laisser beaucoup condenser , qu'il est près de 800 fois plus rare que l'eau. Enfin l'hypothese de M. Mariote , qui veut que l'eau dissolve l'air , demande encore que les parties de l'eau soient plus petites que nous n'en avons besoin pour la nôtre.

Au reste , quand nous avons comparé l'air à une éponge ; nous n'avons voulu donner idée que des vuides qui sont entre ses parties , & nullement de la figure de ces mêmes parties. Heureusement nous n'avons aucun besoin de pousser nos conjectures jusque-là. Nous n'avons nullement besoin de décider si l'air est un liquide , tel que l'eau , ou s'il est un simple fluide ; si un volume d'air n'est qu'un amas d'une infinité de petits grains comme l'est un tas de sable. Rien ne nous force à déterminer les figures des grains d'air , s'il est permis de parler de la sorte , à celle de boules creuses , d'especes de petits balons , comme le veulent quelques Physiciens , ou à la déterminer à celle d'especes de cerceaux , ajustés comme ceux des Spheres , ainsi que le veut M. Hartsoecker. Il veut aussi \* , comme nous , que l'eau puisse s'introduire dans l'air , que les cerceaux , en spheres , d'air soient beaucoup plus grands que les boules creuses & percées , sous la forme desquelles il se représente les parcelles de l'eau ; mais il ne nous a pas paru avoir cherché à développer cette idée , & à en faire usage pour rendre raison des faits que nous avons tâché d'expliquer ici.

\* Cours de  
de Physique ,  
p. 49. & 50.

Il ne nous importe donc quelle soit la figure des grains d'air , pourvû que leur structure soit telle , qu'elle permette à l'eau de les pénétrer ; que chaque grain d'air soit par rapport à l'eau un petit grain d'éponge , cela suffit. De cette supposition simple , se déduisent les faits que nous avons à expliquer.

Nous avons déjà vu qu'alors l'air contenu dans l'eau n'y doit être nullement compressible. Il est également aisé de voir pourquoi il n'a plus son degré de dilatabilité ordinaire. L'eau occupe des places qui ont coutume d'être remplies par la matière propre à le dilater, & dans lesquels cette matière peut s'introduire en plus grande quantité en certaines circonstances que dans d'autres : alors c'est dans l'eau seulement que cette matière peut s'introduire ; là elle ne peut dilater l'air qu'autant qu'elle dilate l'eau, qu'au moyen de la dilatation qu'elle donne à l'eau ; de sorte que si l'eau remplissoit tous les vuides que les parties des grains d'air laissent entre elles, l'air ne seroit dilatable que proportionnellement à la quantité réelle de sa matière propre, moins que ne le sont bien des corps solides, & que ne l'est l'eau.

Mais il y a, sans doute, entre les parties de l'air des vuides qui sont trop petits pour recevoir l'eau, & qui peuvent recevoir la matière subtile, la matière du feu ; & ce sont précisément ces petits espaces vuides qui font que l'air peut se dégager de l'eau dans les trois circonstances où il s'en dégage. 1.<sup>o</sup> Lorsque l'eau n'est plus comprimée par un poids aussi grand que celui qui la presse ordinairement. 2.<sup>o</sup> Lorsque l'eau reçoit une augmentation de chaleur considérable. 3.<sup>o</sup> Ou enfin lorsque l'eau se refroidit beaucoup. Quoique l'air contenu dans l'eau ne soit pas sensiblement compressible, celles de ses parties, entre lesquelles l'eau n'a pû pénétrer, sont réellement comprimées ; elles tendent continuellement à se dilater, & se dilatent dès que la force qui les comprimoit devient moins grande, comme il arrive lorsqu'on pompe l'air du balon de la Machine pneumatique, & comme il arrive dans toutes les expériences où nous purgeons l'eau, ou l'Esprit de Vin, d'air par le moyen de nos Thermometres. Imaginons que les parties d'air qui se dilatent sont vers le centre d'un grain ; non-seulement, en se dilatant, elles augmenteront le petit vuide qui y étoit, elles en produiront bien-tôt entre d'autres parties ; l'effort de leur ressort chassera l'eau d'entre les parties voisines, qui à leur tour, agiront de tout leur ressort. Ainsi

## 288 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de proche en proche, l'eau sera bien-tôt chassée du grain d'air qu'elle mouilloit; ce grain, devenu plus léger par son augmentation de volume, changera de place, il se joindra à d'autres qu'il trouvera en son chemin; ainsi se formera une bulle capable de s'élever jusqu'à la surface de l'eau, & de s'échapper. Les grains d'air, dans lesquels l'eau a moins pénétré, sont ceux qui se dégagent dès que les premiers coups de piston ont été donnés; les grains plus imbibés d'eau ne sont en état de reprendre assés de ressort pour la chasser, que quand le nombre des coups de piston a été très-multiplié.

Dans le second cas, dans celui où l'air se dégage de l'eau qu'on a mise sur le feu, ou qu'on a chauffée de quelque autre manière, la cause qui fait élever des bulles d'air est équivalente. Une augmentation de chaleur augmente le ressort de l'air. Celles de ses parties entre lesquelles il n'y a point d'eau reçoivent de la matière du feu; elles agissent alors, comme dans le cas précédent, avec succès, tant pour s'étendre, que pour forcer l'eau à sortir d'entre les parties voisines, entre lesquelles se loge la matière propre à mettre leur ressort en jeu.

Enfin dans le troisième cas, dans celui d'un refroidissement considérable de l'eau, l'eau se condense; elle ne remplit plus exactement les places où elle s'étoit logée, elle y laisse des vuides où la matière subtile, la matière propre à augmenter le ressort, s'introduit. Quelques circonstances particulières aident encore à augmenter alors la force de ce ressort; mais il suffit d'avoir entrevû comment, dans ces trois cas, l'air peut se dégager de l'eau.

Il ne sera pas plus difficile de comprendre comment l'eau peut se charger, dans la suite, de l'air qui en a été chassé par une des trois causes précédentes, quand il n'y aura plus aucune de ces mêmes causes qui y mette opposition. Elle mouillera peu à peu l'air qui touche la surface, elle le pénétrera elle montera dedans chaque grain, comme elle monter dans un morceau de drap qui la toucheroit. Le grain se charge ainsi d'eau peu à peu, il s'appesantit, il s'en applique davan

davantage contre la surface de l'eau, & enfin devient en état de descendre au dessous de cette surface, & d'y rester quand il est autant imbibé d'eau qu'il le peut être.

L'expérience du petit Dé de Verre de M. Mariote & d'autres expériences plus exactes prouvent que l'eau, & il en est de même de plusieurs autres liqueurs, contient une quantité d'air, dont le volume surpasseroit le sien plusieurs fois, s'il étoit libre au milieu de l'Atmosphère. Il nous reste encore à expliquer comment tant d'air peut être contenu dans l'eau, sans qu'une force considérable soit employée à le comprimer. Pour mieux exposer la difficulté, & pour en donner le dénouement, ayons encore une fois recours à nos fragments d'éponge : prenons un vase qui en est rempli ; versons peu à peu de l'eau dans ce vase qui aille remplir tous les vuides qui sont entre les parties des fragments d'éponge. On voit assés, & nous l'avons assés vû, que la quantité d'eau qui y entrera, diffèrera peu de celle qui eût été nécessaire pour remplir le vase, s'il eût été vuide, ou, ce qui est la même chose, que le volume d'eau sera à peu-près égal à celui des grains spongieux. Mais nous trouvons au milieu de nôtre eau ordinaire une quantité d'air dont le volume surpasse plusieurs fois celui de l'eau même. Le cas que nous avons à examiner est donc celui où il y auroit dans nôtre vase, outre l'eau qu'il contient, assés de grains spongieux pour le remplir plusieurs fois. Pour se faire quelque idée de la façon dont une si grande quantité de grains a pû y trouver place, ne nous contentons pas de regarder les grains, dont nous avons rempli nôtre vase, comme spongieux. Imaginons-les de nature approchante de celle de divers corps qui perdent leur ressort, dès que l'eau les pénètre, dès qu'elle les mouille, comme sont le Cuir, les membranes de plusieurs Vessies, le Carton ou le Papier. De petites boules creuses, de petits cylindres creux, & mille autres corps de figures irrégulières, formés de quelques-unes de ces matières, occuperoient, secs, dans un vase, un espace considérablement plus grand que celui qu'ils y occuperoient mouillés ; le vase qui seroit rempli de fragments chiffonnés

de papier sec, recevrait le double ou le triple de pareils fragments bien imbibés d'eau. Imaginons donc que l'air, comme ces différentes matières, se laisse affaïsser, lorsque l'eau s'est insinuée entre ses parties, lorsqu'elle y occupe la place du fluide qui produit son ressort, & il ne sera pas difficile de concevoir comment il peut y avoir dans l'eau une quantité d'air, dont le volume surpasseroit plusieurs fois le sien, si cet air étoit sec, & avec tout son ressort au milieu de l'Atmosphère, & comment cet air est contenu dans l'eau, sans qu'il soit besoin d'une force excessive pour l'y condenser. Le Papier, le Carton auquel nous l'avons comparé, qui sec soutiendrait par son ressort quelque corps pesant, étant mouillé ne peut pas même soutenir son propre poids. Si ce n'est pas expliquer entièrement la cause première de l'effet que nous venons d'examiner, c'est faire voir au moins qu'il peut en avoir une semblable, ou analogue à celle de plusieurs autres effets qui nous sont familiers, & dont la production ne nous paroît pas difficile à concevoir.

Mais, pour revenir à la construction de nos Thermomètres, il semble que nous avons assez assuré la régularité de leur marche contre les dérangements qui pourroient y être produits par des chaleurs excessives. La pratique de l'expédient que nous avons donné, est d'ailleurs plus simple qu'elle ne pourroit paroître. Il est vrai qu'on sera souvent obligé de mettre un Thermomètre quinze & vingt fois dans l'eau chaude, lorsqu'on voudra épuiser exactement la liqueur de tout l'air qui en peut être tiré par le degré de chaleur capable de la faire monter jusqu'au haut du Tube : mais ces quinze ou vingt opérations emporteront peu de temps à des Ouvriers qui construiront un grand nombre de Thermomètres à la fois; on en peut mettre plusieurs dans un même chaudron, plein d'eau chaude, & les mît-on un à un, cela va assez vite. Mais je ne pense pas qu'il soit bien nécessaire de purger l'Esprit de Vin de tout l'air en question; quand on lui en laissera un ou deux degrés, ce peu d'air qui lui sera laissé, ne sera pas capable d'altérer sensiblement la marche du Thermomètre,



& on s'épargnera la répétition du plus grand nombre des opérations. Dans les trois premières, on tirera quelquefois 30 ou 40 degrés d'air; il en faudroit ensuite employer plus de douze à quinze pour tirer le dernier, ou les deux derniers degrés.

Il ne resteroit plus qu'à faire voir comment on peut mettre la marche de nos Thermometres hors d'état d'être troublée par les plus grands froids : quoique le moyen en soit simple, & le même dans le fond que celui auquel nous avons eu recours contre l'effet de la chaleur, pour nous assurer de son efficacité, il a fallu faire des expériences sur diverses sortes de refroidissemens artificiels, qui nous ont fourni des faits qui mériteroient d'être détaillés, & qui ne le pourront être que dans un Mémoire, pour lequel même ils fourniront une ample matière.

Avant de finir celui-ci, il nous reste encore à examiner s'il n'y a pas une cause d'irrégularité dans la marche des Thermometres à Esprit de Vin, qui mérite plus qu'aucune autre qu'on cherche à prévenir ses effets. On me fit faire attention à celle dont je veux parler, dans nos Assemblées de l'Académie; on m'y fit remarquer qu'elle pourroit beaucoup plus influer sur les Thermometres de nouvelle construction que sur les autres; ils ont communément de plus longs Tubes, parce que le jeu de la liqueur y a une plus grande étendue, ou, ce qui est la même chose, parce que leurs degrés sont plus grands que ceux des autres Thermometres. Or dans tout Thermometre la colonne de liqueur qui charge la Boule dans des jours extrêmement chauds, est plus haute, sensiblement, que celle qui la charge dans des jours très-froids. La différence entre les hauteurs des colonnes est d'autant plus considérable dans un Thermometre, que chacun de ses degrés proportionnels à ceux d'un autre sont plus grands. La Boule de nos Thermometres se trouve donc beaucoup plus chargée dans les grandes chaleurs de l'Été que dans les froids de l'Hyver; car les premiers principes de l'Hydrostatique apprennent que quelque petit que soit le

diametre des colonnes dans le Tube, leur effort est égal à celui de colonnes de pareille hauteur, & dont le diametre seroit le même que celui de la Boule. Tout roide qu'est le Verre, il n'est pas inflexible. L'augmentation de pression sur la Boule, sur-tout si elle n'est pas exactement ronde, & que ses parois soient minces, y doit produire quelque effet, elle doit augmenter sa capacité. De-là il suit qu'une portion de liqueur qui, dans les temps chauds, devroit occuper une partie du Tube, y marquer des degrés, restera dans la Boule pour remplir ce dont sa capacité a été augmentée. La liqueur sera donc trop bas dans le Tube pour y marquer le vrai degré de chaleur. Moins la figure de la Boule approchera de la sphéricité exacte, & plus l'augmentation de la charge agira contre elle avec succès pour augmenter sa capacité. J'ai pourtant proposé dans le premier Mémoire, de donner à la partie que nous nommons la Boule, une figure lenticulaire, ou celle de boule aplatie, & je la lui eusse fait donner, si j'eusse trouvé des ouvriers plus disposés à en prendre la peine. Jamais les boules ne sont assez parfaitement rondes, & je proposois de les faire encore d'une figure qui seroit moins capable de résister aux augmentations de pression.

Tous les principes sur lesquels est fondée cette difficulté sont certains ; mais il s'agissoit de savoir jusqu'où alloit dans la pratique l'augmentation du volume de la Boule produite par l'augmentation de la hauteur de la colonne, si elle causoit une irrégularité qui méritât qu'on cherchât à y apporter remède.

Il y a à choisir entre les moyens qui s'offrent pour s'assurer si une augmentation de pression, équivalente à celle de la hauteur de nos colonnes de liqueur, peut produire sur nos Boules de Thermometres une augmentation de capacité qui mérite qu'on en tienne compte. Un de ces moyens est de remplir d'eau la Boule & le Tube d'un Thermometre, de boucher avec le doigt le bout de ce Tube plein, de renverser ensuite le Thermometre le haut en bas, & de mettre dans un vase plein d'eau le bout du Tube ; qu'on ôte alors le doigt

qui lui servoit de bouchon. Dans cet état non seulement la boule cesse d'être chargée du poids de la colonne d'eau qui emplissoit le Tube, de ce poids qui, lorsqu'elle étoit dans une autre position, tendoit à aggrandir sa capacité, mais cette même colonne d'eau contrebalance une partie de la colonne de l'Atmosphère, & par conséquent la partie convexe de la boule se trouve plus chargée que ci-devant; ainsi non seulement le ressort des parties de la Boule tend à les ramener vers le centre, l'augmentation de charge les y porte aussi. La Boule doit donc diminuer de capacité, ou, ce qui est la même chose, chasser une portion de son eau dans le Tube, & une partie de celle du Tube doit couler dans le vase. Qu'on bouche alors une seconde fois le Tube avec le doigt, qu'on le retire de l'eau, & qu'on le redresse, le tenant toujours bouché; il doit se faire un vuide entre le doigt & la surface de la liqueur du Tube qui sera égal à ce dont la capacité de la Boule est plus grande alors qu'elle ne l'étoit dans la position contraire. Il reste aussi alors réellement un vuide entre le doigt & la surface de l'eau, mais tel qu'il ne mérite pas qu'on y fasse attention par rapport à la graduation des Thermometres. Les Boules les plus irrégulières, & les Tuyaux les plus longs, ne me l'ont jamais donné de  $\frac{1}{4}$  de degré, & eût-être au plus de  $\frac{1}{8}$  de degré. J'ai essayé aussi une Boîte plate, dont la forme & dont la grandeur approchoient assés de celles d'une Boîte à Thé d'une demi-livre. Le vuide qu'elle m'a donné n'a pas été d'un demi-degré. Cependant la différence entre les hauteurs des colonnes, dans le cas de cette preuve, étoit peut-être double de ce qu'elle est dans le jeu du Thermometre; les irrégularités, que les différentes hauteurs des colonnes produiroient dans les Boîtes de la figure la moins avantageuse, n'iroient donc, depuis le plus grand froid jusqu'au plus grand chaud, qu'à  $\frac{1}{4}$  de degré, & à  $\frac{1}{8}$  de degré plus dans les Boîtes sphériques, & cette petite inégalité seroit distribuée proportionnellement à tous les degrés intermédiaires.

Un moyen plus simple encore, & équivalent, de reconnaître ce que la différence des charges peut produire sur la capacité des Boules, est de faire sucer par quelqu'un le bout d'un Thermometre déscellé, le plus fortement qu'il lui sera possible, & d'observer, pendant qu'il succe, de combien la liqueur se tient plus haut qu'auparavant dans le Tube, & de combien elle descend lorsqu'il cesse de sucer.

Mais le plus simple de tous les moyens de faire cette épreuve, & le plus propre à rassûrer sur l'inquiétude qu'on pourroit avoir, par rapport au Thermometre dont on se sert journellement, c'est de voir sur le Thermometre même, si l'inégalité des hauteurs des colonnes de liqueur, est capable de produire des différences dans le nombre des degrés. Nous en donnerons la manière, & un exemple en même temps. Que la liqueur soit élevée à 30 degrés au dessus de la congélation, qu'est-ce que je veux sçavoir? c'est si la liqueur ne devroit point être à 31 ou 32 degrés, si l'excès de cette colonne au dessus de celle de la congélation, ou au dessus de celle d'un plus grand froid, n'augmente point la capacité de la Boule d'un ou de deux degrés. Pour le découvrir, je n'ai autre chose à faire que d'avoir recours à un expédient simple qui a déjà été employé dans ce Mémoire que d'incliner mon Thermometre jusqu'à ce que le 30.<sup>me</sup> degré ne soit pas plus élevé au dessus de la Boule, qu'y est élevé le degré de la congélation, lorsque le Thermometre est dans une position verticale. En un mot, je puis rendre la colonne qui charge la Boule aussi petite que je voudrai en inclinant le Thermometre. Si à mesure que je l'incline la liqueur avance du 30.<sup>me</sup> degré vers des degrés supérieurs c'est une preuve que la capacité de ma Boule se rétrécit. Si la liqueur reste sensiblement au même degré, quelque raison que je donne au Thermometre, j'ai preuve que la capacité de ma Boule ne varie pas assez sensiblement pour ôter des degrés, ou des portions de degrés. Je n'ai aucun Thermometre de nouvelle construction, qu'

qu'incliné qu'il fût, donnât une augmentation sensible de portion de degré. Il faut pourtant avouer qu'on ne juge pas avec autant de précision de l'étendue qu'occupe la liqueur dans le Tube incliné, qu'on juge de celle qu'elle occupe dans le Tube droit. Dans le Tube incliné, la liqueur ne remplit pas toute la capacité du dernier degré sur lequel elle s'étend, elle se termine par une espèce d'onglet. Mais le coup d'œil apprend suffisamment que ce qu'il y a de trop en avant, est compensé par ce qui manque en arrière. C'est de quoi on est encore mieux en état de juger, si avant de faire cette petite épreuve, pendant que le Thermomètre est droit, on entoure d'un brin de fil le Tube vis-à-vis les bords de la liqueur. Quand on incline ensuite le Thermomètre, on voit que si la liqueur avance par de-là le fil, le long de la surface inférieure, elle laisse en haut du côté opposé une place vuide.

S'il y avoit donc un Thermomètre à la marche duquel il y eût quelque correction à faire, par rapport à l'inégalité des colonnes, on sauroit ainsi sur le champ, la correction qu'il y auroit à faire. Aussi avons-nous parlé au long, au commencement de ce Mémoire, d'un cas où la liqueur marque plus de degrés sur le Tube incliné, que sur le Tube vertical; & nous avons prouvé que c'étoit, lorsqu'il est resté dans la capacité de la Boule, une certaine quantité d'air qui n'est pas unie à l'Esprit de Vin.

Nous répéterons, en finissant, ce que nous avons déjà dit ailleurs. Nous n'avons garde de croire que les Thermomètres, dont nous avons proposé la construction, seront à l'abri de toutes irrégularités; mais celles où ils resteront exposés, ne les empêcheront pas d'avoir toute l'exactitude qu'on en peut demander, & même toute celle qu'on a besoin qu'ils aient. Une cause d'irrégularités, dont nous n'avons pas encore parlé, & à laquelle on négligera apparemment d'apporter remède, c'est que les degrés qui servent à mesurer ceux du Tube n'ont pas une grandeur fixe. Ils sont tantôt

296 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

plus grands, & tantôt plus petits. Ils sont marqués sur une feuille de papier, collée sur une planche de bois. Or le bois & le papier sont allongés par l'humidité, & raccourcis par la sécheresse, & de quantités mesurables sur des longueurs telles que celles des Thermometres. Je doute pourtant que pour avoir des Thermometres plus précis, on substitue des planches de métal ou de glace à celles de bois ; elles seroient elles-même exposées à s'allonger par le chaud, & à se raccourcir par le froid. Il y auroit du ridicule à vouloir pousser la précision des Ouvrages physiques jusqu'à un certain point, auquel il est également impossible & inutile de la porter.



*BALISTIQUE*

## BALISTIQUE ARITHMÉTIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

*QUOIQ'ON ait déjà un grand nombre de Traités de Balistique, j'ai crû qu'on ne seroit pas fâché de voir tout cet Art dans une page, qui contient, je l'ose dire, tout ce que contiennent les plus gros Traités; & le contient d'une manière plus directe, & plus commode pour l'exécution, que les constructions géométriques qui dépendent des propriétés du Cercle & de la Parabole.*

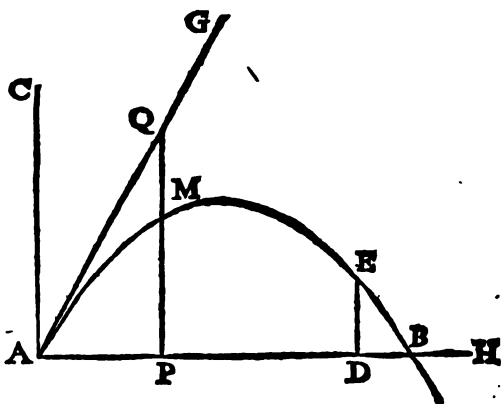
I. Soit la vitesse de la Bombe égale à celle qu'elle auroit acquise en tombant de la hauteur  $CA$ , c'est-à-dire  $=\sqrt{a}$ ,  $AQ=t$ ,  $QM=z$ ; la Bombe sortant dans la direction  $AG$ , l'on aura  $t \cdot 2z :: \sqrt{a} \cdot \sqrt{z}$ , ou  $tt=4az$ . Pour rapporter cette Parabole à la ligne horisontale  $AH$  qui fait avec  $AG$  un angle, dont le rayon étant  $=1$ , la tangente  $=n$ ; Soit  $AP=x$ ,  $PM=y$ ,  $PQ=nx$ ; l'on a  $QM=PQ-PM$  ( $z=nx-y$ ) &  $AQ^2=AP^2+PQ^2$  ( $tt=xx+nnxx$ ). Et chassant  $z$  &  $t$  de la première Equation  $tt=4az$ , l'on trouve  $(nn+1)xx=4nax-4ay$ .

II. Pour frapper le point donné  $E$  avec une charge de Poudre donnée.

Soit  $AD=b$ ,  $ED=c$ ; il faut que lorsque  $x$  devient  $b$ ,  $y$  devienne  $c$ ; l'on a donc  $(nn+1)bb=4nab-4ac$ .

Mem. 1731.

. P P.



D'où l'on tire pour la direction du Mortier  $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{(4aa - 4ac - bb)}$ . D'où l'on voit que pour frapper  $E$  avec une charge donnée, il y a deux positions de Mortier.

*Coroll. 1.* Afin que  $n$  soit possible, il faut que  $4aa =$  ou  $> 4ac + bb$ .

*Coroll. 2.* Lorsque  $E$  est sur l'horizontale, l'on a  $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{(4aa - bb)}$ .

*Coroll. 3.* Lorsque  $E$  est au dessous, l'on a  $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{(4aa + 4ac - bb)}$ .

III. Pour frapper le point donné  $E$  sous une direction donnée.

L'on a  $a = \frac{nn+1}{4nb-4c} bb$ . Ce qui détermine la charge.

*Coroll.* On voit par-là que pour une situation constante de Mortier, la longueur horizontale du jet est proportionnelle à la ligne  $CA$ , qu'on prend pour la force du jet. Car  $c$  étant  $= 0$ , l'on a  $b = \frac{4n}{nn+1} a$ .

IV. Pour trouver la direction du plus long jet possible.

L'on a  $AB = x = \frac{4n}{nn+1} a$ , qui doit être un *Max*. Différentiant donc cette quantité, ou simplement  $\frac{n}{nn+1}$ , & faisant la différence  $= 0$ , l'on trouve  $n = 1$ . D'où l'on voit que l'angle demi-droit donne le plus long jet horizontal possible.

V. Pour trouver la plus petite charge qui puisse frapper  $E$ .

L'on a  $a = \frac{nn+1}{4nb-4c} bb$ , qui doit être un *Min*. Différentiant donc cette quantité, en faisant  $n$  variable, ou différenciant simplement  $\frac{nn+1}{nb-c}$ , l'on trouve  $n = \frac{c}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{(bb + cc)}$ ; substituant la valeur positive pour  $n$  dans  $a = \frac{nn+1}{4nb-4c} bb$ , l'on trouve  $a = \frac{1}{2} c + \frac{1}{2} \sqrt{(bb + cc)}$ .



*DU MOUVEMENT VÉRITABLE  
DES COMÈTES  
À L'ÉGARD DU SOLEIL ET DE LA TERRE.*

Par M. CASSINI.

DANS le grand nombre de Comètes qui ont été ob-<sup>23 Juin</sup>  
servées depuis plusieurs Siècles, on en a vû plusieurs, <sup>1731.</sup>  
lesquelles paroissent se mouvoir de l'Occident vers l'Orient,  
suivant l'ordre que les Planètes observent constamment au-  
tour du Soleil, & les Satellites autour de leurs Planètes prin-  
cipales. D'autres qui paroissent retrograder pendant tout  
le temps de leur apparition; d'autres enfin qui après avoir  
paru d'abord directes ou rétrogrades, prenoient une route  
directement opposée à celle qu'elles avoient eû au commen-  
cement qu'on les avoit apperçûs.

Ces diverses directions des mouvements des Comètes ont  
donné lieu à divers sentimens. Les uns ont crû que les  
Comètes qui paroissent directes, avoient un mouvement  
réel autour de la Terre ou du Soleil, & que celles que l'on  
voyoit rétrogrades, décrivroient leurs révolutions autour d'un  
autre foyer, tel que pouvoient être quelques Étoiles fixes,  
où une Planète assés éloignée de nous, peut n'être point  
apperçûe à nos yeux, & que l'on ne découvroit ces Comètes  
que lorsqu'elles étoient dans la partie de leur orbe la plus  
voisine de la Terre. D'autres Philosophes ont regardé le  
Soleil comme au foyer de toutes les Comètes, mais ils ont  
crû en même temps qu'elles pouvoient avoir un mouvement  
indifféremment de tous les sens de l'Orient vers l'Occident,  
ou de l'Occident vers l'Orient.

Ils ont même employé ces apparences, pour combattre  
le Systême des Tourbillons, suivant lequel il seroit assés  
difficile d'expliquer comment la matière qui compose ces

Tourbillons, étant entraînée du même sens de l'Occident vers l'Orient, il se pouvoit faire que des corps d'une aussi grande étendue que ceux des Cometes pussent traverser ces Tourbillons, & faire leur révolution autour du Soleil dans un sens contraire.

Comme dans la dernière Comete qui a paru à la fin d'Août de l'année 1729, j'ai fait voir que son mouvement, qui paroissoit rétrograde, étoit réellement direct, suivant la suite des Signes, ce qui a été même susceptible d'une démonstration exacte; j'ai crû qu'il seroit intéressant pour le Système général des Cometes, & même pour celui des Tourbillons, d'examiner le mouvement de toutes les Cometes que l'on a observées depuis plusieurs Siècles, & si nonobstant la rétrogradation apparente que l'on a remarquée dans le cours d'un grand nombre de ces Cometes, on peut leur attribuer un mouvement direct avec autant ou plus de vrai-semblance, qu'en les supposant réellement rétrogrades.

Pour établir cette vrai-semblance, j'ai crû devoir faire quelques suppositions que l'on n'aura pas, à ce que je crois, de peine à m'accorder.

La première, que les Cometes sont des corps durables qui ne sont point sujets à augmenter ou diminuer sensiblement de grandeur apparente dans le temps de leur apparition.

La seconde, que les Cometes se meuvent réellement plus lentement, plus elles sont éloignées du Soleil, que je regarde comme le centre ou le foyer de leur mouvement, ce qui est conforme à ce que l'on observe dans toutes les Planetes.

La troisième, que les Cometes qui ont eû un mouvement apparent très-rapide, ne l'ont eû tel, que parce qu'elles se sont trouvées fort près de la Terre, & que la combinaison du mouvement réel des Cometes, & de celui de la Terre sur son orbe, cause le mouvement que nous y appercevons.

Ce sont à ces marques que nous avons crû pouvoir nous assurer de la direction véritable du mouvement des Cometes, dont nous allons donner la description.

Il seroit trop long, & peut-être peu utile d'entreprendre de représenter ici toutes les Comètes qui ont paru jusqu'à présent. La plupart des anciennes Observations ont été si peu circonstanciées, qu'on ne peut pas y établir de fondement certain; d'ailleurs elles ont été souvent confondües avec des Météores ou des Phénomènes passagers. Ainsi nous avons crû devoir commencer nos recherches par la Comète de 1472, qui fut observée par Regiomontanus dans le Signe de la Balance, le 13. de Janvier. Son mouvement fut d'abord lent, mais il devint ensuite très-rapide, en sorte que dans l'espace d'un jour elle décrivit 40 degrés d'un grand cercle; il se rallentit ensuite jusqu'au 14 de Février qu'elle étoit vers le milieu du Bélier, après avoir parcouru près de six Signes contre la suite des Signes.

Ayant décrit une Figure qui représente l'Orbe annuel, sur laquelle on a placé la Terre, au 13. de Janvier commencement de l'apparition de cette Comète, & au 14 de Février jour qu'elle cessa de paroître; & tirant de ces points des rayons au vrai lieu de la Comète dans ces différents temps, on trouve qu'elle a eu un mouvement direct suivant la suite des Signes, qu'elle s'est trouvée d'abord au de-là de l'Orbe annuel, qu'elle a ensuite traversé cet Orbe vers le milieu de son apparition, temps auquel elle s'est trouvée fort près de la Terre, ce qui étoit la cause de sa grande vitesse apparente, & qu'elle s'est ensuite écartée de la Terre en s'approchant du Soleil, de la manière qu'elle est ici marquée dans la première Figure, où l'on voit qu'il seroit très-difficile de représenter le mouvement de cette Comète contre l'ordre des Signes, tel que son mouvement apparent fut de 40 degrés, comme on l'a observé.

Depuis la Comète de 1472, Hevelius, de même que ceux qui ont fait l'Histoire des Comètes, en rapporte un grand nombre dont on n'a point décrit le cours ni la quantité de leurs mouvements; ainsi nous nous contenterons d'examiner ici celles dont la situation a été déterminée par des Observations astronomiques.

Entre ces Comètes, nous trouvons celle de 1531 qui

302 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

parut depuis le 6 Août jusqu'au 3 Septembre. Elle fut déterminée par Appianus le 13 Août en  $\Omega$   $19^d 15'$  avec une latitude boréale de  $23^d 15'$ . Elle étoit le 14 à  $23^d 39'$  du même Signe avec une latitude boréale de  $23^d 2'$ , ayant eu un mouvement en longitude de  $4^d 24'$  suivant la suite des Signes, & de 13 minutes en latitude du Nord vers le Midi.

Le 15 Octobre elle étoit en  $\Omega$   $29^d 24'$  avec une latitude de  $22^d 0'$ , son mouvement ayant été de  $5^d 45'$  en longitude, & d'un degré 2 minutes en latitude. Il ne fut ensuite le 15 & le 16 que de  $5^d 13'$  en longitude, & d'une minute en latitude du Midi vers le Nord. On l'observa le 17 en  $\eta$   $9^d 14'$  avec une latitude de  $21^d 25'$ , son mouvement ayant été de  $4^d 37'$  en longitude & de  $36'$  en latitude.

Elle étoit le 18 en  $\eta$   $15^d 30'$  avec une latitude de  $20^d 12''$ , ayant eu un mouvement de  $6^d 16'$  en longitude & d'un degré 13' en latitude. Elle fut observée le 22 en  $\alpha$   $1^d 23'$  avec une latitude de  $16^d 32'$ , son mouvement ayant été dans l'espace de quatre jours de  $15^d 53'$  en longitude & de  $3^d 40'$  en latitude. Enfin le 23 Août elle fut déterminée en  $\alpha$   $2^d 51'$  avec une latitude de  $14^d 31'$  vers le Nord de même que les précédentes, ayant eu un mouvement de  $1^d 28'$  en longitude & de  $2^d 1'$  en latitude.

Si les Observations de cette Comete sont exactes, & ont été faites chaque jour, à la même heure, son mouvement en longitude a accéléré & retardé deux fois, puisque du 14 au 15 d'Août, il a été de  $5^d 45'$  plus grand que le jour précédent & le suivant; & du 17 au 18 de  $6^d 16'$  plus grand que les jours avant & après; avec une variation en latitude peu régulière, ce que l'on n'observe pas pour l'ordinaire dans les Cometes. Quoi qu'il en soit, on peut représenter son cours en trois manières différentes, dont deux directes, & une rétrograde.

La première, directe, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais plus près de la Terre que du Soleil, comme elle est marquée dans la Figure; la seconde rétrograde, en la plaçant aussi entre le Soleil & la Terre au de-là du concours

des rayons tirés de la Terre à la Comete, & la troisième directe, au de-là du Soleil, à telle distance que l'on jugera à propos.

En 1532, il parut avant le lever du Soleil, une Comete depuis le 23 Septembre jusqu'au 3 Décembre, qui étoit trois fois plus grande que Jupiter, & avoit une queue de la longueur de deux brasses. Elle fut observée par Appianus, qui détermina sa situation, ainsi qu'elle est marquée ici.

		Longitude.	Latitude
Octobre	2	$\cap$ 8 <sup>d</sup> 24'	13 <sup>d</sup> 44' Merid.
	3	1 25	10 12
	14	$\cap$ 0 0	0 0
	19	5 46	4 51 Sept.
	31	21 30	13 15
Novembre	1	23 57	14 42
	8	$\cap$ 3 35	19 36

Suivant ces Observations, cette Comete a paru d'abord rétrograde, ayant eu depuis le 2 jusqu'au 3 Octobre, un mouvement en longitude de 7 degrés contre la suite des Signes, qui dans les Observations suivantes a été direct, & a continué de même jusqu'à la fin de son apparition.

Il ne paroît pas qu'on puisse représenter le cours de cette Comete, tel qu'il a été déterminé, en supposant que son mouvement ait été réellement rétrograde, & il est nécessaire de la placer au commencement qu'elle a été aperçûe dans l'Orbe annuel, fort près de la Terre, dont elle s'est éloignée les jours suivants, avec un mouvement réel suivant la suite des Signes.

En 1533, Appianus observa au mois de Juin, une Comete, dont il ne put déterminer que quatre fois la situation. Elle étoit le 18 Juin en  $\cap$  3<sup>d</sup> 40' avec une latitude septentrionale de 32<sup>d</sup>. Il l'observa le 21 du même mois en 8 29<sup>d</sup> 20' avec une latitude de 36<sup>d</sup> 20', la longueur de sa queue étant de 15<sup>d</sup>. Le 23 Juin, elle étoit en 8 21<sup>d</sup> 30' avec une latitude de 40<sup>d</sup> 30'. Enfin le 25 Juin, il

# 304 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

la trouva en 8 15<sup>d</sup> avec une latitude de 43<sup>d</sup>. Cette Comete étoit si près du Pole, qu'elle ne parut jamais se coucher, & je suis persuadé, ajoute Appianus, qu'elle ne causera pas peu de différend entre les Astronomes & les Philosophes, parce que son mouvement a été, contre l'ordre des Signes, des Gemeaux vers le Taureau.

Hevelius rapporte, vers le même temps, l'Observation d'une Comete, par Cornelius Gemma, qui la trouva au commencement de Juillet au 5.<sup>me</sup> degré des Gemeaux vers la Constellation de la Chevre, avec une latitude de 2 degrés, & une déclinaison de 48 degrés; & il paroît qu'il y a erreur dans le jour, puisque le 25 Juin elle avoit été observée à 15 degrés du Taureau; ainsi nous avons employé l'Observation d'Appianus, suivant laquelle son mouvement a été rétrograde de 18<sup>d</sup> 40' dans l'espace de 7 jours, & nous trouvons qu'on peut représenter son cours direct, suivant la suite des Signes, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, comme on l'a marqué dans la Figure.

En 1576, on découvrit au commencement de Mars, une Comete qui paroissoit à peu près égale à la moitié de la Lune, ayant une chevelure qui n'étoit pas longue, mais qui répandoit de la lumière comme un flambeau, lorsqu'il fait du vent. Elle parcourut, suivant Cardan, 75 degrés contre la suite des Signes de l'Orient vers l'Occident, & 30 degrés du Midi vers le Septentrion. Jean Homelius qui l'observa, rapporte qu'elle étoit le 5 Mars proche de l'Etoile  $\beta$  qui est dans l'aile gauche de la Vierge, le 9 près d'Arcturus s'élevant droit vers le Pole boréal, d'où elle descendit vers Saturne qui étoit alors dans le Signe du Bélier.

Il paroît par les Observations que l'on en a rapportées, que le mouvement de cette Comete a été d'abord quelques jours direct, & ensuite rétrograde, ayant un mouvement fort prompt qui la portoit du Sud vers le Nord, dont elle descendit vers le Sud dans la partie du Zodiaque.

Ayant représenté la route de cette Comete, par rapport

à l'Orbe annuel, on trouve qu'elle étoit au commencement de son apparition au de-là de cet Orbe, qu'elle a traversé vers le milieu de son cours avec un mouvement direct, suivant la suite des Signes, & qu'elle s'est ensuite approchée du Soleil en s'éloignant de la Terre.

Cette Comete paroît avoir beaucoup de rapport avec celle qui avoit été observée 84 années auparavant, en 1472, par Regiomontanus, laquelle avoit paru d'abord dans le Signe de la Balance, & après avoir passé entre le Pôle de l'Ecliptique & celui de l'Equateur, avoit terminé son cours vers le Signe du Belier. Car l'on voit par la Figure où l'on a représenté leur mouvement, qu'elles ont eu une direction semblable à l'égard du Soleil. On y remarque seulement deux différences. La première, que la Comete de 1472 avoit traversé l'Ecliptique vers les premiers degrés du Lion, au lieu que celle-ci a passé à la fin de la Vierge. La seconde, que la Comete de 1472 a parcouru 40 degrés dans l'espace d'un jour, au lieu que celle de 1576 n'en a décrit que 15 dans le même intervalle. Mais on peut rendre raison aisément de ces différences, en attribuant la première au mouvement du Nœud de cette Comete qui auroit été de 50 degrés, suivant la suite des Signes dans l'espace de 84 années, & la seconde à la différente distance de ces Cometes à la Terre, en supposant que la Comete de 1472 a passé plus près de la Terre que celle de 1576, d'où il suit que son mouvement a dû être plus prompt en apparence.

Au mois de Novembre de l'année 1577, il parut une Comete dont le diametre étoit de 7 minutes de degré, & dont la queue occupoit la troisième partie du Ciel.

Elle fut observée pendant tout son cours par Tycho, qui composa à son sujet un ouvrage où il rapporte toutes les Observations qu'il en a faites dans l'intervalle de deux mois & demi, depuis le 13 Novembre 1577 jusqu'au 26 Janvier de l'année suivante.

Elle étoit le 13 Novembre à 7<sup>d</sup> 15' du Capricorne avec  
*Mem. 1731.* Qq

une latitude boréale de  $8^{\text{d}} 59'$  qui alloit en augmentant vers le Nord.

Le 25 Novembre, sa longitude étoit à  $7^{\text{d}} 24'$  du Verseau, & sa latitude de  $22^{\text{d}} 5'$ .

Le 5 Décembre, sa longitude étoit à  $21^{\text{d}} 6'$   $\infty$ , & sa latitude de  $25^{\text{d}} 54'$ .

Le 15, sa longitude étoit à  $29^{\text{d}} 41'$   $\infty$ , & sa latitude de  $27^{\text{d}} 34'$ .

Le 25, sa longitude étoit à  $6^{\text{d}} 36'$   $\times$ , & sa latitude de  $28^{\text{d}} 29'$ .

Le 5 Janvier 1578, sa longitude étoit à  $12^{\text{d}} 23'$   $\times$ , & sa latitude de  $28^{\text{d}} 59'$ .

Le 15, sa longitude étoit à  $16^{\text{d}} 56'$   $\times$ , & sa latitude de  $29^{\text{d}} 12'$ ; & le 26 sa longitude étoit à  $20^{\text{d}} 55'$   $\times$ , & sa latitude de  $29^{\text{d}} 15'$ .

On voit par ces Observations que cette Comete a paru directe pendant tout son cours, ayant eu dans l'intervalle de 74 jours un mouvement en longitude, suivant la suite des Signes, de  $73^{\text{d}}$ , & de  $20^{\text{d}} 16'$  en latitude.

Si l'on tire du lieu de la Terre des rayons, au lieu de la Comete, dans ces différentes Observations, ces rayons comprendront l'espace parcouru par cette Comete, dont on représentera le cours, en la plaçant pendant tout le temps de son apparition au dedans de l'Orbe annuel, mais moins éloignée de la Terre que du Soleil, dont elle s'est approchée à mesure qu'elle s'éloignoit de la Terre avec un mouvement direct suivant la suite des Signes conformément à l'apparence.

Ce mouvement réduit à l'Ecliptique, tel qu'il est dans la Figure, paroît plus petit que celui de la Terre; mais à cause de l'obliquité de la route de cette Comete, il est réellement plus grand, comme il le doit être en effet, à cause que sa révolution s'est faite au dedans de l'Orbe annuel.

Je ne ferai point ici la description de trois Cometes qui, dans l'Histoire générale des Cometes de Lubienietz, furent apperçûes en 1578, parce qu'il ne donne aucun détail de leurs Observations.



Il en parut une en 1580 qui fut observée par Hagecius depuis le 2 Octobre, stile vieux, jusqu'au 21 Novembre. Elle avoit un mouvement rétrograde suivant lequel elle parcourut les Signes du Poisson, du Verseau, du Capricorne & du Sagittaire jusqu'au premier de ce Signe.

Elle fut observée à Prague le 10 Octobre sous la tête du Poisson précédent, entre le Zodiaque & l'Equateur à environ 5 degrés de ce Signe ; elle surpassoit à la vûe les Etoiles de la première grandeur, ayant une lumière foible, semblable à celle de Saturne, sans avoir de queue ni de chevelure.

Elle parut sous cette forme pendant 14 jours, ayant une direction oblique vers l'Occident contre l'ordre des Signes, allant des Etoiles qui sont dans la main du Verseau vers la luisante de la tête du Pégase, & continuant son cours avec assés de vitesse par les Constellations du petit Cheval & du Dauphin, car elle parcouroit alors près de 4 degrés dans l'espace d'un jour. Vers la fin d'Octobre, & au commencement de Novembre, elle paroissoit beaucoup plus claire que les jours précédents. Sa queue, qui étoit déliée & semblable à une fumée légère, se distinguoit avec plus d'évidence. Son cours se rallentit ensuite lorsqu'elle se trouva entre l'aile droite de l'Aigle & la flèche, & qu'elle passa la Voye de lait jusqu'au 14 Novembre.

Mestlin, qui avoit apperçû cette Comete dès le 2 Octobre, trouva qu'elle excédoit dès-lors en grandeur Venus, quoiqu'elle ne lui fut en aucune manière comparable en clarté, étant assés semblable à une Etoile nébuleuse.

Le 8 Octobre elle parut un peu plus luisante, mais cependant sans queue. Le lendemain on commença à appercevoir une blancheur qui désignoit sa queue ou chevelure, dont on déterminâ la longueur le 10 Octobre de 4 degrés & demi ou un peu plus. Les jours suivants, dans l'absence de la Lune, cette queue ne parut gueres moins longue que celle de la Comete de 1577, mais beaucoup plus obscure.

Le 15 Octobre, Mestlin trouva son diametre avec sa chevelure de 16<sup>d</sup> 30'. Les quatre premiers jours qu'il l'observa,

308 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

depuis le 2 jusqu'au 6 Octobre, elle resta dans le Signe du Bélier; les sept jours suivans, depuis le 6 jusqu'au 13 Octobre, elle parcourut le Signe entier des Poissons.

Elle ne demeura que huit jours, jusqu'au 21 Octobre, dans le Signe du Verseau, d'où elle passa dans le Signe du Capricorne, qu'elle traversa dans l'espace de 14 jours; les autres 38 jours que Mestlin continua à la voir, elle resta dans le Signe du Sagittaire, & parvint au commencement de ce Signe avec un mouvement fort lent.

Son mouvement fut lent au commencement & à la fin de son apparition, mais plus lent vers la fin. Il parut le plus vite vers le 13 Octobre, lorsqu'elle étoit vers le commencement des Poissons, éloignée de 4 Signes du Soleil, qui étoit au commencement du Scorpion, car elle parcourut alors 5 degrés & quelques minutes en un jour. On la voyoit d'abord se lever après le coucher du Soleil, & elle parut se lever sur la fin avant le lever du Soleil, ce qui fit croire à quelques-uns que c'étoient deux Cometes différentes.

Cette Comete fut observée par Mathias Meine de Dantzik jusqu'au 11 ou 14 Janvier 1581.

J'ai crû devoir rapporter toutes les circonstances de ces Observations, parce qu'elles servent à reconnoître la direction de son cours, qui, quoique rétrograde en apparence, peut se représenter parfaitement en supposant qu'elle étoit réellement directe. Dans cette supposition, elle s'est trouvée d'abord au de-là de l'Orbe annuel qu'elle a traversé vers le 13 Octobre, où la distance au Soleil fut observée de 3 Signes. Ce fut alors qu'on la vit augmenter considérablement de vitesse & de grandeur, conformément à ce qui devoit arriver, parce qu'elle se trouvoit alors plus proche de la Terre, dont elle s'écarta les jours suivans, en s'approchant du Soleil jusqu'à ce qu'elle cessa entièrement de paroître.

Il seroit assés difficile, en supposant cette Comete rétrograde, de représenter également bien les Observations que l'on en a faites, & sur-tout pourquoi le 13 Octobre, la distance au Soleil étant de 3 Signes, elle augmenta si considérablement de grandeur & de vitesse.

En 1582, il parut une Comete, au commencement de Mars, qui fut observée à Rome par Santucci, au 1.<sup>er</sup> degré du Taureau, le Soleil étant à 12<sup>d</sup> des Poissons. La longueur de sa queue étoit de 26 degrés; elle n'étoit pas si large, ni si longue que celle de 1577, mais elle étoit plus éclatante. On voyoit d'abord cette Comete avant le lever du Soleil, & après l'avoir perdu de vûë, on la vit le 14 Mai après le coucher du Soleil. Sa situation fut déterminée le 10 Mars, à 6<sup>d</sup> du Taureau, avec une déclinaison boréale de 17<sup>d</sup>, le Soleil étant à 20<sup>d</sup> des Poissons, & le 12 Mai, elle se trouva à 12<sup>d</sup> des Gemeaux, ayant parcouru un Signe & 6<sup>d</sup> dans l'espace de deux mois & demi.

Suivant ces Observations, cette Comete a dû pendant tout le temps qu'on l'a apperçûë, faire son cours au dedans de l'Orbe annuel, mais plus près de la Terre que du Soleil, de la manière qu'on l'a représentée dans la Figure où elle se trouve plus près de la Terre dans le mois de Mai, temps où, suivant quelques Auteurs, elle parut fort grande.

Képler, qui fait mention de cette Comete dans sa Physio- Pag. 120.  
logie, dit qu'ayant été rétrograde au commencement du Sagittaire, elle s'approcha de l'Ecliptique, après avoir été ~~hémisphérique~~ méridionale; ce que l'on peut facilement représenter, en la faisant traverser l'Orbe annuel vers le Sagittaire, & continuer son cours au de-là de cet Orbe.

En 1585, il parut une Comete, qui fut observée par Rothman le 8 Octobre, stile vieux, à 23<sup>d</sup> 9' des Poissons, avec une latitude Méridionale de 13<sup>d</sup> 52'. Elle ne fut apperçûë que le 18 Octobre, par Tycho, qui observa son Tycho ep.  
p. 13.  
cours de la manière qu'on l'a marquée ici.

Octobre	18	γ	19 <sup>d</sup> 38'	Longit.	3 <sup>d</sup> 27'	Latit. Australe.
	19		21 45		2 30	
	22		27 29		0 3	Latit. Boréale.
	24	δ	0 49		1 19	
Novembre	1		10 35		5 18	
	15		20 34		8 38	

Qq. iij.

### 310 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Elle étoit d'abord semblable à la nébuleuse du Cancer, qu'elle surpassoit un peu en grandeur, étant à peu près égale à Jupiter; elle étoit ronde, & on ne lui apperçût point de queue, ni de barbe, si ce n'est le 20 & le 22 Octobre, qu'on voyoit quelques rayons déliés de la longueur d'une palme. Son mouvement fut au commencement de son apparition de 3<sup>d</sup> 1', & se rallentit dans la suite, n'étant vers la fin que de 34 minutes.

Ayant représenté le cours de cette Comete à l'égard du Soleil & de la Terre, on trouve que son mouvement qui a paru direct, l'étoit en effet, & ne peut guères se représenter autrement; qu'elle étoit au commencement de son apparition au de-là de l'Orbe annuel, dont elle s'est éloignée continuellement, jusqu'à ce qu'elle ait cessé entièrement de paroître.

Le 23 Février de l'année 1590, stile vieux, Tycho apperçût entre les Constellations du Bélier & d'Andromede, près du Poisson boréal, une Comete qu'il continua de voir jusqu'au 6 de Mars, pendant l'espace de 11 jours, qu'elle parcourut 45 degrés suivant la suite des Signes. Il détermina la situation tous les jours qu'elle parut, à la réserve du 27 Février & du 5 Mars, ainsi qu'on l'a marqué ici.

Février	23	γ	18 <sup>d</sup> 27'	Longit.	18 <sup>d</sup> 14'	Latit. Boréale.
	24		26 21		19 33	
	25	♄	3 17		20 24	
	26		9 11		20 55	
	28		18 25		21 15	
Mars	1		21 57		21 15	
	2		24 56		21 12	
	3		27 29		21 7	
	4		29 44		20 58	
	6	♂	3 15		20 46	

La tête de cette Comete, qui étoit plus grande au commencement que dans la suite, avoit à peine 3 minutes de diametre. La longueur de sa queue n'étoit que de 10 degrés, & elle diminua de clarté & de grandeur, de manière qu'à

peine on pouvoit l'appercevoir au commencement du mois de Mars.

Cette Comete a parcouru à peu près la même route que celle de 1582, qui parut le 1.<sup>er</sup> Mars, & dont la latitude étoit aussi boréale; mais nous n'avons pas d'Observations assez circonstanciées de celle de 1582, pour former un jugement certain sur le rapport de ces deux Cometes.

Le 10 Juillet, stile vieux, de l'année 1593, il parut une Comete, un peu avant le lever du Soleil, qui avoit un mouvement rétrograde, tel qu'après avoir passé du Signe de l'Ecrevisse par celui des Gémeaux, elle fut apperçûe le 17 Août près du Cercle Arctique au commencement du Taureau, & le 21 près de Céphée. Le P. Riccioli, qui fait mention de cette Comete, rapporte que Fromond, dans le second Livre des Météores, chap. 1, art. 1, la place au dessus de la Lune, s'appuyant du sentiment de Tycho; mais il ne sçait d'où il a tiré cette autorité.

Quoique les Observations du mouvement de cette Comete soient très-peu circonstanciées, on peut représenter son mouvement direct suivant la suite des Signes, en supposant qu'elle étoit au commencement de son apparition au dedans de l'Orbe annuel qu'elle a traversé dans la suite de son cours, après quoi elle s'est éloignée du Soleil & de la Terre jusqu'à ce qu'elle ait cessé de paroître.

Le 9 Juillet de l'année 1596 on apperçut dans la partie *Hev. p. 870.* septentrionale du Ciel, parmi les Etoiles de la gueule de la grande Ourse, c'est-à-dire, vers le 9.<sup>me</sup> degré de l'Ecrevisse, une Comete\* qui s'avança peu-à-peu jusqu'au pied de derrière de cette Constellation, elle alla de-là au commencement du Lion, & continua sa route jusqu'à son pied postérieur. Kepler, pag. 120 de sa Physiologie des Cometes, dit qu'elle alla du Signe de l'Ecrevisse jusqu'au 4.<sup>me</sup> degré de la Vierge, où elle resta stationnaire.

\* Elle fut observée le 21 Juillet par Rothman à 28 degrés du Lion avec une latitude septentrionale de 27<sup>d</sup> 30', le 25 elle étoit avancée de 4 degrés, & sa latitude diminuée de 2 degrés, & le 13 Août, Mellin l'observa au 4.<sup>me</sup> degré de la Vierge.

### 312 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Le mouvement apparent de cette Comete étoit suivant la suite des Signes, & l'on peut représenter son cours direct en deux manières. La première, en la plaçant dans l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre, & la seconde, en la mettant au de-là du Soleil, à quelque distance que l'on jugera à propos. Suivant la première de ces manières, on voit qu'elle a suivi la direction de la Comete de 1533 qui avoit paru rétrograde, & qu'on a commencé à voir celle-ci dans un endroit peu éloigné de celui où on avoit cessé de voir celle de 1533, de sorte que ce peut être la même Comete qui ait reparu après l'intervalle de 63 années. Bonfili, dans son Histoire de Sicile, rapporte deux Cometes vûes cette année-là dans la grande Ourse.

*Santucci,*  
c. 16. p. 75.

Vers le milieu de Juillet de l'année 1597 il parut une Comete, que l'on continua de voir jusqu'au 9 Août. Elle fut apperçûe par Santucci le 16 Juillet au dessus des deux Etoiles qui sont dans le pied droit antérieur de la grande Ourse (c'est-à-dire vers la fin du Signe de l'Ecrevisse) ayant une déclinaison septentrionale de  $50^{\text{d}} \frac{1}{2}$ . Il la vit décrire trois révolutions journalières autour du Pole sans toucher l'horison, dont elle s'approchoit continuellement. Elle y arriva le 20 Juillet, & se trouva le 5 Août sous le Tropique du Cancer, & enfin sous le parallele du cœur du Lion, s'étant approchée de 27 degrés de l'Equateur, dans l'espace de 24 heures, avec un mouvement rétrograde de 36 degrés. Quoique cette Comete ait paru rétrograde, on peut représenter son cours direct suivant la suite des Signes, en la plaçant pendant tout le temps de son apparition entre le Soleil & la Terre, dans une situation peu différente de celle de l'année 1596, qui parut de même dans la Constellation de la grande Ourse avec une déclinaison qui alloit en diminuant. Nous ne jugeons pas cependant que ce soit la même Comete, parce qu'en les faisant passer par la même route, l'espace parcouru par la Comete de 1596 se trouve à proportion du temps qu'on l'a apperçûe, plus petit que l'espace qui a été décrit par celle de 1597.

Le

DES SCIENCES. 313

Le 26 Septembre de l'année 1607, Képler observa à Prague une Comete au dessous de la Constellation de l'Ourse, qui lui parut d'abord sans queue, & répandoit à la vûe simple, une lumière à peu-près semblable à celle des Etoiles fixes. Il détermina sa situation ce jour-là, de même que les suivants, jusqu'au 26 Octobre, de la manière. que je l'ai marqué ici.

Septembre	26	♏	18 <sup>d</sup> 30'	Longit.	35 <sup>d</sup> 30'	Latit. Bor.
Octobre	1	♐	18 15		37 0	
	6	♑	15 50			
	11		25 50		17 35	
	16	♒	0 24		13 36	
	21		1 58			
	26		1 30		6 30	

Le 27 Septembre elle étoit à 29<sup>d</sup>  $\frac{1}{2}$  du Lion avec une latitude de 37<sup>d</sup> 32', ayant parcouru en 24 heures 11 degrés en longitude & 2 degrés en latitude. Son mouvement en longitude augmenta les jours suivants jusqu'au 30 qu'il fut observé de 13 degrés, & il diminua ensuite jusqu'au 19 Octobre que cette Comete se trouva à 2<sup>d</sup> du Sagittaire avec une latitude septentrionale de 12 degrés qui avoit d'abord augmenté jusqu'à 40 degrés, & qui avoit ensuite été en diminuant. Cette Comete fut stationnaire le 20 Octobre, & ensuite rétrograde jusqu'au 26 Octobre qu'il cessa de la voir.

Képler, dans sa Physiologie, dit que la tête de cette Comete n'étoit pas ronde, mais inégale, que sa grandeur surpassoit celle de toutes les Etoiles fixes, & que sa lumière étoit foible comme celle de la Lune, lorsqu'elle est près de l'ombre de la Terre; qu'après que la Lune eût passé son plein, on voyoit nonobstant sa clarté, la queue de cette Comete de la longueur de 8 à 10 degrés.

Longomontanus, qui a observé cette Comete les mêmes jours que Képler, a déterminé sa situation avec une différence qui, dans quelques Observations, monte à un degré & demi, ce qui peut venir de la différence d'heures dans lesquelles elles ont été faites.

*Mem. 1731.*

R r

### 314 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

On peut représenter le cours de cette Comete en trois manières, dont deux directes & une rétrograde. La première qui est directe, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel, beaucoup plus près de la Terre que du Soleil; la seconde qui est rétrograde, en la plaçant aussi au dedans de l'Orbe annuel, mais beaucoup plus éloignée de la Terre; & la troisième qui est directe, en la faisant passer au de-là du Soleil, qui se feroit trouvé entr'elle & la Terre; mais nous avons préféré la première, parce que l'on représente par ce moyen, avec plus de facilité, pourquoi elle a été rétrograde, de même que la figure de sa tête qui n'a pas paru ronde, ce que l'on devoit aussi reconnoître à toutes les Cometes qui sont en de-çà du Soleil, si leur disque étoit bien terminé & dépouillé de toute chevelure.

L'année 1618 est remarquable par l'Observation de quatre Cometes, qui sont rapportées par divers Auteurs, tels que Képler, Riccioli, Hevelius, Lubienietz, &c.

*Képl. p. 48.* La première de ces Cometes fut apperçûe le 25 Août dans la Hongrie. Elle fut observée le 1.<sup>er</sup> Septembre, à Link par Képler, près du pied gauche antérieur de la grande Ourse, tirant vers la tête du Lion, & il détermina la situation au 10.<sup>me</sup> degré du Lion, avec une latitude boréale de  $21^{\circ} \frac{1}{2}$ .

Elle parut le jour suivant s'être avancée d'un degré contre l'ordre des Signes, & elle continua ainsi son mouvement jusqu'au 25 Septembre qu'elle disparut, étant à 28 degrés de l'Ecrevisse, avec une latitude boréale de  $23^{\circ} \frac{1}{2}$ . Le 6 Septembre, on ne pouvoit plus distinguer sa queue, mais avec une Lunette, cette Comete paroissoit assez grande, en forme d'un nuage, dont il sortoit une espece de chevelure. Képler qui rapporte ces Observations ne les trouve pas assez exactes, pour représenter son mouvement, & déterminer sa distance. Il juge cependant que supposant le mouvement de la Terre, son mouvement journalier a été au commencement égal à celui de la Terre sur son Orbe, & qu'elle s'est précipitée vers le Soleil, suivant une direction oblique.



Quoique cette Comete ait paru rétrograde pendant tout le temps de son apparition, on peut représenter parfaitement son cours suivant la suite des Signes, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre.

On trouve même que cette Comete a suivi à peu près la même route que celle de 1531, qui étoit directe, & qui eût le 13 Août une latitude boréale de  $23^{\text{d}} 15'$ , peu différente de celle que l'on a observée dans cette dernière Comete le 25 Septembre de  $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$ .

Les Observations des deux autres Cometes qui ont suivi celle-ci, sont rapportées par divers Auteurs, avec des circonstances si différentes, qu'il seroit difficile de pouvoir représenter leur mouvement.

La quatrième de cette année 1618, qui est la dernière; mérite beaucoup plus d'attention, ayant été observée par les plus habiles Astronomes de ce temps-là, & son mouvement ayant paru rétrograde pendant tout le temps qu'on l'a observée, depuis le 24 Novembre 1618 jusqu'au 21 Janvier de l'année 1619.

Elle fut apperçûë par Képler le 24 Novembre 1618, *Kepler p. 584* à  $6^{\text{h}} \frac{1}{2}$  du matin au dessous de la Balance boréale, & il déterminâ sa situation à  $12^{\text{d}} \frac{1}{2}$  du Scorpion, avec une latitude boréale de  $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$ . Il la trouva le 9 Décembre à 26 degrés de la Balance, avec une latitude boréale de 32 degrés. Sa tête vûë par une Lunette, paroïssoit ronde par dessous, mais dans sa partie supérieure, elle se terminoit en forme de chevelure. La longueur de sa queue étoit de 70 degrés plus grande qu'aucune de celles qui eussent été observées depuis plus de 150 années. Elle continua de paroître jusqu'au 21 Janvier 1619, à Ingolstadt où le P. Cysatus, Jésuite, déterminâ sa longitude ce jour-là à  $21^{\text{d}} 20'$  de l'Ecrevisse, & sa latitude boréale de  $56^{\text{d}} 22'$ , ayant parcouru dans l'espace de 54 jours,  $111^{\text{d}} 23'$  contre la suite des Signes, avec une latitude toujours boréale, qui avoit augmenté jusqu'au 3 Janvier, où on l'avoit observée de  $62^{\text{d}} 36'$ , & qui avoit ensuite diminué jusqu'au temps qu'elle cessa de paroître.

### 316 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Képler, dans le Traité qu'il a fait de cette Comete, trouve qu'elle étoit au commencement de son apparition dans le milieu entre les orbes de Venus & de Mercure, qu'elle a traversé l'Orbe de la Terre le 21 Décembre, & qu'elle est parvenue dans l'espace qui est entre Mars & Jupiter. Il soutient même que le mouvement de cette Comete inégal & tortueux (comme il le nomme) est une preuve du mouvement de la Terre autour du Soleil, puisqu'en supposant ce mouvement, on peut le réduire à l'égalité.

Pour nous, après avoir placé la Terre sur son Orbe annuel, dans le temps des différentes Observations de cette Comete; & tiré des lignes des divers lieux de la Terre à ceux de la Comete, nous trouvons qu'on peut parfaitement représenter son cours suivant la suite des Signes, & que, conformément au sentiment de Képler, cette Comete étoit au commencement de son apparition entre le Soleil & la Terre, avec cette différence cependant que nous la jugeons plus près de la Terre que ne l'a placée Képler; qu'elle a traversé l'Orbe annuel vers la fin du mois de Décembre, à peu-près dans le même endroit que Képler l'a déterminé, & qu'elle s'est ensuite éloignée de la Terre, de manière qu'au temps qu'on a cessé de l'appercevoir, la distance n'a pas excédé le demi-diametre de l'Orbe annuel, ce que l'on peut démontrer aisément. Car plaçant la Terre, au commencement de Janvier, au point *A*, qui répond au 10.<sup>me</sup> degré de l'Ecrevisse où elle étoit alors; & au 20 du même mois, au point *B*, qui est au commencement du Lion, & tirant de ces points les lignes *AC*, *BC*, au vrai lieu de la Comete qui étoit, suivant Képler, le 1.<sup>er</sup> Janvier à 27<sup>d</sup> 20' du Lion, & le 20 du même mois à 20<sup>d</sup> 50' de l'Ecrevisse, on trouvera que cette Comete, qui par son mouvement de *A* vers *B*, a dû rencontrer d'abord la ligne *AC* avant que de parvenir à la ligne *BC*, a dû traverser l'espace *ACB* compris entre le concours de ces deux lignes, & qu'elle a dû rencontrer la ligne *BC* en deçà du point *C*, dont on peut déterminer la distance au point *B*. Car l'arc *AB* étant mesuré par le mouvement de la Terre sur

son orbe depuis le 1.<sup>er</sup> jusqu'au 20 Janvier, qui est de  $19^d 22'$ , on aura la corde  $AB$ , qui est le double du sinus de la moitié de cet arc de  $33640$ , dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de  $100000$ . L'angle  $BCA$ , qui mesure le mouvement de la Comete depuis le 1.<sup>er</sup> jusqu'au 20 Janvier, est de  $36^d 30'$ , & l'angle  $ABC$ , que la corde  $BA$  fait avec le rayon  $BC$ , est d'environ  $90$  degrés. C'est pourquoy, dans le triangle  $ABC$ , dont un côté & deux angles sont connus, on trouvera le côté  $BC$  qui mesure la distance de la Comete à la Terre le 20 Janvier  $1619$ , réduite à l'Ecliptique de  $45400$ . Connoissant présentement la ligne  $BC$  & la latitude de la Comete qui étoit le 20 Janvier d'environ  $57$  degrés, on aura la distance de la Terre au point en deçà duquel la Comete a dû passer, ainsi que nous l'avons expliqué ci-dessus, de  $83470$ , moindre que le demi-diamètre de l'Orbe annuel, ce qu'il falloit démontrer.

Cette détermination ne s'éloigne pas beaucoup de la conclusion de Képler, qui la suppose alors entre les orbes de Mars & de Jupiter, & dit que si on tiroit une perpendiculaire sur le plan de l'Ecliptique, du lieu où la Comete étoit, lorsqu'elle a cessé de paroître, cette perpendiculaire tomberoit en deçà de l'orbe que l'on a assigné à Mars. Il conclut enfin son ouvrage par ces paroles : *Denique quot sunt in Cælo Cometa, tot sunt argumenta, præter ea quæ à Planetarum motibus deducuntur, Terram moveri motu annuo circa Solem. Vale Ptolemeæ, ad Aristarchum revertor, duce Copernico.* Page 92.

Quoique cette Comete ait paru suivre la direction du mouvement de celle qui avoit été observée dans le mois d'Août de la même année, cependant nous ne jugeons pas que ce soit la même, parce que dans la précédente, la latitude boréale qui alloit en augmentant, étoit, le 25 Septembre, lorsqu'on a cessé de l'appercevoir, de  $23^d \frac{1}{2}$ ; au lieu que dans celle-ci on ne l'a observée que de  $7^d \frac{1}{2}$  le 29 Novembre au commencement de son apparition, où on l'auroit dû trouver plus grande que le 25 du mois de Septembre précédent.

### 318 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Depuis cette dernière Comete de 1618 & 1619, on n'a point de Mémoires d'autres qui ayent été vûës qu'en 1652, où l'on en apperçût une qui fut observée le 20 Décembre à Dantzik, par Hevelius, peu éloignée du pied gauche d'Orion. Sa tête étoit ronde, un peu moins grande que le diametre de la Lune, lorsqu'elle est dans son plein, ayant une clarté semblable à celle de cette Planete, lorsqu'elle est couverte d'une nuée très-déliée. Sa queue avoit 6 ou 7 degrés de longueur, & étoit d'une lumière plus foible, qui se terminoit en pointe.

*Hevel. liv. 1.  
Cometog.  
p. 129.*

Le 20 Décembre, à 7<sup>h</sup> du soir, sa longitude fut observée à 8<sup>d</sup> 24' de H, & sa latitude méridionale de 30<sup>d</sup> 50'. Il la trouva le 23 Décembre à 10<sup>h</sup> 15' du soir, à 28<sup>d</sup> 44' 40" du Taureau, avec une latitude australe de 2<sup>d</sup> 20', de sorte que dans l'espace de 3 jours & quelques heures son mouvement en longitude avoit été de 9<sup>d</sup> 40' contre la suite des Signes, & son mouvement en latitude de 28<sup>d</sup> 30' du Midi vers le Nord. Ces mouvements se ralentirent dans les Observations suivantes jusqu'au 10 Janvier qu'Hevelius cessa de la voir après qu'elle eut été stationaire, & ensuite directe. Elle étoit le 7 Janvier à 19<sup>d</sup> 48' du Taureau, ayant une latitude boréale de 32 degrés, de sorte que dans l'espace de 18 jours son mouvement avoit été de 18<sup>d</sup> 36' en longitude contre la suite des Signes, & de 60<sup>d</sup> 50' en latitude du Midi vers le Nord.

D'autres Auteurs ont observé cette Comete, tels que Vendelinus qui l'apperçût dès le 19 Décembre, & déterminâ le 20 sa longitude entre 9 & 10 degrés des Gemeaux, différente d'un degré de celle d'Hevelius, & sa latitude de 23 degrés, éloignée de plus de 4 degrés de celle qu'Hevelius avoit trouvée le même jour de 30<sup>d</sup> 10'. Le même Vendelinus observa le 21 Décembre, la longitude de cette Comete à 4<sup>d</sup> 30' de H, & sa latitude de 19<sup>d</sup> 50', de sorte que selon lui, son mouvement a été dans l'espace d'un jour de 5 degrés ou environ contre la suite des Signes, & de 15<sup>d</sup> 0' en latitude du Midi vers le Nord.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, à l'égard du Soleil & de la Terre, on trouve que dans le temps de la première Observation qui en a été faite, elle étoit au de-là de l'Orbe annuel, ayant passé son opposition avec le Soleil, dont elle s'est écartée les jours suivans, & qu'ainsi elle devoit, de même que les Planètes supérieures, paroître rétrograde, & diminuer continuellement de vitesse apparente, conformément à ce que l'on a observé.

On démontrera même, comme on l'a fait à l'égard de la Comete de 1729, que le mouvement de celle-ci, rétrograde en apparence, étoit réellement direct, puisqu'elle a été vers la fin de son apparition stationnaire & ensuite directe.

On pourroit, par le moyen des Observations d'Hevelius; supposées exactes, déterminer la distance véritable de cette Comete à la Terre, & la direction de son cours, mais nous nous contenterons ici de déterminer la plus grande distance où elle a pu être de la Terre, ce que l'on peut faire par une Figure. Car si l'on tire du lieu de la Terre, placé sur son orbe en *H* & en *I*, au temps de la première & de la dernière Observation, deux lignes *HE* & *IE*, au lieu de la Comete dans ces Observations, l'intersection *E* de ces lignes marquera le lieu en de-çà duquel on doit représenter la route de cette Comete, réduite à l'Écliptique, & élevant du point *E* sur la ligne *EI*, la perpendiculaire *ED*, de manière que l'angle *EID* soit égal à la latitude boréale de cette Comete, lorsque la Terre étoit au point *I*, qu'on a observée alors de 32<sup>d</sup> 0', le point *D* marquera sur l'orbe de la Comete, le lieu en de-çà duquel elle a dû passer au temps de la plus grande distance à la Terre, que l'on trouve être un peu moindre que la distance de la Terre au Soleil.

Il n'est pas si aisé de déterminer le terme au de-là duquel cette Comete s'est trouvée dans le temps qu'on l'a apperçûë; mais il y a tout lieu de se persuader qu'elle étoit beaucoup plus près de la Terre, que la Terre ne l'est du Soleil, puisque par ce moyen on peut donner la raison, par laquelle son mouvement en latitude a paru si grand, cette Comete ayant

### 320 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

parcouru 15 degrés dans l'espace de 24 heures, ce qu'il seroit difficile d'expliquer, si on la plaçoit à une grande distance.

En comparant cette Comete avec la dernière de 1618, on trouve qu'elles ont ensemble beaucoup de rapport, 1.<sup>o</sup> En ce qu'elles ont passé à peu-près à la même distance du Soleil. 2.<sup>o</sup> En ce qu'elles ont eû toutes les deux une inclinaison très-grande, par rapport à l'Ecliptique. 3.<sup>o</sup> En ce que les Nœuds ascendants de ces deux Cometes se sont trouvés peu éloignés l'un de l'autre. Car quoique la Comete de 1618, vûë de la Terre, ait paru couper l'Ecliptique au 17.<sup>me</sup> degré du Scorpion, & celle de 1652 au 29.<sup>me</sup> degré du Taureau, qui en est éloigné de 5 Signes & 18 degrés; cependant nous trouvons que le vrai lieu de leur Nœud à l'égard du Soleil, étoit dans la Comete de 1618, à 6 degrés des Gemeaux, & dans la Comete de 1652, à 2 degrés de l'Ecrevisse, avec une différence de 26 degrés qu'on peut aisément attribuer au mouvement des Nœuds de cette Comete dans l'intervalle de 34 années.

Au mois de Février de l'année 1661, il parut une Comete au dessous du Dauphin, entre les têtes du petit Cheval & de l'Aigle. Elle étoit, suivant Hevelius, le 3 Fevrier, à 5<sup>h</sup> 47' du matin, à 10<sup>d</sup> 5' du Verseau, avec une latitude boréale de 22<sup>d</sup> 3'; & il continua de l'observer jusqu'au 28 Mars, l'espace de 53 jours, pendant lesquels elle parcourut 27<sup>d</sup> 5' contre la suite des Signes, ayant été observée ce jour-là à 13<sup>d</sup> 0' du Capricorne, avec une latitude boréale de 26<sup>d</sup> 10'.

Sa tête étoit ronde & claire, sans cependant jetter de lumière. Etant vûë par la Lunette, elle paroissoit avoir un disque rouge, égal à peu-près à celui de Jupiter, environné d'une matière beaucoup moins dense. Sa queue étoit éclatante, ayant plus de 6 degrés de longueur, plus dense vers la Terre, que vers son extrémité. Cette Comete parut encore plus grande & plus claire le 5 Février, mais son disque paroissoit partagé en diverses parties. Elle diminua le 6, & il arriva divers changements dans son disque jusqu'au 2 Mars, qu'elle

qu'elle paroïssoit encore assés claire, & dentelée de toutes parts, mais non pas entièrement ronde, ainsi qu'il l'explique au long dans son *Traité des Cometes*, où il rapporte le détail des Observations, dont voici les principales qui sont nécessaires, pour déterminer la direction de son cours.

		Longitude.	Latitude Boréale.
Févr.	3 à 5 <sup>h</sup> 47' mat. ≈ 10 <sup>d</sup> 4' 33"	22 <sup>d</sup> 2' 42"	
	5 5 6	7 26 28	23 43 0
	6 5 25	5 47 26	24 28 36
	7 4 48	4 29 46	25 3 12
	10 5 5	0 50 1	26 34 20
	13 4 36	27 46 59	27 24 36
Mars	2 3 58	19 7 37	27 32 50
	10 3 4	16 34 16	27 10 6
	28 2 0	13 0 0	26 10 0

Suivant ces Observations, on trouve que le mouvement de cette Comete, rétrograde en apparence, se peut représenter direct, en la plaçant, au commencement de son apparition, au dedans de l'Orbe annuel, & à la fin, au dehors de cet Orbe, de la manière qu'on l'a marqué dans la Figure, avec un mouvement un peu plus prompt que celui de la Terre, comme il le doit être en effet, à cause que cette Comete a été, pendant presque tout le temps qu'on l'a apperçûe, au dedans de l'Orbe annuel.

On ne peut pas attribuer à cette Comete un mouvement rétrograde avec autant de vrai-semblance, parce qu'alors il faudroit supposer son mouvement beaucoup plus rapide que celui de la Terre, quoique dans la plus grande partie de son cours elle se fût trouvée au de-là de l'Orbe annuel, à une grande distance du Soleil.

Nous ajoûterons ici que les grandes variétés qui ont été observées dans la figure du noyau ou disque de cette Comete, pourroient bien être l'effet, du moins en partie, de ses différents aspects avec le Soleil, que l'on n'a pas pû discerner avec beaucoup d'évidence, à cause de la chevelure qui l'environnoit.

### 322 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Le 14 Décembre de l'année 1664, sur les 5 heures du matin, Hevelius observa à Dantzik, une Comete qui étoit dans le 8.<sup>me</sup> degré de la Balance, avec une latitude australe de 22 degrés. Son disque avoit 3 ou 4 minutes de diametre, & étoit entouré d'une chevelure moins claire, & plus déliée, qui occupoit environ 12 minutes. Le milieu ou disque de cette Comete, vû avec une Lunette, paroissoit composé de plusieurs petits corps de différentes densités. Elle augmenta les jours suivans de grandeur, de sorte que le 29 Décembre, sa tête avec sa chevelure avoit 24 minutes de diametre, & on voyoit dans le milieu un corps très-lumineux & très-compact, de couleur de feu, qui étoit entouré d'autres petits corps de différentes densités. Elle commença à diminuer au commencement de Janvier de l'année 1665, en sorte que le 6 du même mois, elle n'occupoit plus que 8 min.

Le 22 Janvier, son disque ne paroissoit pas parfaitement rond, mais inégal, avec des pointes déliées qui s'élevoient de toutes parts. Sa grandeur n'étoit alors que de 6 minutes, & elle ne fut trouvée le 2 Février que de 3 minutes, ayant diminué de densité & de lumière jusqu'au temps qu'on cessa de la voir.

A l'égard de sa queue, elle paroissoit fort grande dès le 14 Décembre, mais le 21 du même mois elle avoit 22.<sup>d</sup> de longueur sur deux de largeur.

*Hevel. p. 757.* La longitude de cette Comete étoit le 15, à 4.<sup>h</sup> 29' du matin, à 6.<sup>d</sup> 28' de la Balance, & sa latitude australe de 22.<sup>d</sup> 21'.

Le 18 Décembre, à 3.<sup>h</sup> 36' du matin, sa longitude étoit à 3.<sup>d</sup> 20' de la Balance, & sa latitude australe de 25.<sup>d</sup> 14', de sorte qu'elle s'étoit avancée, dans l'espace de 3 jours, de 3.<sup>d</sup> 27' contre la suite des Signes, sa latitude septentrionale ayant augmenté pendant cet intervalle à peu-près de la même quantité, la direction apparente de son mouvement étant vers le Sud-ouest. Le mouvement de cette Comete augmenta considérablement les jours suivans, car sa longitude fut déterminée le 31 Décembre à 3.<sup>d</sup> 2' des Gémeaux, ayant



recouru, dans l'intervalle de 13 jours, 120 degrés contre la  
 ite des Signes, ce qui est à raison de plus de 9 degrés par  
 ur. Son mouvement diminua ensuite continuellement jus-  
 l'au 4 Février qu'on la trouva à 26<sup>d</sup> 28' du Bélier avec  
 le latitude boréale de 5<sup>d</sup> 28'. A l'égard de sa latitude, elle  
 t d'abord, comme on l'a dit ci-dessus, australe, & augmenta  
 1 jours suivants, de sorte qu'elle étoit le 31 Décembre de  
 4<sup>d</sup> 12', elle diminua ensuite de la manière qu'on l'a mar-  
 ié ici, où l'on voit que cette Comete a traversé l'Eclip-  
 que entre le 15 & le 16 Janvier, ensuite de quoi elle a eu  
 le latitude boréale.

				Longitude.							
cc. 15	à 4 <sup>h</sup>	29'	mat.	♈	6 <sup>d</sup>	28'	8"	22 <sup>d</sup>	21'	Lat. Austr.	Cometograph. p. 767.
18	3	36			3	20	12	25	14		
31	7	19	soir.	♈	3	1	38	34	12		
iv. 1	9	18		♈	24	21	40	27	43		
5	7	58			8	58	50	12	37		
7	8	51			5	19	0	8	18		
10	7	49			2	4	18	4	14		
17	7	19		♈	28	24	38	0	52	Lat. Bor.	
21	6	45			27	29	16	2	31		
iv. 2	6	0			26	29	8	5	18		
3	6	41			26	29	48	5	25		
4	7	52			26	27	31	5	28		

Mon Pere, dans son Traité sur les Cometes de 1664 &  
 565, fait voir que, supposant la Terre immobile, on peut  
 présenter son mouvement sur une ligne sensiblement droite.  
 Hevelius, plaçant la Terre sur son orbe dans le temps  
 s diverses Observations que l'on a faites de cette Comete,  
 uve qu'elle a dû passer au de-là de l'Orbe annuel, & lui  
 nne un cours rétrograde avec lequel il représente assez bien  
 quantité de son mouvement apparent. Mais il en résulte  
 cessairement, comme on peut le voir dans la Figure qu'il  
 donne, que cette Comete étoit le 29 Décembre, jour  
 son Périgée, quatre fois plus près de la Terre que le 14.

MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
cembre. Ainsi le diametre de cette Comete, y compris  
chevelure, ayant été trouvé le 14 Décembre de 12 mi-  
utes, on auroit dû l'observer le 29 Décembre d'environ  
8 minutes, au lieu qu'il ne l'a déterminé ce jour-là que de  
14 minutes. On peut remarquer la même apparence par  
l'Observation du 3 Février, où le diametre de la Comete fut  
observé de 3 minutes, c'est-à-dire, la huitième partie de  
celui que l'on y avoit trouvé le 29 Décembre; au lieu que,  
selon la théorie, la distance de cette Comete à la Terre étoit  
quinze fois plus petite. D'où l'on voit que les distances réelles  
de cette Comete à la Terre qui doivent être en raison réciproque  
de ses diametres apparents, n'étoient pas bien représentées par cette théorie.

734. Hevelius, qui a apparemment senti la difficulté qu'il y  
avoit de représenter la grandeur apparente du diametre de  
cette Comete, observé en différents temps, suppose que les  
Cometes varient réellement de grandeur, que celle de 1664  
étoit d'abord six fois plus grande que le diametre de la Terre,  
qu'elle a ensuite diminué d'environ la moitié, en sorte qu'elle  
n'étoit que trois fois plus grande que ce diametre, & qu'elle  
a ensuite augmenté, de sorte que le 4 Février, son diametre  
surpassoit quatre fois celui de la Terre.

Je ne sçai si l'on admettra facilement cette vicissitude  
d'augmentation & de diminution dans la grandeur d  
Cometes pendant un si petit intervalle de temps. Pour ne  
en suivant toujours les mêmes principes, nous trouvons qu'il  
peut représenter les diametres apparents de cette Comete  
aussi-bien que la quantité de son mouvement, en lui  
buan un mouvement direct suivant la suite des Signes  
supposant la courbure de son orbe un peu plus grande  
celle de l'Orbe annuel. Suivant cette hypothese, cette Comete  
se sera trouvée le 14 Décembre, jour auquel on a conjecturé  
à l'apercevoir, au dedans de l'Orbe annuel, dont elle  
sortie les jours suivants, & y fera ensuite rentrée.  
sité de son mouvement, réduite à l'Ecliptique, l

petite que celui de la Terre; mais à cause de son mouvement en latitude, il est réellement aussi grand sur son orbe, comme il le doit être en effet, à raison de sa distance au Soleil; au lieu que suivant Hevelius, qui décrit son cours au de-là de l'Orbe annuel, le mouvement de cette Comete est beaucoup plus grand que celui de la Terre.

Tout ce qu'il y a de singulier dans nôtre manière d'expliquer le mouvement de cette Comete, est la nécessité qu'il y a de lui attribuer une plus grande courbure qu'à l'Orbe annuel. D'où il suit que l'Ellipse qui représente son orbe, si c'en est une, doit être presqu'entièrement renfermée dans l'Orbe annuel. Mais il est aisé d'en rendre la raison, en lui donnant une excentricité plus grande que celle de la Terre, comme on le suppose dans presque toutes les Cometes. D'ailleurs Hevelius, qui soutient que l'on ne peut pas représenter le cours de cette Comete direct, a été obligé de la faire courber vers la fin de son apparition, & quoiqu'il soit persuadé que les Cometes, qui sont beaucoup au de-là de l'Orbe annuel, suivent des lignes, dont la courbure est peu sensible, il convient que lorsqu'elles sont au dedans de cet orbe, leur courbure doit être plus grande. Page 759.

Cette Comete a été suivie de près d'une autre qui fut observée par mon Pere le 4 du mois d'Avril, & par Hevelius le 6 du même mois, à 1<sup>h</sup> 30' du matin, au 14.<sup>me</sup> degré des Poissons, avec une latitude boréale de 26<sup>d</sup> 30'. Sa lumière étoit à peu-près semblable à celle de Jupiter, & beaucoup plus éclatante que celle de la Comete précédente; sa queue avoit 17 degrés de longueur. On voyoit par le moyen d'une Lunette, dans le milieu de la tête de cette Comete, un disque très-éclatant, environné d'une matière plus déliée.

Le 7 & le 8 Avril, la tête paroissoit si claire, qu'on la voyoit même lorsque le jour faisoit disparaître presque toutes les autres Etoiles. Depuis ces jours-là jusqu'au 16 Avril, la tête de la Comete demeura dans le même état. Elle surpassoit alors en clarté presque toutes les Etoiles fixes, & le diamètre

326 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de son disque intérieur paroïssoit plus petit que celui de Jupiter, & égal à celui de Saturne.

Son mouvement apparent étoit suivant la suite des Signes; cette Comete ayant décrit 9 degrés depuis le 6 jusqu'au 8 Avril, & 38 degrés depuis le 8 Avril jusqu'au 20 du même mois qu'elle étoit à  $1^{\text{d}} 18'$  du Taureau, & qu'Hevelius cessa de la voir; ce qui ne provenoit pas de son trop grand éloignement de la Terre, mais de ce qu'elle étoit trop près du Soleil pour pouvoir être apperçûe.

A l'égard de sa latitude, qui étoit d'abord de  $26^{\text{d}} 30'$  vers le Nord, elle diminua continuellement jusqu'au 20 Avril qu'elle fut observée de  $13^{\text{d}} 26'$  vers le Nord.

Le mouvement de cette Comete est représenté direct par Hevelius, qui la fait passer près du Soleil en s'écartant de la Terre, & qui, pour concilier les diverses distances où elle se trouve avec sa grandeur apparente, est obligé de supposer qu'elle augmentoit continuellement de grandeur. Pour nous, après avoir considéré que la tête de cette Comete & la clarté étoient restées à peu-près dans le même état depuis le commencement de son apparition jusqu'au 16 Avril, nous trouvons que cette Comete a dû avoir un mouvement direct, conforme à l'apparence; mais au lieu de lui donner, de même qu'Hevelius, une direction vers le Soleil, nous avons représenté la direction de son mouvement, en lui faisant parcourir, au dedans de l'Orbe annuel, un Cercle ou Ellipse à peu-près parallèle à celui de la Terre, de manière qu'elle s'en soit écartée fort peu pendant tout le temps qu'on l'a apperçûe. On peut rendre par ce moyen la raison pour laquelle elle n'a pas diminué sensiblement de grandeur.

On trouve même que cette Comete peut, avec quelque fondement, être supposée la même que celle que l'on avoit cessé de voir le 12 du mois de Février précédent, dont la latitude étoit de  $7^{\text{d}} 30'$  boréale, & alloit en augmentant, de sorte que, le 6 Avril, elle devoit être plus grande, conformément à celle que l'on y a observée alors de  $26^{\text{d}} 30'$ .

Il est vrai qu'en considérant le mouvement de cette

Comete, réduit à l'Ecliptique, supposée la même, on trouve qu'il a été d'abord plus lent que celui de la Terre, qu'il a dû ensuite être plus prompt pendant qu'on a cessé de la voir, & qu'il a en dernier lieu paru être plus lent. Mais ces différentes apparences de mouvement peuvent être l'effet de la variation en latitude, qui a été observée assez grande au temps de la première & de la dernière Observation, & qui n'a pas augmenté dans la même proportion dans le temps qu'on a cessé de la voir. D'où il résulte que le mouvement de cette Comete, supposé égal sur son orbe, a dû, lorsqu'il a été réduit à l'Ecliptique, être plus petit dans le temps qu'elle a été observée, & plus grand dans l'intervalle où on ne l'a point apperçûe.

Le 10 Mars de l'année 1668, mon Pere apperçût une longue trace de lumière qui sortoit des nuées voisines de l'horizon vers le ventre de la Baleine, & s'étendoit le long de l'Eridan, ayant au moins 30 degrés de longueur & un degré & demi de largeur. Cette lumière paroissoit avoir un mouvement de l'Occident vers l'Orient, s'élevant vers le Septentrion, mais on ne put pas déterminer exactement la quantité de son mouvement, à cause que sa tête, qui devoit être cachée dans le crépuscule, ne parut point pendant le temps de cette Observation.

Le 16 Mars de l'année 1672, Hevelius observa à Dantzik une Comete vers la tête méridionale d'Andromede, dont la queue avoit environ 2 degrés de longueur; elle étoit le 8 du même mois au 12.<sup>me</sup> degré du Bélier. Le 30 Mars sa longitude fut observée à Paris à 0<sup>d</sup> 15' des Gemeaux avec une latitude septentrionale de 8<sup>d</sup> 49', & on continua de la voir à Dantzik jusqu'au 21 Avril qu'elle se trouva au 19.<sup>me</sup> degré des Gemeaux, ayant parcouru 2 Signes & 7 degrés dans l'espace de 44 jours avec une latitude méridionale d'environ 9 degrés, ayant eu un mouvement direct, suivant la suite des Signes, qui declinoit un peu vers le Midi.

Ayant examiné la route de cette Comete, on trouve qu'on peut la représenter directe en deux manières. La première,

en la plaçant au commencement qu'elle a été apperçûë plus éloignée du Soleil que de la Terre, dont elle a dû s'approcher les jours suivants, comme il résulte des Observations d'Hevelius, qui la vit augmenter de grandeur pendant quelques jours; ce qui s'accorde aussi aux Observations de mon Pere, qui jugea qu'elle avoit passé le 12 Mars par son Périgée, d'où elle s'étoit éloignée les jours suivants jusqu'à ce qu'elle eut cessé de paroître.

La seconde manière de représenter le cours de cette Comete, est de la placer au de-là du Soleil à telle distance & avec telle direction que l'on jugera convenable pour que la quantité de son mouvement soit proportionnée à sa distance au Soleil & à la Terre.

En 1676 il parut une Comete sans queue, égale aux Etoiles de la 3.<sup>me</sup> grandeur, qui fut observée à Nantes par le P. Fontenay Jésuite, le 14 Février, dans la Constellation de l'Eridan, à l'endroit du Ciel où l'on avoit vû en 1668 une Comete sans tête. Elle cessa de paroître le 9 Mars suivant dans les Etoiles du Lièvre, ayant eu un mouvement direct.

Il est très-aisé de voir que le mouvement de cette Comete a dû être direct, mais nous n'avons pas représenté son cours dans la Figure, n'en ayant pas d'Observations assez détaillées.

A la fin d'Avril de l'année 1677, il parut une Comete qui fut observée en divers lieux de l'Europe, & passa au dessous d'Andromede par le triangle vers la tête de Méduse. Elle fut d'abord apperçûë le 25 Avril près de Madrid par le P. Zaragossa, Jésuite, qui détermina sa longitude à 0<sup>d</sup> 36', du Taureau avec une latitude boréale de 19<sup>d</sup> 18'. Elle fut

*Hevel. Mach.  
Calest. p. 602,  
792, &c.*

observée le 27 par Hevelius, qui la trouva le 3 Mai au 14.<sup>me</sup> degré du Taureau, & le 7 Mai à 19 degrés du même Signe, s'étant avancée, depuis le 25 Avril, de 18 degrés de l'Occident vers l'Orient, avec une latitude boréale qui declinoit vers le Midi. Elle étoit fort près de sa conjonction avec le Soleil, & on cessa de la voir le 8 Mai qu'elle fut cachée par les rayons du Soleil.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on

qu'on peut représenter son cours en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, & en lui donnant un mouvement direct suivant la suite des Signes. On pourroit aussi représenter le cours de cette Comete direct, en la supposant au de-là du Soleil dans l'espace compris entre cet Astre & l'Orbe annuel.

Dans la première de ces hypothèses, cette Comete paroît avoir suivi la direction de la route de la Comete qui parut aux mois de Mars & d'Avril 1672, dans laquelle on observa d'abord, de même que dans celle-ci, une latitude boréale qui diminua les jours suivants en s'approchant vers le Midi.

Vers la fin du mois de Novembre de l'année 1680, on apperçut en divers endroits de l'Europe où le Ciel avoit été plus découvert qu'à Paris, une Comete qui se levoit avant le crépuscule du Soleil, & qui après avoir fait son cours dans la Constellation de la Vierge, se cacha dans les rayons du Soleil. On commença à la voir le 20 Novembre à Florence, où on déterminâ son ascension droite de 165 degrés, qui répondent à 13<sup>d</sup> 40" de la Vierge. Elle fut observée à Rome le 27 Novembre par Cellio, qui la jugea égale aux Etoiles de la première grandeur avec une queue de 14 à 15 degrés de longueur. Elle étoit ce jour-là à 8 degrés  $\frac{1}{2}$  de la Balance, avec un demi-degré de latitude boréale fort près de l'Ecliptique qu'elle suivit assez exactement, en déclinant un peu vers le Midi, jusqu'au 7 Décembre qu'elle se trouva à 23<sup>d</sup> 35' du Scorpion, ayant parcouru 45 degrés, suivant la suite des Signes, dans l'espace de 10 jours.

On peut représenter le cours de cette Comete en deux manières différentes. La première, en la supposant fort près de la Terre, & lui donnant un mouvement direct, à peu-près parallèle à l'Orbe annuel. La seconde, en la supposant aussi au dedans de l'Orbe annuel, à une plus grande distance de la Terre, & lui donnant une direction vers le Soleil, de sorte cependant que son mouvement soit suivant la suite des Signes, comme on l'a marqué ici dans la Figure.

Au mois de Décembre de la même année 1680, on

*Mem. 1731.*

T t

### 330 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

*Hist. Calest.*  
2. 104.

apperçût une Comete qui fut observée à Paris, par mon Pere, le 22 de ce mois, près de la tête du Sagittaire. M. Flamsteed avoit déjà vû la queue de cette Comete le 20 & le 21, mais il n'apperçût sa tête que le 22 Décembre, jour auquel il déterminâ sa longitude à  $6^d 33'$  du Capricorne, avec une latitude boréale de  $8^d 26'$ .

Elle étoit le 27, blanche, ronde, & aussi grande à la vûe qu'une Etoile de la 1.<sup>re</sup> grandeur. Étant considérée avec une Lunette de 12 pieds, elle paroissoit semblable à une lueur sombre, & une espece de nuage plus clair au milieu, & plus obscur aux extrémités, & on la voyoit aussi grande que la Lune paroît aux yeux. Sa queue étoit fort large au sortir de la tête, & avoit 48 degrés de longueur. Le mouvement de cette Comete, qui étoit au commencement de deux degrés par jour, augmentoit sensiblement d'un jour à l'autre, de sorte que le 4. Janvier 1681, il fut observé de 4 degrés & demi. A mesure que le mouvement accéléroit, la Comete augmentoit de grandeur apparente, & sa queue se prolongeoit : car, au lieu qu'elle n'avoit le 27 Décembre que 48 degrés de longueur, elle fut observée le 29 Décembre à Paris de 62 degrés; le 30 Décembre, en Angleterre, de 68 degrés, & le 31 de près de 70 degrés de longueur & 2 de largeur. Elle parut même de 90 degrés à Constantinople, où, selon une Relation qui en a été envoyée, elle passoit par Antinoüs, par l'Aigle, coupant l'aîle du Cygne, & se terminoit à la ceinture de Cassiopée.

*Traité de la Com. de 1680,*  
2. 33.

Le mouvement & la grandeur de cette Comete qui avoient augmenté jusqu'au 4. Janvier, diminuèrent dans la suite jusqu'au 18 Mars qu'on cessa de la voir à Paris, sa longitude étant à  $0^d 18' 13''$  des Gemeaux, & sa latitude boréale de  $11^d 46' 15''$ .

Les Observations de cette Comete sont rapportées par mon Pere dans son Livre de la Comete de 1680, par M. Flamsteed dans son Histoire céleste, par le P. Fontenay, Jésuite, & par divers autres Auteurs, dont j'en ai extrait quelques-unes, telles qu'elles sont marquées ici.



Déc.	22 à 4 <sup>h</sup> 56'	♏	6 <sup>d</sup> 33'	Long.	8 <sup>d</sup> 26'	Lat. Bor.
	27 5 40		19 23		16 30	
	31 6 32	≈	5 8		21 46	
Janvier	3 6 12		18 49		25 23	
	8 7 55	♏	13 12		28 10	†
	15 5 51	γ	8 49		26 15	
	20 5 54		20 41		23 44	
Février	4 7 44	♏	9 35		17 56	
	15 6 50		17 0		15 27	
	19		19 7		14 51	
Mars	18 8 23	♏	0 18		11 46	

Ayant examiné la route de cette Comete, on trouve que supposant la révolution de la Terre autour du Soleil, elle a dû nécessairement avoir, conformément à l'apparence, un mouvement direct que l'on peut représenter en deux manières différentes. La première, en supposant qu'elle s'est trouvée au commencement qu'on l'a apperçûe au dedans de l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus éloignée du Soleil que de la Terre, dont elle s'est approchée les jours suivans; qu'elle s'est ensuite éloignée de la Terre, aussi bien que de l'Orbe annuel, en se rapprochant du Soleil jusqu'au 18 Mars qu'on a cessé de la voir.

La seconde manière de représenter le cours de cette Comete, est de la placer, au commencement qu'on l'a apperçûe, beaucoup plus près du Soleil que de la Terre, dont elle s'est approchée les jours suivans, en s'éloignant continuellement du Soleil, ce qui est à peu-près conforme au cours que M. Newton lui attribue dans ses principes de Philosophie. Il prétend même que cette Comete est la même que celle qui avoit cessé de paroître quelques jours auparavant, & qui après avoir passé fort près du Soleil, s'en éloignoit en décrivant une ligne parabolique qu'il représente dans une Figure.

Suivant cette hypothese, cette Comete a suivi l'ordre des Signes, tant en s'approchant du Soleil dans les premières Observations que l'on en a faites, qu'en s'en éloignant dans

les dernières. Ainsi la route qui résulte de la Théorie de M. Newton n'est pas contraire à nôtre hypothese.

Il ne laisse pas d'y avoir quelque difficulté à expliquer comment la Comete du mois de Novembre, dont la latitude étoit, selon lui, le 5 Décembre de  $2^d\ 18'$  australe, & qui alloit en augmentant vers le Midi, a pû reparoitre le 22 du même mois avec une latitude boréale de  $8^d\ 26'$  vers le Nord. Car, suivant cette hypothese, il faut qu'elle ait passé par son Nœud descendant quelques jours avant le 27 Novembre, & que vers le 17 Décembre, elle ait repassé par son Nœud ascendant, n'ayant pas employé un mois dans son passage au dessous du plan de l'Ecliptique.

La route de cette Comete, de la première manière que je l'ai représentée, a beaucoup de rapport avec celle de 1577, avec laquelle mon Pere l'a comparée dans l'hypothese de la Terre immobile; car nous trouvons qu'elles ont été toutes les deux, pendant tout le temps qu'elles ont paru, au dedans de l'Orbe annuel, beaucoup plus près de la Terre que du Soleil. D'ailleurs elles ont eu à peu-près la même latitude boréale, celle de 1577 ayant été observée le 26 Janvier 1578, dans le temps qu'elle a été la plus grande, de  $29^d\ 15'$ , & celle de 1680 & 1681, le 9 Janvier, de  $28^d\ 11'$ , avec une différence seulement d'un degré 4 min. qu'on peut aisément attribuer aux différentes distances de cette Comete à la Terre dans le temps de ces deux Observations.

Le 23 Août de l'année 1682, les PP. Jésuites apperçurent à Orléans, une Comete au dessus de la tête des Gemeaux; elle fut apperçûe à Paris les jours suivants, ayant passé le 23, le 27, le 28 & le 29, de la Constellation des Gemeaux à celle du Lion. Sa tête n'étoit pas si pâle que celle de la Comete précédente; elle paroissoit à la vûe simple, égale à une Etoile de la seconde grandeur, avec une queue qui avoit environ 30 degrés de longueur; mais étant vûe avec une Lunette, elle surpassoit les Etoiles de la première grandeur. M. Flamsteed détermina, le 29 Août, la longitude à  $18^d\ 14'\ 40''$  du Lion, avec une latitude boréale de  $25^d\ 49'$ .

# DES SCIENCES.

333

qui augmenta jusqu'au 31 qu'elle fut observée de 26<sup>d</sup> 18', ensuite de quoi elle diminua. Son mouvement parut alors aussi le plus grand, ayant été observé de 6<sup>d</sup> 52' entre le 31 Août & le 1.<sup>er</sup> Septembre. Cette Comete continua de paroître jusqu'au 19 Septembre qu'elle étoit à 0<sup>d</sup> 44' du Scorpion, avec une latitude boréale de 8<sup>d</sup> 55', ayant parcouru 72 degrés dans l'espace de 29 jours, ainsi qu'on l'a marqué ici.

			Longitude.	Latitude Boréale.
Août	30 à 4 <sup>h</sup> 39' mat.	♍	18 <sup>d</sup> 14' 40"	25 <sup>d</sup> 49' 55"
	31 3 38		24 46 22	26 11 32
	31 8 21 soir.		29 38 2	26 17 37
Sept.	1 8 8	♍	6 30 3	26 7 12
	8 8 20	♍	12 37 49	18 34 5
	11 7 33		20 27 4	15 9 49
	14 7 22		25 40 58	12 19 40
	15 7 32		26 59 24	11 33 51
	18 7 16		29 58 45	9 26 43
	19 7 26	♍	0 44 4	8 54 36

Ayant examiné le cours de cette Comete, on trouve qu'on peut représenter son mouvement en diverses manières. La première, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, & lui attribuant un mouvement direct.

La seconde, en la supposant au de-là du Soleil, mais lui donnant un mouvement beaucoup plus grand que celui de la Terre, auquel cas elle seroit aussi directe.

On peut aussi représenter son mouvement rétrograde en la plaçant entre la Terre & le Soleil, plus près de cet Astre que de la Terre ; mais nous nous sommes contenté de représenter son cours suivant la première manière, dans laquelle la quantité de son mouvement est peu différente de celle de la Terre sur son Orbe annuel.

Le 23 Juillet de l'année 1683, M. Flamsteed observa à Londres une Comete dont la tête étoit à peine plus grande

**334 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE**  
 que les Etoiles de la 4.<sup>me</sup> grandeur, & dont la queue, qui étoit très-foible, avoit 3 ou 4 degrés de longueur.

Il déterminâ le 24 Juillet, à 0<sup>h</sup> 50' après minuit, la longitude à 13<sup>d</sup> 6' 42" de l'Ecreviffe, & la latitude de 29<sup>d</sup> 28' 20" vers le Nord. Elle fut observée le 25 Juillet à 11<sup>h</sup> 10' du soir à 11<sup>d</sup> 39' 42" du même Signe, avec une latitude boréale de 29<sup>d</sup> 34' 50", de sorte que dans l'espace d'un jour 10<sup>h</sup> 20' son mouvement a été d'un degré 27 minutes en longitude contre la suite des Signes, & de 6' 30" en latitude. On continua d'observer cette Comete jusqu'au 5 Septembre qu'elle étoit à 24<sup>d</sup> 44' du Bélier avec une latitude australe de 16<sup>d</sup> 38' 20", ayant parcouru dans l'espace de 44 jours, depuis le 23 Juillet jusqu'au 5 Septembre, 78 degrés contre la suite des Signes, avec un mouvement accéléré qui, au commencement de son apparition, n'étoit que de 45 minutes par jour, & qui sur la fin fut observé de plus de 4 degrés, comme on le peut voir par les Observations que l'on en a ici rapportées.

Juillet	24	à	0 <sup>h</sup> 50' mat.	♊	13 <sup>d</sup> 6' 42"	Long.	29 <sup>d</sup> 28' 20"	Lat. Bor.
	25		11 10 soir.		11 39 43		29 34 50	
	27		10 15		10 8 40		29 34 0	
Août	3		1 35		5 11 30		28 50 28	
	13		2 52	♈	25 28 46		25 17 28	
	19		10 23		16 5 55		20 6 10	
	27		3 9		0 41 53		9 34 13	
	29		3 44	♉	24 49 5		5 9 11	
Sept.	2		2 45		11 7 12		5 16 50	Lat. Austr.
	6		4 4	♊	24 44 0		16 38 20	

Quoique le mouvement de cette Comete ait paru rétrograde pendant tout le temps qu'on l'a observée, on représente fort bien son cours suivant la suite des Signes, en supposant qu'elle étoit d'abord entre le Soleil & la Terre, mais plus près de la Terre que du Soleil, qu'elle a traversé l'Orbe annuel le 25 d'Août au 7.<sup>me</sup> degré des Poissons, qu'elle a coupé l'Ecliptique le 3<sup>e</sup> du même mois au 13.<sup>me</sup> degré des

Poïssons, & qu'elle s'est trouvée à la fin de son apparition au de-là de cet orbe, ainsi, qu'on l'a marqué dans la Figure.

Le 6 Septembre de l'année 1686 à 4<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  du matin, on apperçut près de Leipsik une Comete un peu avant le commencement du jour, que M. Kirkius observa le 8 à 4<sup>h</sup> du matin dans le Signe du Lion. Elle étoit à peu-près égale à une Étoile de la première grandeur, d'une couleur blanche, avec une queue d'environ 3 degrés. Elle étoit, autant qu'on pouvoit le conjecturer à la vûe simple, dans une ligne droite qui passoit par l'extrémité de la queue de la grande Ourse & la luisante dans le dos du Lion appelée  $\Delta$  par Bayer, dont elle étoit éloignée autant que les Étoiles  $\gamma$  &  $\pi$  qui sont au dessus du cœur du Lion le sont entre elles, ce qui donne sa longitude à 9 degrés de la Vierge, & sa latitude de 10 degrés vers le Nord.

*Acta Erud.*  
1686. page  
565.

Le 7 Septembre, elle paroïssoit avoir fait un degré & demi, suivant la suite des Signes.

Le 8 Septembre, M. Kirkius l'observa dans le Signe du Lion, & détermina sa situation par rapport à diverses Étoiles fixes.

On continua de la voir jusqu'au 12 Novembre, & elle cessa ensuite de paroître, à cause de la lumière du jour.

Les Observations de cette Comete ne sont pas assez circonstanciées, ni en assez grand nombre, pour pouvoir essayer de déterminer son cours qui a été direct en apparence.

Le 8 Décembre de l'année 1689, les PP. Jésuites observèrent à Pondichery & à Malaga, une Comete dont la queue occupoit 35 degrés d'un grand cercle, nonobstant la clarté de la Lune qui la diminuoit de beaucoup, car elle paroïssoit quelquefois de 60 degrés.

*Observ. Phys.*  
& *Meteor.*

Le 10, on l'observa dans la gueule du Lion, presque à la racine de sa langue, étant environ à 29<sup>d</sup> du Scorpion, avec une latitude australe de 13 degrés.

Le 14, elle étoit près de l'Étoile  $\nu$  dans l'épaule du Loup.

Les 15, 16, 17, 18 & 19, elle continua à suivre une ligne droite sur le dos du Loup, vers l'Étoile de la 1.<sup>re</sup>

grandeur, qui est au pied du Centaure, & on continua de la voir jusqu'au 23 Décembre qu'elle étoit presque à la partie boréale & occidentale du pied du Centaure, la plus grande vitesse de son mouvement ayant été du 14 au 15 Décembre où elle étoit d'un peu plus de 3 degrés.

Cette Comete alloit du Nord au Sud, sur une ligne qui étoit dirigée à très-peu-près au Pole méridional de l'Ecliptique. Elle ne put pas être observée à Paris, parce qu'au commencement qu'on l'a apperçûe, elle se trouvoit fort près du Soleil, & n'étoit élevée que de 8 à 9 degrés sur l'horison; dont elle s'est approchée de plus en plus les jours suivans, s'étant trouvée au dessous dans le temps qu'on a cessé de la voir.

En examinant le mouvement de cette Comete, par rapport à celui de la Terre, on trouve qu'on peut représenter son cours en deux manières. La première, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, & lui donnant un mouvement direct de l'Occident vers l'Orient, à peu-près égal à celui de la Terre. La seconde, en la plaçant au de-là du Soleil, auquel cas elle a été rétrograde.

Comme cette Comete a été assés exactement du Nord au Sud, sans changer sensiblement de longitude, il résulte que son mouvement, dans les différentes Observations que l'on en a faites, a été compris entre des paralleles tirées de la Terre, au 29.<sup>me</sup> degré du Sagittaire.

Le 2 Septembre de l'année 1698, M. de la Hire apperçût à Paris, dans la Constellation de Cassiopée, une Comete près de l'Etoile  $\alpha$  qui est dans la Chaire, entre cette Etoile & l'Etoile  $\beta$ . Elle étoit le 4 dans l'épaule de Céphée, où elle parut le double plus grande que la première fois, égale à une Etoile de la 4.<sup>me</sup> grandeur, avec une queue fort petite.

Mon Pere déterminâ ce jour-là sa situation parmi les Etoiles fixes, & il continua de l'observer jusqu'au 28 du même mois.

Elle étoit, suivant les Observations de M. de la Hire, le 2 Septembre, au 8.<sup>me</sup> degré du Taureau, avec une latitude septentrionale

septentrionale de  $52^{\text{d}} 0'$ , le 6, à  $8^{\text{h}}$  du soir, au  $16^{\text{me}}$  degré des Poissons, avec une latitude de 76 degrés, & le 7 à la même heure, à 7 degrés du Verseau, avec la même latitude que le jour précédent, ayant parcouru 39 degrés en longitude contre l'ordre des Signes.

Elle continua de paroître rétrograde les jours suivants, comme on l'a marqué ici, en diminuant de latitude jusqu'au 28 Septembre, qu'on l'observa à 27 degrés du Scorpion, avec une latitude boréale de  $9^{\text{d}} 30'$ , ayant parcouru dans l'espace de 26 jours, cinq Signes & 11 degrés de l'Orient vers l'Occident.

Septembre			$8^{\text{d}}$	Longit.	$52^{\text{d}}$	$0'$	Latit. Boréale.
2	♈				64	7	
4	♈		15		72		
5			5		76		
6	♏		16		76		
7	♏		7		62		
9	♏		23		49		
11			11		29	30	
15			3		13	30	
24	♏		29		9	30	
28			27				

Ayant examiné le cours de cette Comete, on trouve qu'elle étoit, dans les premières Observations, hors de l'Orbe de la Terre, dont elle s'est approchée les jours suivants, qu'elle a traversé cet Orbe le 9 Septembre, en s'approchant du Soleil, & que son cours, rétrograde en apparence, étoit réellement direct, suivant la suite des Signes, de la manière qu'on l'a représenté dans la Figure. On peut même, par le moyen des lignes tirées de la Terre à la Comete le 6 & le 7 Septembre, connoître sa distance & sa situation, par rapport à la Terre & au Soleil, avec assez d'exactitude, puisqu'elle a dû se trouver entre l'Orbe annuel & le concours de ces deux lignes, qui sont des limites extrêmement resserrées.

Mon Pere, dans l'hypothese de l'immobilité de la Terre;

Mem. 1731.

Vu

# 338 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

a comparé cette Comete à celle de 1652, parce qu'elles ont décrit toutes les deux la même route parmi les Etoiles fixes, & nous trouvons aussi, en supposant le mouvement de la Terre, que quoique ces deux Cometes ayent paru dans une saison de l'année différente, ce peut être la même qui a traversé l'Orbe annuel en 1698, vers le 15.<sup>me</sup> degré des Poissons, & qui y avoit passé en 1652, vers le 25.<sup>me</sup> degré des Gemeaux, comme je l'ai représenté dans cette Figure, où l'on voit que continuant la route de la Comete de 1698, elle concourt assés exactement avec celle de 1652.

La plus grande difficulté seroit par rapport aux Nœuds; la Comete de 1652 s'étant trouvée dans son Nœud ascendant, au commencement du Signe de l'Ecrevisse, éloigné de trois Signes du Nœud descendant de la Comete de 1698, qui a dû traverser l'Ecliptique au commencement d'Aries; de sorte que si c'est la même Comete, il faut attribüer à ses Nœuds un mouvement de trois Signes ou 90 degrés dans l'espace de 46 ans.

*Mem. de  
l'Ac. 1701.  
p. 48.*

Le 19 Février de l'année 1699, M. Maraldi apperçût à Paris une Comete en forme d'une Etoile nébuleuse de la 3.<sup>me</sup> grandeur. Elle étoit presque en ligne droite entre le Pole & quatre petites Etoiles qui sont entre la chaire de Cassiopée, & la tête de la grande Ourse. La direction de son cours étoit du Nord vers le Midi, avec un mouvement en longitude de l'Occident vers l'Orient, suivant la suite des Signes.

On trouva le 19 Février, à 9<sup>h</sup> 45' du soir, la longitude à 13 degrés des Gemeaux, & la latitude septentrionale de 41 degrés.

Elle étoit le 20, à 8<sup>h</sup> du soir, à 17<sup>d</sup> 37' des Gemeaux, avec une latitude septentrionale de 32<sup>d</sup> 10'.

Le 23, à 7<sup>h</sup> 30', à 19<sup>d</sup> 58' des Gemeaux, avec une latitude septentrionale de 11<sup>d</sup> 50'.

Le 24, à 6<sup>h</sup> 44', à 21<sup>d</sup> 11' de  $\Pi$ , avec une latitude boréale de 6<sup>d</sup> 37'.

Le 26, à 7<sup>h</sup> 50', à 22<sup>d</sup> 45' de  $\Pi$ , avec une latitude australe de 0<sup>d</sup> 45'.



Le 28, à  $7^h 10'$ , à  $23^d 50'$  de H, avec une latitude australe de  $5^d 25'$ .

Le 1.<sup>er</sup> Mars, à  $9^h 10'$ , à  $24^d 10'$  de H, avec une latitude australe de  $7^d 30'$ .

Et le 2 Mars, à  $7^h 30'$ , à  $24^d 35'$  de H, avec une latitude australe de  $9^d 15'$ .

Enfin le 6 Mars, on ne pût plus l'appercevoir à la vûë simple, & on la trouva, avec une Lunette, proche des Étoiles qui sont dans l'épaule orientale d'Orion.

Suivant ces Observations, le mouvement de cette Comete a été dans l'intervalle de 11 jours, depuis le 19 Février jusqu'au 2 Mars, de  $11^d 35'$  en longitude, suivant la suite des Signés, & de  $50^d 15'$  en latitude du Nord vers le Midi.

Cette Comete fut observée à Pekin, le 17 Février, par le P. Fontenay, Jésuite, qui l'apperçut près de l'Étoile du genou droit de Céphée, appelée  $\gamma$  par Bayer, & qui détermina sa situation jusqu'au 26 du même mois. Elle lui parut le 17 Février de la 2.<sup>de</sup> grandeur, le 23 de la 3.<sup>me</sup> grandeur, le 25 de la 4.<sup>me</sup>, & le 26 de la 6.<sup>me</sup>, suivant la même route que celle que l'on avoit déterminée à l'Observatoire de Paris.

Ayant tiré des lignes du lieu de la Terre à celui de la Comete, dans les différentes Observations que l'on en a faites, l'on trouve qu'elle a été réellement directe, conformément à l'apparence, & que pendant tout le temps qu'on l'a apperçûë, elle a été hors de l'Orbe annuel, dont elle n'étoit pas fort éloignée au commencement de son apparition, ce qu'il est nécessaire de supposer pour représenter la quantité de son mouvement à l'égard du Soleil, qui n'a pas dû excéder celui de la Terre.

Le 20 Avril 1702, M. Bianchini apperçût à Rome, proche des Étoiles de la Fleche, une Comete sans queue, semblable à une Étoile nébuleuse, mais plus claire que celle de l'Ecrevisse, dont il détermina la longitude à 25 degrés du Capricorne, avec une latitude boréale de  $43^d 0'$ . Elle étoit le 21 Avril, à  $11^h \frac{1}{2}$  du soir, à  $10^d 21'$  du Capricorne,

V u ij

*Memoires de  
l'Acad. 1702,  
page 121.*

# 340 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

avec une latitude boréale de  $40^{\text{d}} 31'$ , ayant parcouru dans l'espace d'un jour,  $15$  degrés ou environ en longitude, contre la suite des Signes, &  $2$  degrés  $\frac{1}{2}$  en latitude du Nord vers le Sud.

Elle fut observée ce jour-là à Berlin, où on la trouva à  $3$  heures après minuit, à  $23$  degrés du Sagittaire.

Elle étoit à Rome le  $23$  à  $11^{\text{h}} 7'$  du soir, à  $17^{\text{d}} 16'$  du Sagittaire, avec une latitude boréale de  $32^{\text{d}} 30'$ ,

Elle fut observée à Paris, par M. de la Hire, le  $24$  vers les deux Étoiles de l'épaule droite du Serpentaire.

Elle étoit à Rome le  $26$ , à  $1^{\text{d}} 41'$  de  $\rightarrow$ , avec une latitude de  $23^{\text{d}} 10'$ , & on continua de l'observer les jours suivants, après lesquels on cessa de la voir à cause de la clarté de la Lune. Elle étoit le  $4$  Mai, à  $10^{\text{h}} 15'$  du soir, à  $19^{\text{d}} 56'$  du  $\rightarrow$ , avec une latitude boréale de  $16^{\text{d}} 41'$ , de sorte qu'elle avoit parcouru dans l'espace de  $14$  jours  $65^{\text{d}}$  en longitude, contre l'ordre des Signes, &  $26^{\text{d}} 20'$  en latitude du Nord vers le Sud.

Ayant examiné le mouvement de cette Comète, par rapport à la Terre, on trouve que l'on peut représenter facilement son cours direct, en la plaçant le  $20$  Avril  $1702$ , jour de la première Observation, un peu au de-là de l'Orbe annuel, dont elle s'est éloignée les jours suivants jusqu'au temps qu'elle a cessé de paroître.

Le  $18$  Mars de l'année  $1706$ , on apperçût à Paris, près de la Couronne septentrionale, une Comète en forme d'une Étoile nébuleuse, semblable à celle qui est dans la ceinture d'Andromède; sa longitude fut déterminée ce jour-là, à minuit, à  $11^{\text{d}} 48' 0''$  du Scorpion, & sa latitude boréale de  $54^{\text{d}} 8' 40''$ .

Le  $24$ , à  $11^{\text{h}} 10'$ , sa longitude étoit à  $16^{\text{d}} 0'$  de la Balance, & sa latitude boréale de  $40^{\text{d}} 9' 25''$ , ayant parcouru en  $6$  jours  $25^{\text{d}} 48' 0''$  en longitude contre la suite des Signes, &  $14^{\text{d}}$  en latitude du Nord vers le Sud.

Le  $31$ , à  $8^{\text{h}} 40'$ , sa longitude étoit à  $3^{\text{d}} 24' 10''$  de la Balance, & sa latitude boréale de  $22^{\text{d}} 41'$ .

On continua de voir cette Comete jusqu'au 16 d'Avril, avec la Lunette, mais on ne pût déterminer exactement sa situation que jusqu'au 13 du même mois que l'on trouva sa longitude, à  $9^h 30'$  du soir, à  $23^d 22' 32''$  de la Vierge, & sa latitude boréale de  $5^d 25' 42''$ , ayant eu dans l'intervalle de 26 jours, depuis le 18 Mars jusqu'au 13 Avril, un mouvement de  $48^d 26'$  en longitude contre la suite des Signes, & de  $48^d 46'$  en latitude du Nord vers le Sud.

En examinant le cours de cette Comete, on trouve qu'elle étoit le 18 Mars, jour auquel on a commencé à l'appercevoir, au de-là de l'Orbe annuel, & qu'elle a été le 28 du même mois, dans son opposition avec le Soleil, qui est le temps auquel les Planètes supérieures paroissent rétrogrades.

Si l'on tire des rayons du lieu de la Terre au lieu de cette Comete, dans les Observations du 18 & du 24 Mars, on voit que l'intersection de ces lignes n'est éloignée que d'environ la 6.<sup>me</sup> partie de la distance de la Terre au Soleil, d'où il suit que le lieu de la Comete, réduit à l'Ecliptique, qui a dû se rencontrer en de-çà de cette intersection, étoit alors fort peu éloigné de la Terre; & qu'ainsi on peut représenter parfaitement son cours, en la plaçant d'abord assés près de la Terre, dont elle s'est écartée, de même que du Soleil, les jours suivans, jusqu'à ce qu'elle ait cessé entièrement de paroître.

Le 28 Novembre de l'année 1707, à  $7^h 30'$  du soir, M. Maraldi découvrit à l'Observatoire, près de plusieurs petites Étoiles qui sont entre la Constellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne, une Comete que l'on appercevoit à la vûe simple, comme une Étoile de la 2.<sup>de</sup> grandeur, & qui, étant vûe avec une Lunette de 12 pieds, paroissoit assés claire & grande, mais mal terminée & environnée d'une nébulosité, sans aucune apparence de queue.

On détermina ce jour-là & les suivans, jusqu'au 25 Décembre, sa situation, ainsi qu'on l'a marquée ici, où l'on voit qu'elle avoit une direction à peu-près du Sud vers le Nord, avec un mouvement fort lent, en longitude, qui a

Vu. iij

*Memoir. de  
l'Ac. 1707.  
p. 558.*

# 342 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

été d'abord direct jusqu'au 15 Décembre, & que l'on a trouvé ensuite rétrograde jusqu'au temps qu'on a cessé de l'appercevoir.

Elle parut le 5 Décembre, avec une Lunette de 17 pieds; à peu-près grande comme le disque de Jupiter, vû par la même Lunette, assés claire vers le milieu, mais mal terminée.

Elle étoit le 17 Décembre, à la vûë simple, comme une Etoile de la 6.<sup>me</sup> grandeur, mais par les Lunettes on la voyoit assés grande & claire, & on continua de la voir assés bien jusqu'au 5 Décembre nonobstant la clarté de la Lune.

Nov. 28	à 7 <sup>h</sup> 30'	≈ 6 <sup>d</sup> 15'	0" Long.	14 <sup>d</sup> 30'	0" Lat. Bor.
29	8 8	6 48	0	18 53	40
30	8 13	7 8	30	22 29	0
Dec. 3	7 21	7 52	30	30 12	0
10	6 0	8 33	40	39 36	0
15	7 20	8 28	0	42 57	40
17	6 30	8 23	0	43 57	50
21	6 30	7 59	20	45 46	40 Douteux.
22	8 0	7 56	0	45 40	30
25	7 25	7 37	40	46 34	10

En examinant le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on peut le représenter en deux manières. La première, en le supposant direct, & plaçant la Comete en deçà de l'Orbe annuel, de manière qu'elle ait suivi à peu-près le mouvement de la Terre en s'approchant du Soleil. La seconde, en supposant son mouvement rétrograde, & la plaçant de manière qu'elle se soit trouvée au de-là du Soleil dans le temps de la conjonction.

*Mém. de l'Ac.  
1723 p. 250,  
& 1724.  
p. 365.*

Le 18 Octobre de l'année 1723 M. Maraldi apperçut près de trois petites Etoiles qui sont dans l'épaule du Capricorne, une Comete qui paroissoit à la vûë simple comme une Etoile nébuleuse. L'ayant regardée avec une Lunette de 16 pieds, on voyoit au milieu une lumière blancheâtre & assés claire, dont le diametre étoit fort petit, mais elle avoit autour une grande chevelure, dont l'éclat & la densité alloient

jusqu'aux bords qui étoient mal terminés.

Elle étoit ce jour-là à  $7^h 21'$  à  $9^d 34' 50''$  du Verseau avec une latitude méridionale de  $3^d 54'$ , & on détermina sa situation les jours suivans jusqu'au 5 Novembre qu'elle fut observée à  $3^d 47' 0''$  avec une latitude septentrionale de  $21^d 13'$ , ayant eu pendant l'intervalle de 18 jours un mouvement en longitude rétrograde de  $5^d 47' 50''$ , & en latitude de  $25^d 7'$  vers le Nord, ainsi qu'on l'a marqué ici.

Octob. 18 à $7^h 21'$	$\approx 9^d 34' 50''$	Long. $3^d 54' 0''$	Latit. Austr.
19 7 27	8 19 0	1 11 30	Latit. Bor.
21 6 46	6 44 10	7 47 40	
22 6 37	6 9 25	10 1 15	
23 6 30	5 42 30	11 48 30	
26 6 30	4 50 20	15 42 10	
27 6 52	4 37 30	16 34 50	
28 8 39	4 28 40	17 24 0	
29 7 2	4 21 50	18 6 30	
Nov. 1 8 15	4 5 10	19 44 20	
2 7 39	4 0 50	20 12 10	
4 7 22	3 51 0	20 54 50	
5 6 27	3 47 0	21 13 0	

Cette Comète fut aperçûe à Cayenne dès le 15 du mois d'Octobre par le P. Croizat, Jésuite, qui la trouva à  $7^h$  du soir semblable à une Étoile de la 3.<sup>me</sup> grandeur avec une queue tournée à l'Est d'environ 7 degrés de longueur. Elle étoit alors au milieu de la Constellation de la Grue, le 16 un peu au dessus de la tête de cette Constellation, & le 18 dans le Capricorne, ayant parcouru depuis le 15 jusqu'au 18 environ  $41$  degrés du Sud vers le Nord en tirant vers l'Ouest.

Elle fut observée le 17 à Rome par M. Bianchini, qui détermina sa longitude à  $11^d 54'$  du Verseau, & sa latitude méridionale de  $11^d 10'$ .

Cette Comète a été aussi observée en Angleterre par M. Bradley, depuis le 20 Octobre jusqu'au 18 Décembre qu'elle étoit à  $8^d 4' 15''$  du Verseau, ayant eu depuis le 20 Octobre

344 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 jusqu'au 9 Novembre, un mouvement rétrograde de 3<sup>d</sup> 26',  
 & depuis le 9 Novembre jusqu'au temps qu'elle a cessé de  
 paroître, un mouvement en longitude d'environ 4 degrés  
 suivant la suite des Signes.

		Longitude.	Latitude Boréale.
Octob.	20 à 8 <sup>h</sup> 5'	≈ 7 <sup>d</sup> 22' 15"	5 <sup>d</sup> 2' 0"
	21 6 21	6 41 12	7 44 13
	23 7 22	5 39 58	11 55 0
	25 8 57	4 59 49	14 43 50
	26 6 35	4 47 41	15 40 51
Nov.	1 6 22	4 2 32	19 41 49
	2 6 24	3 59 2	20 8 12
	4 8 2	3 55 29	20 55 18
	9 8 56	3 56 17	22 20 27
	10 6 20	3 58 9	22 32 28
	16 5 53	4 16 50	23 38 33
	19 7 6	4 29 36	24 4 30
	25 6 20	5 2 16	24 48 46
Dec.	1 7 45	5 42 20	25 24 45
	18 6 43	8 4 13	26 54 18

En examinant le mouvement de cette Comete, on trouve  
 qu'on peut représenter son cours en deux manières.

La première, avec un mouvement direct, en la plaçant  
 d'abord au de-là de l'Orbe annuel qu'elle a dû traverser le  
 25 Octobre, en s'approchant du Soleil, jusqu'au 18 Décem-  
 bre qu'elle a cessé de paroître.

La seconde manière de représenter le cours de cette  
 Comete, est de la placer aussi au de-là de l'Orbe annuel,  
 mais à une plus grande distance, & lui donnant un mouve-  
 ment réel rétrograde, suivant lequel elle s'est éloignée en  
 même temps du Soleil & de la Terre.

M. Maraldi a comparé cette Comete avec celle de 1707,  
 & nous avons trouvé aussi que ces deux Cometes avoient  
 beaucoup de rapport entr'elles, ayant suivi à peu-près la même  
 route, avec une latitude qui les portoit du Sud vers le Nord.

La

La Comete de 1707 ne fut apperçûë que le 29 Novembre, ayant une latitude boréale de  $18^d 54'$ , & elle a passé par l'Ecliptique le 26 Novembre, le Soleil étant à 4 degrés du Sagittaire, & son Nœud ascendant à 2 degrés des Gemeaux. Dans la Comete de 1723, son passage par l'Ecliptique arriva entre le 18 & le 19 Octobre, le Soleil étant à 26 degrés de la Balance; d'où l'on tire son Nœud ascendant à 24 degrés du Bélier. Ainsi le mouvement de cette Comete, supposé que ce fût la même, a été d'environ 38 degrés dans l'espace de 16 années. A l'égard de la latitude de la Comete de 1707, qui a été observée de  $46^d 31'$  beaucoup plus grande que celle de 1723, on peut aisément l'attribuer aux différentes distances de ces deux Cometes à la Terre, qui ont dû augmenter leur latitude apparente dans la proportion inverse de ces distances.

Cette Comete a été suivie de celle qui a paru depuis le 31 Juillet 1729 jusqu'au 23 Janvier 1730, que nous avons démontré être directe, quoiqu'elle ait paru rétrograde pendant les premiers mois qu'on l'a apperçûë, & dont nous avons donné le détail dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1730.

Par l'examen que nous venons de faire de toutes les Cometes, dont nous avons pû recueillir les Observations depuis celle de 1472, nous avons trouvé qu'il y en a eu trente-neuf, dont vingt ont paru avoir un mouvement direct, & les dix-neuf autres un mouvement rétrograde.

Quoique nôtre dessein principal n'ait été que d'examiner si l'on pouvoit attribuer un mouvement direct à celles qui ont paru rétrogrades, nous n'avons pas laissé de représenter le cours de celles qui ont paru directes, afin d'être assuré que leur mouvement véritable étoit conforme à l'apparent.

A l'égard des Cometes qui ont paru rétrogrades, nous avons fait voir qu'il s'en est trouvé plusieurs qui étoient réellement directes; que dans d'autres, on représentoit leur cours & leurs diverses apparences, comme d'augmentation ou de diminution de grandeur & de clarté, avec plus de facilité

346 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

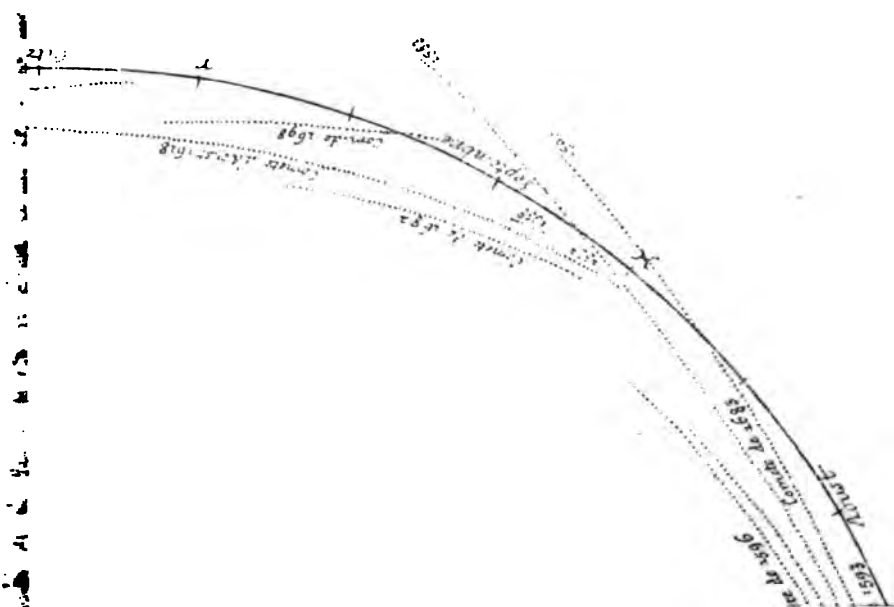
& de vrai-semblance, en les supposant directes, & qu'enfin il s'en est trouvé quelques-unes que l'on pouvoit représenter également bien, directes ou rétrogrades.

Ainsi il demeure pour constant que toutes les Comètes que nous avons rapportées, depuis l'année 1472 jusqu'à présent, ont pû avoir un mouvement réellement direct. D'où l'on peut conclure, avec bien de la vrai-semblance, que, conformément au Système des Tourbillons, les Comètes, de même que les Planètes & leurs Satellites, ont toutes un mouvement réel de l'Occident vers l'Orient autour du foyer de leurs révolutions, & que cette direction de mouvement est une règle invariable de la Nature.

Nous finirons ce Mémoire, en faisant remarquer que dans la Figure où l'on a représenté le cours de toutes ces Comètes, on en voit un grand nombre qui ont paru suivre à peu-près la même route, à l'égard du Soleil, & qu'en attribuant quelque mouvement à leurs Nœuds, & à leur Aphélie ou Périhélie, on pourroit les réduire toutes à un petit nombre qui sont revenues après un certain temps. Il est vrai qu'il ne se trouve pas toujours un intervalle égal entre les Périodes des révolutions de celles qui paroissent être les mêmes, mais comme la plupart de ces Comètes ne sont apperçûes que lorsqu'elles s'approchent de l'Orbe annuel dans l'endroit où la Terre se trouve sur cet Orbe, il est impossible qu'on les découvre toutes les fois qu'elles se trouvent dans la même situation avec le Soleil, à moins que leurs révolutions ne soient égales à celles de la Terre, ou ne la comprennent un certain nombre de fois, ce qui ne peut arriver que rarement.







1

2

3

## RECHERCHE DU SEL D'EPSOM.

Par M. BOULDU.

VERS la fin du Siècle dernier, Nehemias Grew, célèbre Médecin Anglois, fit connoître au Public un *Sel amer*, tiré d'une Source d'Eau minérale, qui se trouve dans un Village peu éloigné de Londres, que l'on nomme *Epsom*; il y joignit un détail de la manière de le retirer, qui demandoit à en séparer un Sel muriatique, autrement dit Sel commun, avec les propriétés, tant Physiques, que Médicinales, qu'il avoit apperçûes dans ce Sel, & que je ne rapporte pas présentement, étant fort connûes; ce qui ensemble forme un petit Traité Latin, qui eut bien du succès, & est encore fort estimé.

14 Novemb.  
1731.

Les bons effets de ce Sel, vantés par un Auteur de grande réputation, firent souhaiter à tout le monde d'en avoir, ce qui se trouvoit fort difficile, parce que la Source n'en fournissoit que peu; cependant quelques années après, on vit se répandre dans tous les Pays de l'Europe, assés communément ce *Sel amer*, sous le nom de celui d'*Epsom*, ou de *M. Grew*, & la nouveauté faisant naître l'envie d'en user; le fit acheter bien cher: mais insensiblement ce Sel est devenu extrêmement commun, par l'abondance qu'on en a eüe par-tout; & par une suite naturelle, il s'est débité, & se débite encore à un prix très-modique.

Ces deux circonstances, sçavoir, la grande quantité de ce Sel qu'on voyoit en tout Pays, & le bas prix où il étoit tombé, n'ont pas manqué de faire bien-tôt penser aux connoisseurs qu'il étoit faux, & contrefait par des Artistes, & on jugeoit avec assés de fondement, que quand même toute la Source d'*Epsom* seroit du Sel, sans la moindre participation d'eau, elle ne seroit pas suffisante pour en fournir une si grande quantité, à tant de différents Pays.

X x ij

Sur ce fondement, les curieux cherchèrent à découvrir les moyens de l'imiter, mais les sentiments ont été extrêmement partagés, & l'on a vû jusqu'à dix-huit différents Mémoires sur ce sujet, imprimés avant que feu mon Pere y eut travaillé, & il n'a pas été le dernier, puisque depuis lui, nous en avons encore eu deux ou trois, qui sont aussi imprimés.

Quelques-uns ont soutenu que ce Sel n'étoit que du Sel marin, dissous & cristallisé de nouveau plusieurs fois; d'autres, qu'il se faisoit avec l'Huile de Vitriol & le Sel marin, ou la saumure; d'autres, avec le Vitriol en substance, ou une Terre ou Minière vitriolique, & le Sel commun ou la saumure; & plusieurs enfin sont tombés sur la saumure & l'Alun, & ont crû y trouver une grande conformité, parce que le Sel d'Epsom, vrai ou contrefait, se gonfle & se boursouffle sur une pelle rougie, ou sur un charbon allumé, comme fait l'Alun.

Ces différentes opinions n'étoient pourtant pas soutenables, quelques-unes par rapport à elles-mêmes, & d'autres en comparant les deux conditions alléguées; sçavoir, *la quantité de ce Sel, & la modicité du prix.*

Quant au Sel commun seul, qu'on le dissolve & recristallise de nouveau, tant de fois qu'on voudra, il ne donnera point de Sel amer; l'essentiel du Sel commun ne change point, & c'est une idée absolument fautive.

Pour les matières vitrioliques mêlées avec le Sel commun, ou la saumure, on en tirera, à la vérité, un Sel amer; mais avec quelle peine? soit qu'on employe la distillation ou la calcination? & combien ne faudra-t-il pas de différents vaisseaux? c'est ce qui ne pourra jamais s'accorder avec le prix médiocre.

A l'égard de l'Alun employé avec le Sel commun, on en peut effectivement faire un Sel amer, mais la dépense passera toujours de beaucoup le prix modique où il est tombé, par le travail & l'appareil, dont cette préparation aura besoin.

Pour ce qui regarde l'opération que feu mon Pere a faite, pour imiter le Sel d'Epsom, en versant sur la dissolution de

L'Alun, la liqueur du Sel de Tartre, il en faisoit un Sel qu'il a déclaré être tout-à-fait semblable au Sel d'Epsom, mais il a manqué à tous égards ; son Sel étant un Tartre vitriolé, combiné de l'Acide vitriolique contenu dans l'Alun, & du Sel alkali de Tartre, il n'auroit pû se dissoudre dans un poids égal d'eau, comme doit faire le Sel d'Epsom, on n'auroit pû en faire qu'une petite quantité à la fois, & il auroit toujours coûté beaucoup, sans parler de la différence de sa cristallisation. Mon Pere reconnut même son erreur quelque temps après, & si Dieu lui avoit conservé des jours, comme il étoit de bonne foi, & qu'il aimoit la vérité, il se seroit fait honneur de déclarer hautement sa méprise. En matière de Physique, il est facile de tomber dans l'erreur, mais il n'est pas également facile de la reconnoître, & d'en sortir.

J'épargne M.<sup>rs</sup> Slare & Mendes, qui dérivent ce Sel amer, d'un Sel fossile, que les Anglois même nient absolument.

Je passe aussi sous silence, d'autres opinions qui n'ont pû remplir les deux conditions; sçavoir, la quantité de ce Sel, que l'on doit faire à la fois, & par conséquent son peu de valeur ; & je suis persuadé, que la plupart des Auteurs qui ont communiqué là-dessus leurs idées en sont revenus, quand ils ont comparé les matières qu'il auroit fallu employer, le temps, les vaisseaux, les ouvriers, & tout le reste de l'attirail, que leurs procédés demandoient, avec le peu de produit.

Il me paroît donc, que l'on a ignoré jusqu'ici, de quel sujet, & par quel Art on tire le *Sel d'Epsom*, & il est aisé de juger, que supposé, que pour y parvenir, il eût été besoin d'un appareil considérable, on eût bien-tôt dévoilé le mystère, & de plus on auroit lieu de s'étonner que l'Angleterre & la Hollande fussent seules en possession d'en fournir. Il se passe souvent bien du temps, avant qu'on puisse pénétrer les choses que l'on prend soin de cacher, ou que la Nature en quelque façon nous cache, mais un heureux hazard, suivi de quelques réflexions, les développe.

Il y a déjà plusieurs années, qu'étant à la Campagne chés

M. Grosse mon ami, qui avoit obtenu, par le moyen de M. le Gouverneur de Salins, quelques bouteilles de ces eaux qui restent, après la cuite du Sel, dans la chaudière; nous les examinâmes ensemble, & nous trouvâmes au fond de ces bouteilles, un dépôt de Sel, dont les cristaux n'étoient point cubiques, mais longs, & différents du Sel commun, ce qui nous surprit tous les deux. J'en emportai deux bouteilles pour les examiner à loisir. L'eau étoit jaune, d'un goût picquant comme du Sel ordinaire, mêlé pourtant de quelque amertume; & la portion de Sel, qui occupoit le fond de ces bouteilles, étoit très-amère, il se fendoit aisément dans l'eau froide, il bouillonna & se boursouffloit sur une pelle rougie, sans crépiter, il conservoit son amertume après la calcination; l'Huile de Chaux versée sur sa dissolution, y formoit des cristaux fermes & durs, & l'Huile de Vitriol n'excitoit qu'une légère effervescence avec lui, sans pourtant le dissoudre entièrement.

Toutes ces circonstances comparées avec le Sel d'Epſom, ayant une grande conformité entre elles, je formai dès-lors le dessein d'examiner un jour plus attentivement les Eaux salées du Royaume, dans leurs différents états où je sçavois qu'elles se trouvent. Mais ce dessein n'auroit pû s'exécuter, vû la difficulté d'en obtenir, s'il n'avoit été secondé par M. Fagon, qui saisissant avec empressement toutes les occasions de favoriser ce qui peut être utile au Public, vertu qu'il a héritée de feu M. son Pere, a bien voulu se donner tous les soins pour m'en procurer de tous les endroits où l'on fabrique du Sel marin.

J'ai donc eu de l'eau de la Mer, prise à la rade de Dieppe, & de plus, de cette eau qui reste après la cuite du Sel, à Isigny & à Touques en Normandie, que les ouvriers appellent *Boitrons* ou *Egoutes*; j'en ai eu aussi de deux Salines, qui sont à Moyenvik & à Salins, tant des naturelles, & comme elles sortent des Sources, que de celles qui restent après la cuite du Sel dans les chaudières, & de plus, les *égoutes* qu'on a recueillies, quand le Sel a été porté pour

écher; & enfin j'ai eu du Sel de la Rochelle, la saison étant pour lors trop avancée, pour avoir de cette eau qui reste dans les Marais salans, après la cristallisation du Sel.

A l'égard de l'eau de la Mer, nous avons eu autrefois à Paris un Curieux \* qui en ayant fait évaporer un muid entier, dit dans le Livre de ses Secrets, qu'il y a trouvé des Sels de différentes espèces tant par leur configuration que par leur goût, & à la fin une eau *incoagulable* & non cristallisable, dont on ne peut plus retirer de cristaux; ce sont les termes, par lesquels il entend, que, quand même cette dernière eau seroit épaissie au feu, elle reprendroit promptement de l'humidité à l'air, & ne fourniroit plus de cristaux. Il est fâcheux que cet Auteur soit resté en si beau chemin, & qu'il n'ait pas essayé de découvrir, de quelle nature étoient ces différents Sels, il eût épargné à d'autres la peine de les chercher de nouveau.

En mon particulier je n'ai fait évaporer que cent livres d'eau de la Mer, mais quelque attention que j'y aye donnée, & quelque soin que j'y aye pris, je n'y ai pu reconnoître que deux sortes de Sels bien avérés pour tels, sçavoir le *Sel marin*, & le *Sel amer*, qui est celui que je cherchois, sans parler ici de ce qui s'y trouve de plus, & qui n'a point de rapport à mon dessein.

Cette eau est d'abord claire & limpide comme l'eau de roche, mais de la salure ordinaire, qui est celle du Sel commun dissous. A mesure qu'elle évapore, elle fournit des cristaux en cubes, qui insensiblement diminuent de volume, & deviennent finalement si fins, qu'on diroit que ce n'est qu'une poussière transparente, ou quelque chose de différent du premier Sel; cependant le goût fait connoître que s'en est encore, sans qu'on ait besoin d'avoir recours à des épreuves, qui prouveroient davantage son essence; & si pour lors on arrête l'évaporation, & qu'on expose le vaisseau à l'air froid, il s'y forme de nouveaux cristaux assés gros, très-imparfaitement cubiques, affectant en quelque façon la rondeur, & d'un

\* C'est l'Abbé Roussau, connu ci-devant sous le nom de Capucin du Louvre.

goût partagé entre le salé & l'amer ; c'est du Sel marin mêlé & confondu avec celui qui lui doit succéder ; aussi petille-t-il foiblement au feu & se boursouffle : pendant ce temps-là l'eau est devenue un peu jaune , & a changé son goût salé entièrement en amer ; & si dans cet instant on la survuide , & que de nouveau on l'évapore un peu & lentement , ou qu'on la laisse évaporer naturellement à l'air , elle dépose à trois ou quatre reprises ( toujours survuidée à temps ) des cristaux longuets , de différentes grosseurs , la plupart pourtant assez fins , & tels que l'on les voit dans le Sel d'Epson vrai ou faux ; qui affectent tous le quarré long , & sont d'un goût bien amer ; & enfin il reste une eau rousse , picquante & un peu amere , qui est cette eau *incoagulable* , qui ne fournit plus de cristaux.

Ce que je viens de dire des différentes circonstances de l'eau de la Mer , soit par rapport à elle-même , soit par rapport à ce que j'y ai reconnu pendant & après l'évaporation , se trouve de même à tous égards dans les eaux salées naturelles de Moyenvik & de Salins ; & je n'y sçais point de différence , si ce n'est que les deux dernières fournissent plus de ce Sel amer , dont il est présentement question.

Ainsi on jugera aisément , que les eaux de ces deux endroits , qui ont été puisées dans les chaudières après la cuite du Sel , sont déjà comme concentrées , par conséquent jaunes , un peu ameres , déposant promptement un peu de Sel marin , & ensuite celui qui est amer.

On jugera aussi , qu'à plus forte raison , les égouttes de ces endroits nommés , doivent très-promptement donner le Sel dont il s'agit , parce qu'en s'écoulant elles déposent à la faveur de l'air une portion de Sel marin qui se condense , & il ne passe presque que l'eau amere avec celle qui ne se coagule plus.

Quant aux *Boitrons* ou *E'gouttes* d'Isigny & de Toucques , elles sont différentes de celles-là ; & cette différence vient de la différente manière dont on y fait le Sel , parce qu'au lieu de le faire par l'évaporation de l'eau de la Mer , comme ailleurs,



ailleurs, on prend une Terre noire, qui se trouve sur le bord de la Mer, & que les Marées ont souvent abreuvée & salée, on la détrempé dans l'eau commune, que l'on évapore ensuite dans de petites chaudières de plomb, qui sont à Touques au nombre de vingt-quatre, pour en retirer le Sel, qui est sale, désagréable, fort acre, & mal sain; & ce qui s'en égoute en le séchant, est une eau d'un brun foncé, acre & amère, sentant la vase & le bitume, qui sur le feu, mouffe, se gonfle, & dépose beaucoup de Sel commun, comme un sable jaune: & la mouffe ou écume enlevée, le reste de l'eau donne par la cristallisation un Sel en lames plates & pointuës aux extrémités, assés brun, fort amer, bitumineux & désagréable. Cependant lorsqu'on dissout de nouveau ce Sel dans l'eau de Rivière, & qu'on le laisse évaporer à l'air, il devient blanc, & prend la même configuration que celui de l'eau de la Mer, & ne garde qu'une amertume fort supportable.

Pour le Sel de la Rochelle bien façonné & bien sec, j'étois déjà prévenu, qu'il ne donneroit point de Sel amer; cependant pour ne rien omettre, & pour répondre à ceux qui ont prétendu que le Sel d'Epsom, supposé iinité, se faisoit du Sel commun, je l'ai dissous & cristallisé alternativement à plusieurs fois: mais l'événement a répondu à mon attente; je n'en ai rien tiré que du Sel commun, & à chaque nouvelle dissolution un peu de terre: ce qui n'empêche pourtant pas que l'on ne puisse espérer de tirer beaucoup de Sel amer de ces eaux, qui restent dans les Marais salants, après que le Sel, à l'aide de la chaleur de l'air, est cristallisé, puisque l'on n'emploie là que l'eau de la Mer, qui en fournit par tout, & qu'elle y est employée en grande quantité.

Voilà donc du *Sel amer*, trouvé dans nos eaux salées, & qui ressemble déjà à celui d'Epsom vrai ou faux, par son goût, & par la façon de se cristalliser. Mais lui ressembleroit-il à tous égards! Il faut les comparer davantage entre eux, & les faire passer par différentes épreuves.

J'ai eu neuf onces de Sel d'Epsom, qu'on a tiré de deux cents quarante pintes d'eau, prise à la source même de ces

endroit, & qui a été fait de la manière usitée sur les lieux, & j'ai eu douze onces de terre, qu'elle a déposée : j'ai pris aussi de ce Sel contrefait, qui passe sous le nom de celui d'Epsom, & qui se vend par-tout ; & enfin j'ai pris ces Sels amers, que j'ai tirés de nos eaux salées ; tous les trois se sont dissous dans un poids égal d'eau commune & très-facilement, tous les trois se sont gonflés, & ont bouillonné sur le charbon allumé, ou sur la pêle rougie, & après ils ont conservé la même saveur amère ; fondus dans l'eau, ils ont formé, par l'addition de l'Huile de Chaux, une cristallisation dure & solide : ces Sels ont fait effervescence avec l'Huile de Vitriol, & ce mélange distillé a donné de l'Esprit de Sel ; & enfin ils se sont aisément convertis en foye de Soufre.

A l'égard de l'effervescence, qui se fait avec ces Sels & l'Huile de Vitriol, M. Grew l'a bien remarquée dans le Sel amer de la Source minérale d'Epsom ; il l'a attribuée au mélange du sédiment terreux & alkalin, que cette eau dépose, & dont, à la vérité, on ne sçauroit disconvenir, quoique cette terre puisse aisément être détachée des Sels : mais il n'est pas moins vrai, que l'Huile de Vitriol attaque en même temps la base du Sel muriatique, que cet Auteur y a très-bien reconnu, & qui ne se sépare pas si aisément du Sel amer ; aussi un Chymiste n'a-t-il besoin que de l'odorat, pour en juger ; les vapeurs de l'Esprit de Sel sont assez sensibles.

Mais pour ce qui regarde la sulphurification, il y a lieu de s'étonner, que M. Hoffman l'ait niée, & qu'il ait soutenu, que le faux Sel d'Epsom contient un acide d'une nature différente de celui du Soufre ou du Vitriol, d'autant qu'il dit dans ses observations, & en deux endroits différents, qu'on le fait quelquefois avec du Vitriol & du Sel commun, & d'autres fois avec les saumures d'Alun & de Sel commun ; ce qui étant accordé, l'acide vitriolique doit y regner, qui est précisément celui qui se convertit en Soufre. En effet, ce Soufre n'a pas refusé de se manifester, quand j'ai rougi au feu nos Sels amers mêlés simplement d'un peu de poudre de charbon.

Après avoir vû nos Sels dans les différentes circonstances ou épreuves que j'ai rapportées, que peut-on en inférer ? si ce n'est, qu'ils se ressemblent comme se ressembleroient deux gouttes d'eau, & que c'est précisément une même chose, soit qu'on les tire d'une source minérale, ou de nos eaux salées. On peut les regarder comme un don de la Nature, auquel l'Art n'a presque nulle part ; & je pense, que toute eau, qui sera en état d'être employée pour la fabrique du Sel commun, la sera aussi pour fournir ces Sels amers. Quant à la méthode que j'ai exposée pour les recueillir, si ce n'est pas précisément celle dont on se sert dans les Pays étrangers, je crois, du moins, qu'elle y peut bien suppléer, ou être substituée comme des plus simples & faciles ; & par conséquent on n'aura point de difficulté de la préférer à toutes les autres, qui demandent un mélange de différentes matières, & qui sont par-là fort embarrassantes, sans parler encore du peu d'apparence de la réussite.

Les connoisseurs ne manqueront pourtant pas de demander, quels sont enfin ces *Sels amers*, pris dans l'état que nous les avons vû jusqu'ici ? ne peut-on pas les rapporter à une espèce connue ? à quoi je réponds, ils ne sont pas simples ; c'est un mélange du Sel de Glauber, qui y domine, & d'une portion de Sel marin qui n'en a pas été séparée ; & tous les deux participent de cette eau *incoagulable*, dont ils ont été retirés, & qui ne se dissipe même pas aisément par le feu, ce qui fait que nos Sels amers paroissent toujours humides.

Pour s'assurer de ce que j'avance, on peut employer un moyen fort simple, c'est de dissoudre de nouveau dans de l'eau commune, une quantité de nos Sels amers, & d'exposer cette dissolution dans une terrine à l'air, pour qu'elle s'y évapore lentement : là le *Sel de Glauber*, comme le plus abondant, se dépose le premier, en gros cristaux, & de ses propriétés connues, sur lequel l'Huile de Vitriol n'a alors nulle action ; ensuite paroît aux parois au dessus, le *Sel commun*, aisé à reconnoître par ses cristaux cubiques, & par le goût qui lui est particulier ; & finalement il reste une eau

jaunâtre & grasse, que l'eau commune a retirée ou imbibée & enlevée des deux Sels : aussi voit-on que quand ces deux Sels ont été retirés de cette eau grasse, ils se séchent facilement, & ne s'humectent plus.

Il y auroit donc moyen de faire en France du Sel d'Epsom, je veux dire, un *Sel amer*, qui lui ressemble parfaitement. Mais en le faisant, pourroit-on remplir les deux conditions que les Auteurs y demandent toujours ? pourroit-on en faire en *quantité*, & à un *prix très-modique* ? Pour moi, je n'en doute point : que l'on considère la quantité des égouttes ou boitrons que l'on laisse perdre après la fabrique du Sel ; que l'on considère la quantité de ces eaux ameres qui restent après la cuite du Sel, & que l'on rejette comme chose inutile ; & que de plus on fasse attention, combien il reste d'eau amere dans les Marais salans, après que le Sel commun, cristallisé par la chaleur de l'air, en est retiré, & dont on a de la peine de nettoyer ces Marais. Toutes ces eaux ne coûtent rien, & il me paroît, qu'à peu de frais, on en retireroit les Sels amers ; dans certains Pays, il ne faudroit qu'une légère évaporation, & des vaisseaux pour survuider à propos ; & dans les Provinces Méridionales de la France, il ne faudroit que des vaisseaux, & du temps : comme le Sel marin s'y cristallise par la seule chaleur de l'air, les Sels amers se formeroient de même.

Du reste, pour donner un échantillon de calcul sur la quantité de ces Sels amers, qu'on pourroit retirer de nos eaux salées, je ne prends pour exemple, qu'une seule Saline, & même une seule chaudière de Moyenvik, où pourtant une seule de ces chaudières, consomme ordinairement, par an, quatre mille quatre cents muids d'eau ; un muid contient deux cents quatre-vingt pintes d'eau ; & chaque pinte, ou mesure de deux livres renferme, au moins, demi-gros de Sel amer. Ainsi la quantité d'eau, que cette seule chaudière consomme par an, seroit en état de fournir du moins *quatre mille huit cents livres de Sel amer*.

Mais comme il ne s'agit pas ici de donner là-dessus des

avis, pour les moyens d'en recueillir tout ce que nos eaux salées pourroient en fournir; je me borne à la recherche du Sel, auquel on a donné le nom d'*Epsom*, que j'avois entreprise.

## S U I T E

*D'un Mémoire qui a pour titre : De l'importance de l'Analogie, & des rapports que les Arbres doivent avoir entr'eux pour la réussite & la durée des Greffes.*

### SECONDE PARTIE.

*Où l'on propose de greffer les uns sur les autres des Arbres qui n'ont pas entr'eux une analogie bien parfaite pour avoir plutôt du fruit, & affranchir plus efficacement les especes.*

Par M. DU HAMEL.

QUE la Greffe soit le plus sûr moyen pour remplir un Jardin des fruits que l'on trouve le plus à son goût, c'est un avantage que personne ne lui peut disputer. 14 Novemb. 1731.

Qu'elle perfectionne & affranchisse \* les fruits, l'expérience journalière ne nous permet pas non plus d'en douter.

Mais qu'elle puisse changer les especes; beaucoup d'Auteurs l'ont crû, quelques-uns l'ont nié, mais c'est une opinion que j'ai combatuë dans deux différents Mémoires, par un grand nombre d'expériences & d'observations.

J'ai encore continué mon travail sur la Greffe, & par un autre usage que j'ai fait des mêmes expériences, je crois

\* Le terme de *franc* est pris en différents sens dans les Auteurs, quelquefois ils lui font signifier le *Sauvageon-Poirier*, & d'autrefois le *Poirier de bonne espece* qu'on greffe dessus, & c'est dans ce sens que je le prends dans ce Mémoire.

**358 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE**

avoir prouvé, avec plus de détail & d'exactitude qu'on n'avoit fait jusqu'à présent, que la réussite des Greffes n'est assurée & satisfaisante pour celui qui la pratique, que quand il se trouve un certain rapport, & une conformité entre la Greffe & le Sujet.

Le Poirier, par exemple, pousse avec force & vigueur sur son Sauvageon, & est presque, à tous égards, semblable aux Arbres non greffés.

Quand au contraire les oppositions sont grandes, il est inutile d'y mettre ses espérances, le Prunier & l'Orme ont toujours refusé de s'allier, & si le Poirier & l'Erable, ou le Cheêne, le Prunier & l'Amandier, le Meurier & l'Orme, & beaucoup d'autres Arbres greffés les uns sur les autres, ont repris; leurs pousses étoient petites, leurs feuilles étoient jaunes; d'autant moins vigoureuses que la disproportion étoit plus considérable, ces Greffes ont bien-tôt perdu tous leurs jets, & sont enfin périées comme les autres.

Il sembleroit suivre de-là qu'il faudroit tendre à cette analogie le plus qu'il est possible, & que nôtre travail sur la Greffe devroit se borner à étudier le rapport des Arbres entr'eux, pour n'appliquer les uns sur les autres, que ceux qu'on reconnoîtroit avoir le plus de convenance; la plupart des Auteurs nous y invitent, & cela seroit vrai, si l'on ne cherchoit qu'à avoir de grands Arbres vigoureux, & de longue durée.

C'est bien, à la vérité, ce qu'on doit souhaiter pour les Arbres d'avenües, c'est pourquoi la pratique où l'on est, de ne greffer l'Orme femelle que sur l'Orme mâle, me paroît fort bonne; peut-être cependant feroit-on encore mieux, pour se dispenser absolument de greffer, ce qui affoiblit toujours les Arbres, de ne planter en avenües que les Ormes femelles de pied, ou l'Orme mâle à large feuille, supposé qu'on pût en recouvrer autant qu'on en auroit besoin.

Pourquoi en effet, comme me l'ont assuré plusieurs connoisseurs en ce genre, les Ormes qu'on plante depuis un temps ne durent-ils pas si long-temps, du moins aux environs

d'Orléans, que ceux que l'on plantoit anciennement? je crois que c'est parce que tous les Ormes femelles que nous plantons aujourd'hui dans cette Province sont greffés, au lieu qu'autrefois la plupart étoient femelles de pied, & je connois encore une avenue d'Ormes femelles, dont presque tous les Ormes n'ont point été greffés, & qui se distinguent bien des autres par sa vigueur.

Qu'on cherche donc pour les Arbres d'avenues, l'analogie la plus parfaite entre la Greffe & le Sujet, afin qu'ils fassent un plus beau couvert, & qu'ils durent plus longtemps, c'est le cas où cette précaution ne peut être qu'avantageuse : mais pour les Arbres fruitiers, le but principal de leur culture étant, premièrement d'avoir du fruit, & en second lieu d'en avoir de beau & de bon ; lorsque les égards à cette parfaite analogie ne remplissent aucune de ces vûes, il faut y avoir moins d'attention.

Pour rendre la chose plus intelligible, je vais examiner en particulier, les avantages de la pratique, ou de l'obmission de cette règle d'Agriculture. Je commence par le premier.

L'on sçait que les Arbres qui poussent avec beaucoup de force ne fleurissent presque point. L'on peut avoir aussi remarqué que quand leur grande fougue est passée, ils commencent à donner des fleurs, mais qui ne noient que rarement, & qu'enfin ils ne sont abondants en fleurs & en fruits, que quand ils paroissent sur leur retour, ou du moins quand ils ont perdu beaucoup de leur première vigueur.

Quoique ces faits soient connus de tout le monde, on me permettra de les confirmer, par une expérience assez singulière. Voici le fait.

J'avois un Poirier de Crassanne, greffé sur Sauvageon ; qui pouffoit quantité de rejets dans un tapis de gazon, qui en étoit éloigné de 10 ou 12 pieds ; comme ces rejets épuisoient cet Arbre, & que d'ailleurs le gazon lui déroboit beaucoup de substance, il pouffoit fort peu en bois, & la plupart de ses feuilles étoient jaunes, mais tous les ans il chargeoit beaucoup à fruit. Il y a deux ans que je fis arracher

ce gazon, & couper toutes les racines qui traçoient sur la superficie de la Terre, & qui produisoient les rejets : je prévoyois bien que cela devoit être très-utile à mon Arbre ; aussi depuis ce temps-là a-t-il repris sa verdure, & poussé beaucoup en bois, mais il a cessé de se mettre à fruit, & cette année il n'a presque point de boutons pour la fleur.

Voilà un exemple qui sert de preuve bien convaincante ; que la trop grande vigueur des Arbres est un obstacle à leur fructification, & c'est par la même raison que les Arbres greffés sur Sauvageon donnent plutôt du fruit dans les terres maigres que dans les grasses. Or je trouve dans le choix des Sujets de quoi diminuer, tant qu'on voudra, la vigueur des Arbres, puisque c'est du plus ou du moins d'analogie de la Greffe avec le Sujet que dépend la vigueur des Arbres greffés.

De sorte que si l'analogie est trop grande entre le Poirier & son Sauvageon, & qu'ainsi il ne donne que du bois, il est aisé de remédier à cet inconvénient, par le choix d'un Sujet qui ait moins de rapport avec cet Arbre. Par exemple, le Coignassier ou l'Épine, ou le Neflier, ou l'Alisier, ou le Cormier, c'est un choix que l'expérience journalière justifie, puisque les Poiriers greffés sur Coignassiers, se mettent plutôt à fruit que ceux qui se font sur Sauvageon, & je connois un Poirier de *Livre* greffé sur l'Épine blanche, qui fait un joli demi-vent, & charge beaucoup à fruit.

Mais les Greffes sur l'Épine ne réussissent pas également dans toutes sortes de terres, M. de la Quintinie marque en avoir fait plusieurs sans succès, & j'ai tenté la même Greffe sans beaucoup de satisfaction dans une terre plus sèche qu'humide ; il en est de même du Coignassier, cet Arbre ne vient pas par-tout. S'il est planté dans une terre maigre, il ne pourra jamais fournir assez de substance au Poirier ; s'il est dans une terre sablonneuse & légère, il poussera une quantité prodigieuse de petites racines veules & menües qui ne pourront pas subsister long-temps, & de plus comme il en pousse beaucoup sur la superficie de la terre, elles seront souvent desséchées par l'ardeur du Solcil. Enfin dans les terres fraîches  
&



& humides, qui sont cependant celles qui lui conviennent le mieux, comme les racines de cet Arbre sont tendres, elles courent risque d'être rongées par les Turcs & les Courtilleres ; tous ces inconvénients obligent souvent de greffer les Poiriers sur leur Sauvageon, quoiqu'il doive en arriver qu'ils se mettront très-difficilement à fruit.

Pour remédier à cet inconvénient, je propose deux moyens tirés des principes que j'ai établis dans la première Partie de ce Mémoire, & appuyés sur plusieurs pratiques qui sont d'un usage familier dans nos Jardins.

Premièrement, nous sommes certains que quelque analogie que les Arbres ayent entr'eux, la Greffe les affoiblit toujours, puisque ceux qui ont été greffés ne durent jamais autant que ceux qui ne le sont pas. S'il est donc vrai qu'un Arbre, pour avoir été greffé une fois, est affoibli, il le sera sans doute davantage lorsqu'on l'aura greffé une seconde, & à plus forte raison une troisième ; ainsi l'on a par ces Greffes répétées un moyen facile d'affoiblir ces Arbres par degrés & autant qu'il faudra pour leur faire porter du fruit, en sorte que si je veux avoir des Colmars sur Sauvageon, sachant que cette espèce de Poirier se met très-difficilement à fruit, & est souvent une quinzaine d'années à ne donner que du bois, je grefferai sur le Sauvageon une Ambrette ou un Beuré, sur l'Ambrette une Crassanne ou une S.<sup>t</sup> Michel, & enfin sur la Crassanne un Colmar.

Il est bon de remarquer que je choisis des Arbres de différentes espèces dans l'intention d'affoiblir davantage le sujet, & que je propose pour exemple l'Ambrette, la Crassanne, le Beuré & le Doyenné, parce que ces espèces se mettent aisément à fruit. Cependant les expériences que j'ai faites l'ont été la plupart sur des Bon-chrétiens d'Hiver, des Louïses bonnes & des Bezi de la Motte.

Le moyen que je viens de proposer pour faire plutôt produire du fruit aux Arbres greffés sur Sauvageon, se réduit donc à profiter de ce changement de direction, ou (ce qui est la même chose) de ce nœud qu'on sait qui se forme à

l'endroit de l'application de la Greffe, & cela pour affoiblir les Arbres, en gênant en quelque manière le cours de la sève.

Le second consiste à rompre la trop grande analogie qui est entre le Poirier franc & son Sauvageon par l'interposition d'une autre espece qui soit moins analogue à l'un & à l'autre.

Ainsi convaincu par les observations que j'ai rapportées dans la première Partie de ce Mémoire, qu'il y a moins d'analogie entre le Poirier & le Coignassier qu'entre le Franc & son Sauvageon, sachant d'ailleurs que la vigueur des Arbres greffés diminue à proportion du peu d'analogie qui se rencontre entre la Greffe & le Sujet, pour faire usage de ces principes, si l'on veut avoir promptement du fruit d'un Colmar greffé sur un Sauvageon, il paroît naturel de greffer un Coignassier sur Sauvageon, & le Colmar sur la pousse du Coignassier.

Mais le Coignassier n'est pas le seul Arbre qu'on puisse employer pour rompre l'analogie du Poirier avec son Sauvageon ; car étant assuré, comme je l'ai déjà fait observer, que le Poirier reprend bien sur l'Épine blanche, sur le Néflier, sur le Cormier & l'Alisier, on peut, suivant la qualité de la terre de son Jardin, employer quelques-uns de ces Arbres pour essayer de rompre plus ou moins cette analogie trop parfaite qui empêche que nous n'ayons du fruit.

Au reste, je ne propose ce dernier moyen que comme des conséquences probables tirées des principes que j'ai établis dans ma première Partie, car les expériences particulières que j'en ai faites sont encore trop nouvelles pour en assurer entièrement la réussite, puisque les Arbres que j'ai ainsi greffés, n'ont point encore donné de fruit : cependant quoique ces Greffes soient fort jeunes, elles paroissent disposées à en donner dans peu, & tout ce que j'appréhende, c'est de les avoir trop affoiblies.

Je conseille cependant à ceux qui voudront greffer des Coignassiers sur des Sauvageons, de les écussonner plutôt en œil dormant sur de jeunes Sauvageons, que de les greffer en fente sur de vieux Sujets, parce que plusieurs que j'avois

greffés de cette manière sont périss à la seconde sève, quoiqu'ils eussent assés bien poussé à la première, & comme il m'a paru que c'étoient les sujets qui étoient morts les premiers, je crois que cet accident est venu de ce que les Greffes de Coignassier n'ont pû dépenser toute la sève que leur fournissoient de gros sujets vigoureux bien nourris & bien enracinés, au lieu que ceux que j'ai écussonnés sur de jeunes Sauvageons ont fort bien pris, & j'aurai soin d'informer l'Académie de leur réussite.

Il est bon de remarquer qu'il y a des especes de Poiriers qui se mettent bien plus aisément à fruit que d'autres, & l'on comprend bien que pour avoir de leur fruit, il n'est pas besoin de rompre considérablement l'analogie de leur espece.

Par exemple, un Auteur d'Agriculture qui commence à être ancien, a remarqué que le Portail avoit beaucoup de peine à reprendre sur les Coignassiers, M. de la Quintinie a observé qu'il en étoit de même du Bon-chrétien d'Été musqué, & je crois pouvoir ajouter à ces deux especes, la Merveille d'hiver ou le petit Oin, la Rouffeline, & l'Angleterre.

Mais le Jardinier Solitaire prétend que le Bon-chrétien d'Été musqué ne laisse pas de bien réussir sur Coignassier, & il est sûr que ce Religieux n'en vendoit pas d'autres; mais on ne peut disconvenir que le Bon-chrétien d'Été musqué n'ait beaucoup de peine à reprendre sur le Coignassier. Il est aussi certain qu'au bout de cinq ans, il ne fera pas un aussi grand Arbre qu'un Bon-chrétien d'Été ordinaire, au bout de deux ou trois ans. Enfin quelque bien qu'il vienne, il ne peut jamais faire qu'un petit Arbre de peu de durée.

Pour remédier à cet inconvénient, l'Auteur que j'ai cité en premier lieu, conseille de greffer le Portail sur des Poiriers de Valée qui ayent été auparavant greffés sur du Coignassier; mais si l'on fait attention que le défaut de ces Arbres est d'être déjà trop foibles, puisqu'ils ont tant de peine à reprendre, puisqu'ils poussent si lentement, si foiblement, & qu'ils se mettent à fruit, avant même que de sortir de la pépinière, on doutera, je crois, que ce soit le cas où les Greffes répétées

conviennent ; au contraire, ce seroit bien le meilleur, si l'on pouvoit se dispenser entièrement de greffer ces sortes d'Arbres. Aussi avons-nous vû aux Chartreux, où les expériences ont été faites plusieurs fois, qu'ayant greffé des Merveilles d'hyver sur la Cadette qui avoit auparavant été greffée sur Coignassier, quoique la Cadette soit une espece de Poirier qui pousse très-vigoureusement, les Greffes ont eu beaucoup de peine à reprendre, & que celles qui ont repris ont eu un plus mauvais succès que celles que nous avons greffé sur des Coignassiers bien vigoureux : car quand on veut les greffer sur Coignassiers, il faut toujours choisir pour cela, ceux qui ont le mieux poussé, & c'est en quoi consistoit tout le secret du Jardinier Solitaire. Mais pourquoi chercher tant de façon ? puisque le défaut de ces Arbres est de pousser trop foiblement, il ne faut les greffer que le moins qu'il est possible, & tendre à l'analogie la plus parfaite, ainsi il faut les greffer sur le Poirier Sauvageon : aussi ai-je de ces especes de Poires greffées sur Sauvageon, qui ne font que des Arbres de médiocre grandeur, & qui donnent beaucoup de fruit.

Je ferai encore observer qu'on n'a de peine à mettre tous les Arbres à fruit, que quand on ne les laisse pas dans leur grandeur naturelle, car les pleins-vents ne manquent point d'en porter en abondance, quand une fois ils sont parvenus au plus fort de leur crûe, ainsi ce que je viens de dire, ne regarde que les buissons & les espaliers. Il seroit aussi inutile d'affoiblir les Arbres qui produisent des fruits à noyau, puisqu'ils se mettent ordinairement assés à fruit.

Mais regardant comme deux principes certains, que tant qu'un Poirier ou un Pommier poussera avec beaucoup de force, il ne donnera guères de fruit, & que le noeud de la Greffe, & encore plus, le manque d'analogie diminuent la vigueur des Arbres, on pourra sur ce plan tenter différents moyens de réduire ceux qui sont trop vigoureux, observant toujours d'agir avec ménagement, car la Nature ne se prête ordinairement aux efforts de l'Art que jusqu'à un certain point, au de-là duquel elle ne peut être forcée.

J'ai souvent remarqué qu'il y avoit dans le même terroir, ou dans une même pépinière, des Arbres qui se mettoient beaucoup plutôt à fruit que les autres, quoiqu'ils fussent de même espèce, & pareillement greffés sur Sauvageon. J'avois toujours soupçonné que cette différence tiroit son origine de quelques circonstances de l'application des Greffes : aussi un Religieux très-expérimenté dans le Jardinage, par le soin qu'il prend, aux Chartreux, de leur Jardin, m'a-t-il assuré qu'il avoit plusieurs fois remarqué, que les Greffes en fente se mettoient plutôt à fruit, quand, par hazard, les écorces intérieures de la Greffe & du Sujet ne répondoient pas bien exactement l'une à l'autre. Il est aisé de juger que ce défaut dans l'application de la Greffe qui forme un obstacle au cours de la sève, doit produire un effet pareil au manque d'analogie.

Pour que les moyens que je viens de proposer, soient de quelque utilité, il faut qu'en même temps qu'ils avancent la fécondité des Arbres, ils n'altèrent ni la bonté, ni la beauté de leur fruit, mais heureusement bien loin qu'on puisse les soupçonner de produire de tels dommages, j'espère prouver qu'ils contribuent à les perfectionner.

Quelques Auteurs même ont proposé de greffer sur les Sauvageons ou les Coignassiers, des fruits doux, sucrés, & de bonne qualité, dans l'intention de greffer sur la pousse de ceux-ci d'autres fruits, soit pour corriger la mauvaise qualité de quelques-uns, ou améliorer les autres.

D'ailleurs tout le monde convient que les fruits s'affranchissent de plus en plus par la Greffe, c'est-à-dire, qu'ils perdent beaucoup de cette acreté, & de cette aigreur qui font le caractère des fruits sauvages.

Dans le Mémoire où j'ai tenté de découvrir la cause Physique de cette perfection, j'ai crû devoir la chercher dans le développement de ce nœud, que tout le monde connoît, à l'endroit de l'application de la Greffe, & en attribuer la cause à un changement de direction dans les fibres, & un entortillement de vaisseaux qui se rencontrent toujours à l'endroit de l'application de la Greffe, ce qui fait une organisation

nouvelle, que je considère comme un espece de ganglion; ou une sorte de glande, dont l'action étant jointe à l'altération que la sève doit souffrir en passant d'un espece d'Arbre à un autre, & peut-être encore au mélange des sèves, me paroît bien capable de produire les changements dont nous venons de parler. Maintenant donc si la sève reçoit quelque altération avantageuse dans cette espece de nœud, n'est-il pas naturel de croire qu'à mesure qu'on multipliera ce viscere nouveau, par des Greffes répétées, la sève se trouvera toujours de plus en plus atténuée & perfectionnée, ce qui doit contribuer à l'amélioration des fruits. Mais si nous faisons attention que ce nœud ou cette glande, est d'autant plus considérable qu'il y a moins d'analogie entre la Greffe & le sujet, on concevra aisément que la sève peut encore en être plus atténuée & perfectionnée par l'interposition du Coignassier, ou d'un autre Arbre, entre le Sauvageon & le Franc : je ne sçai même si on ne pourroit pas se flatter de procurer ainsi aux fruits cette belle couleur qui distingue le Bon-chrétien & les autres Poirs qui sont venus d'Arbres greffés sur Coignassier, puisque la sève du Sauvageon ne peut être portée au Franc que par l'entremise du Coignassier.

Maintenant pour présenter sous un coup d'œil tout ce qui est contenu dans ce Mémoire, je dis donc que planter en avenues des Arbres qui n'ont point été greffés, ou, si l'on est obligé de greffer ces sortes d'Arbres, tendre le plus qu'il est possible à l'analogie la plus parfaite, c'est se mettre en état d'avoir des Arbres fort vigoureux & de longue durée.

Affaiblir au contraire les Poiriers ou les Pommiers greffés sur Sauvageon par des greffes répétées, ou par l'interposition de quelque espece moins analogue au Poirier, ou simplement en évitant l'analogie trop parfaite entre la Greffe & le sujet, ce sont des pratiques par lesquelles on peut réduire les Arbres trop vigoureux, & les déterminer à porter plutôt du fruit.

Enfin ne pourroit-on pas se proposer d'affranchir ainsi plus promptement les fruits, ou en multipliant ce nœud,

& occasionnant ce mélange de sève qui probablement peut produire l'affranchissement, ou du moins en essayant de le rendre plus compacte, plus serré, & par conséquent plus efficace.

Mais je le repete, la précipitation est à craindre, & il ne faut faire usage de ces moyens qu'avec ménagement, & autant qu'on en aura besoin, c'est pourquoi j'ai dressé à la fin de ce Mémoire, une Table des meilleures especes de Poires dans laquelle j'ai rangé sous une colonne les Poiriers qui se mettent aisément à fruit, & sous une autre, ceux qui s'y mettent encore plus aisément, & enfin ceux qui ne s'y mettent que difficilement.

Au reste, je conseille encore de ne pas entreprendre de réduire entièrement les Arbres, dans le temps de la Greffe, par les moyens que je viens de proposer, mais d'attendre à achever cet ouvrage dans le temps de la Taille qui nous en fournit aussi de bien efficaces pour parvenir à cette fin, mais ils sont trop étrangers à la matière de ce Mémoire, & avec cela d'une trop longue discussion, pour n'en pas faire le sujet d'une autre Dissertation.

Il est bon, en finissant ce Mémoire, de dire un mot d'un moyen qu'un Auteur propose pour avoir de beaux Pommiers en plein-vent, parce que son secret consistant à réitérer plusieurs Greffes les unes sur les autres, & cela pour augmenter la vigueur de ses Arbres, on peut dire qu'il conclut directement contre moi. Mais pour peu qu'on soit au fait des pépinières, on voit que cet Auteur n'a pratiqué le secret qu'il conseille, que tout au plus sur de jeunes Arbres qu'il élevoit pour vendre, & dont il ne s'embarrassoit pas de la réussite : car il veut qu'on greffe des Pommes tendres sur des Sauvageons; par exemple, les Pommiers de Surcrau, de Fichet, ou de Doucin, & qu'après avoir formé la tige avec ces especes, on écussonne dessus les Pommes qu'on voudra avoir. Voici les inconvénients principaux qui résulteront de cette pratique. On sçait, premièrement, que la plupart des Pommes ne se collent pas aussi parfaitement sur ces sortes de Pommiers

### 368 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

que sur les Sauvageons, ainsi les Greffes seront plus sujettes à s'éclater. Secondement, le tronc même est toujours cassant, & n'est pas assés fort pour supporter une grosse tête qui présente une grande surface au vent. Troisièmement, ces sortes d'Arbres s'épuisent toujours à pousser des bourgeons dans toute leur longueur, de sorte que le moindre coup de serpette, ou un coup de bâton, quelquefois même quand ils sont jeunes, les impressions de la grêle, ou les gerces que les grands Vents font à leur écorce; tous ces accidents suffisent pour leur faire pousser une telle quantité de rejets dans la longueur de leur tige, qu'un Jardinier soigneux suffiroit à peine pour remédier à ce défaut. Quatrièmement, on sçait que les Pommiers greffés sur ces sortes de sujets ne font que de foibles plein-vents, en comparaison de ceux qu'on greffe sur Sauvageon; ainsi il y a tout lieu de douter de ce qu'avance cet Auteur, & il est probable que s'il en a fait l'expérience, ce n'a été que sur de jeunes Arbres, sans s'embarrasser beaucoup de leur réussite.

#### *POIRIERS qui se mettent difficilement à fruit.*

Bon-chrétien d'Hiver.	La Pastorale.
Le Rousselet d'Été.	La Virgouleuse.
La Cuisse-Madame.	Le Colmar.
L'Épargne ou le Beau-présent.	Le Bessy de Chaumontel.
La Sans-peau.	La Bergamotte Suisse.
La Cassiolette.	La Bergamotte d'Automne.
La Robine ou Royale d'Été.	La Marquise.
Le Bon-chrétien d'Été gratioli.	Le Rousselet de Reims.
L'Orange rouge musquée.	

#### *POIRIERS qui se mettent plus aisément à fruit.*

Le Petit-Muscat.	La Chaire-à-Dame.
L'Auratte.	La Bergamotte d'Été ou de Milan.
La Magdelaine.	La Fondante de Brest ou Floconneüe-Chefneau.
La Blanquette.	L'Eau-Rose.
L'Archiduc d'Été.	Le Salviati.
La Poire-à-la-Reine ou Muscat-Robert.	L'Orange tulipée.
La Bellissime ou Suprême.	

**La Verte**



La Verte-longue *ou* Mouille-  
bouche.

L'Épine d'Été.

Le Beuré d'Angleterre.

Le Beuré-rouge d'Anjou.

Le Beuré gris.

La Bellissime d'Automne *ou*  
Vermillon.

Le Messire-Jean doré.

Le Messire-Jean gris.

Le Doyenné *ou* Saint-Michel.

La Verte-longue panachée.

La Dauphine *ou* Franchipane.

Le Satin.

L'Épine d'Hiver.

L'Ambrette.

La Bergamotte - Crassanne *ou*  
Cressanne.

Le Sucré vert.

Le Muscat-Lalman.

Le Besy de la Motte.

La Jalousie.

La Lansac *ou* Dauphine.

La Royale d'Hiver.

Le Martin-sec de Provins.

Le Besy de Chassery.

La Bergamotte de Pâques ;  
d'Hiver.

La Bergamotte de Hollande.

Le Saint-Germain.

*POIRIERS qui se mettent encore plus aisément à fruit.*

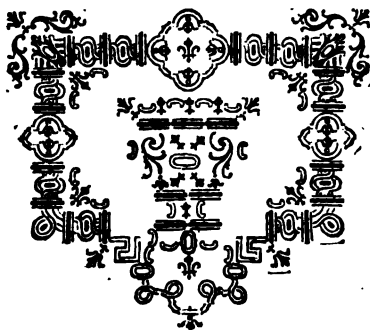
L'Angleterre.

Le Bon-chrétien d'Été musqué.

La Rousseline.

La Merveille d'Hiver *ou* le Petit-  
Oin.

Le Portail.



## METHODE ANALYTIQUE

*De tracer les Lignes correspondantes ou des Minutes  
aux grandes Méridiennes.*

Par M. PITOT.

19 Decemb.  
1731.

UNE grande Méridienne tracée avec tous les soins & toute l'exactitude d'un habile Astronome, est le plus grand de tous les Instruments astronomiques pour connoître non seulement le temps vrai, mais même toutes les variétés du mouvement du Soleil. On sçait les grands avantages que l'Astronomie a retiré de la Méridienne de S.<sup>t</sup> Pétrone de Boulogne tracée par feu l'illustre M. Cassini.

Pour rendre l'usage des Méridiennes plus étendu & plus commode, il est bon de tracer aux côtés de la Ligne méridienne plusieurs lignes auxquelles l'image du Soleil étant parvenue, marque exactement les Minutes avant & après midi; ces lignes étant tracées exactement, donneront l'heure en temps vrai aussi exactement que la Ligne méridienne même.

Il arrive assés souvent qu'on manque le moment du passage de l'image du Soleil par la Méridienne, soit par quelques nuages, ou pour n'être pas arrivé assés à temps pour prendre le vrai Midi.

Quoique la Gnomonique fournisse des regles pour tracer ces lignes des Minutes, que nous appellons *lignes correspondantes*, nous osons cependant employer à leurs déterminations une Méthode nouvelle & analytique. Nous espérons d'appliquer la même Méthode à la résolution de presque toutes les questions de la Gnomonique, ce petit exemple suffit pour faire voir l'esprit de la Méthode. Les voyes les plus simples sont les plus avantageuses, surtout pour les opérations délicates, ou qui demandent une grande exactitude.

Figure 1. Soit *BCOP* le Méridien, *OO* l'horison, *B* & *P* les Poles

du Monde,  $C$  le Zénit,  $A$  le lieu du Soleil : on aura le triangle sphérique  $ABC$ , dont le côté  $BC$  sera le complément de la hauteur du pôle,  $AB$  ou  $AP$  le complément de la déclinaison du Soleil,  $AC$  le complément de la hauteur sur l'horizon,  $ABC$  l'angle horaire, &  $ACB$  l'angle azimutal.

L'arc  $CD$  perpendiculaire sur le côté  $AB$  divise le triangle obliquangle  $ABC$  en deux triangles rectangles.

Si l'on fait un angle rectiligne égal à un angle sphérique ; il est évident que le sinus, la tangente & la sécante de cet angle rectiligne seront les mêmes que pour l'angle sphérique.

Je fais l'angle  $ACB$  égal à l'angle de l'azimut du Soleil, Fig. 2, 3, & 4. que je divise en deux,  $BCD$ ,  $DCA$ , pour représenter les deux parties de l'angle azimutal divisé par l'arc  $CD$  perpendiculaire sur la base  $AB$ . Fig. 1.

Je nomme  $(z)$  le sinus  $AM$  de l'angle azimutal,  $(e)$  le sinus  $CM$  de son complément,  $(f)$  la tangente  $OE$  du complément de l'angle  $BCD$ , &  $(a)$  le sinus total. La sécante  $CE$  sera  $\sqrt{aa+ff}$ , & les triangles semblables  $COE$ ,  $CDL$ , donneront  $CE \sqrt{aa+ff} \cdot CO (a) :: CO (a) \cdot LD \frac{aa}{\sqrt{aa+ff}}$  &  $CE \sqrt{aa+ff} \cdot OE (f) :: CD (a) CL \frac{af}{\sqrt{aa+ff}}$ .

Les triangles semblables  $CMQ$ ,  $CLD$ , donnent  $CL \cdot \frac{af}{\sqrt{aa+ff}} \cdot LD, \frac{aa}{\sqrt{aa+ff}}$ , ou  $f \cdot a :: CM (e) \cdot MQ, \frac{ae}{f}$ .  
Donc  $AQ = z \pm \frac{ae}{f}$ .

Mais les triangles rectangles  $COE$ ,  $QAG$ , ayant les angles  $AQG$ ,  $OCE$ , égaux à cause des parallèles  $AQ$ ,  $CO$ , sont semblables, ce qui donne,

$$CE, \sqrt{aa+ff} \cdot OE, f :: AQ, \frac{zf \pm ae}{f} \cdot AG \frac{zf \pm ae}{\sqrt{aa+ff}}.$$

$$\text{Donc } CG = \sqrt{CA^2 - AG^2} = \frac{\sqrt{a^4 + aa ff - 2z f f \pm 2ae z f - aa ee}}{\sqrt{aa+ff}}.$$

Reprenons nôtre triangle sphérique de la première Figure,

A a ij

le sinus de l'angle azimutal étant exprimé par l'indéterminée  $z$ , celui de son complément par  $e$  ou  $\sqrt{aa - zz}$ , le sinus  $DL$  de l'angle  $BCD$  sera  $\frac{aa}{\sqrt{aa + ff}}$ ,  $CL$  celui de son complément  $\frac{af}{\sqrt{aa + ff}}$ . La tangente du complément du même angle étant marquée par l'indéterminée  $f$ , le sinus de l'angle  $ACD$  sera  $\frac{zf \pm ae}{\sqrt{aa + ff}}$ , sçavoir  $\frac{zf + ae}{\sqrt{aa + ff}}$  lorsque l'angle azimutal est obtus, que nous prenons pour le premier cas, &  $\frac{zf - ae}{\sqrt{aa + ff}}$  lorsque ce même angle est aigu ou dans le second cas. Quoique le second cas ne soit presque point d'usage pour l'objet que je me propose, je ne laisse pas que de le renfermer pour rendre nôtre solution plus générale. Enfin le sinus du complément du même angle pour les deux cas sera

$$\frac{\sqrt{a^4 + aaff - 2zff \pm 2aezf - aeee}}{\sqrt{aa + ff}}.$$

Fig. 1. Je marque encore le sinus du complément du côté  $BC$ , qui est le sinus de la hauteur du Pole, par l'indéterminée  $(c)$ , la tangente du même arc ou de la hauteur du Pole par  $(g)$ , & la tangente de l'angle  $CBA$ , ou de l'angle horaire par  $(t)$ . Cela posé, dans le triangle sphérique  $ABC$ , regardant les angles  $ABC$ ,  $ACB$ , & le côté  $CB$ , comme connus, on trouvera, suivant la Théorie des triangles sphériques, la tangente du complément du côté  $AC$ , ou la tangente de la hauteur du Soleil, par les deux analogies suivantes.

*Première analogie.*

Comme le sinus total  $(a)$ ,  
 au sinus du complément du côté  $BC$   $(c)$ ;  
 ainsi la tangente de l'angle  $ABC$   $(t)$   
 à la tangente du complément de l'angle  $BCD$   $(f)$ .

$$\text{Donc } \frac{ct}{a} = f.$$

Seconde analogie.

Comme le sinus, complément de l'angle  $BCD = \frac{af}{\sqrt{aa+ff}}$

est au sinus, complément de l'angle  $ACD$ , qui est

$$\frac{\sqrt{a^4 + aaff - 2zff \pm 2aezf - aee}}{\sqrt{au + ff}}.$$

Ainsi la tangente du complément du côté  $BC$  ( $g$ ) à la tangente du complément du côté  $AC$ , ou de la hauteur du Soleil; laquelle tangente fera

$$\frac{g}{af} \sqrt{a^4 + aaff - 2zff \pm 2aezf - aee}.$$

Si nous prenons maintenant  $CB$  pour la hauteur verticale du Gnomon de la Méridienne, ou de l'ouverture par où passe l'image du Soleil, pour que ses rayons viennent se peindre à un point  $M$  du plan horizontal  $AA$ , sur lequel on a tracé une Méridienne. Pour exprimer la distance  $CM$ , ayant nommé la hauteur  $CB$  ( $h$ ), &  $CM$  ( $u$ ). On dira,

Comme la tangente de la hauteur du Soleil, qui est

$$\frac{g}{af} \sqrt{a^4 + aaff - 2zff \pm 2aezf - aee}$$

est au sinus total ( $a$ ).

Ainsi la hauteur  $CB$  ( $h$ ),

à la distance  $CM$  ( $u$ ). Donc  $CM = u =$

$$= \frac{aahf}{g \sqrt{a^4 + aaff - 2zff \pm 2aezf - aee}}.$$

Soit la Méridienne  $TV$ , tracée sur l'horison  $ATAV$ , il est clair que  $SCM$  marquera le plan du cercle vertical, ou de l'azimut du Soleil, & que la ligne horaire correspondante doit passer par le point  $M$  de la projection des rayons du Soleil : si de ce point  $M$ , nous tirons une perpendiculaire  $MP$  à la Méridienne, & si nous nommons  $CP$  ( $x$ ),  $PM$  ( $y$ ). Nous aurons les deux proportions suivantes; en prenant dans le triangle rectangle  $CPM$ , l'hypothénuse pour le sinus total.

Comme le sinus total ( $a$ )

est au sinus de l'angle  $C$ , ou de l'azimut du Soleil ( $z$ ).

A a a iij

Ainsi  $CM(u)$ est à  $PM(y)$ . Donc  $\frac{zu}{a} = y$ , ou bien

$$\frac{ahfz}{g\sqrt{a^4 + aaff - zzzf \pm 2aezf - aae}} = y, \&$$

comme le sinus total ( $a$ ),est au sinus du complément de l'angle azimutal ( $e$ ).Ainsi  $CM(u)$  est à  $CP(x)$ .

$$\text{Donc } \frac{eu}{a} = x, \text{ ou bien } \frac{ahfe}{g\sqrt{a^4 + aaff - zzzf \pm 2aezf - aae}} = x.$$

Il faut maintenant, dans les deux Equations précédentes, ou dans les valeurs de  $y$  & de  $x$ , substituer pour ( $e$ ), la valeur  $\sqrt{aa - zz}$ , pour ( $f$ ) la valeur  $\frac{ce}{a}$ , & faire ensuite évanouir l'indéterminée ( $z$ ), pour avoir une Equation, laquelle ne renfermera plus le sinus de l'azimut du Soleil.

Comme les deux premiers membres de ces Equations ont un même dénominateur; on aura, en divisant la première par la seconde,  $\frac{z}{e} = \frac{y}{x}$ , ce qu'on auroit pû voir d'ailleurs.

Fig. 6. Car  $CP(x)$ ,  $PM(y) :: e$  sinus complément de l'angle azimutal est à  $z$  sinus du même angle, & mettant pour  $e$  la valeur  $\sqrt{aa - zz}$ , on aura  $\frac{z}{\sqrt{aa - zz}} = \frac{y}{x}$ , &  $\frac{zz}{aa - zz} = \frac{yy}{xx}$ . D'où l'on tire  $zz = \frac{aayy}{xx + yy}$  &  $z = \frac{ay}{\sqrt{xx + yy}}$ .

Enfin substituant dans l'une ou dans l'autre des deux Equations précédentes, les valeurs de  $z$ , de  $e$ , & de  $f$ , on aura après les réductions & extractions de racines, l'Equation suivante  $ahct = aagy \pm gctx$ , ou  $\frac{hct}{ag} \pm \frac{ctx}{aa} = y$ ,

Fig. 1. pour les deux cas; sçavoir,  $\frac{hct}{ag} + \frac{ctx}{aa} = y$ , pour le cas que l'angle  $ACB$  est obtus, ou que le Soleil est dans la partie méridionale du Ciel, &  $\frac{hct}{ag} - \frac{ctx}{aa} = y$ , pour le cas que le même angle est aigu, ou que le Soleil est dans la partie septentrionale.

Cette Equation étant linéaire, feroit connoître, si on ne le sçavoit d'ailleurs, que les lignes horaires correspondantes sont des lignes droites.

Comme l'expression de la distance du Soleil au Pôle ou de sa déclinaison n'entre point dans l'Equation ou dans la Formule, elle est générale pour toutes les déclinaisons du Soleil ou tous les temps de l'année : & de plus toutes les expressions étant indéterminées, hormis le sinus total, elle convient généralement à toutes les hauteurs du Pôle, à toutes les heures du jour & les hauteurs des Gnomons des Méridiennes. Ainsi en donnant à  $CP(x)$  une valeur à volonté, il sera très-aisé de trouver la valeur de  $PM$ , & par conséquent le point par où passe la ligne correspondante  $QM$  pour la minute ou l'heure devant ou après midi.

Ayant ainsi trouvé deux valeurs de  $PM$  à une distance raisonnable l'une de l'autre, on tirera une ligne droite d'un point  $M$  à l'autre, & cette ligne sera la correspondante à la Méridienne pour l'heure ou la minute donnée, le passage du centre de l'image du Soleil sur cette ligne donnera l'heure en temps vrai aussi précisément que par la Méridienne même.

Il est important de connoître exactement la hauteur ( $h$ ) du Gnomon. On supposera cette hauteur de 1000, ou de 100000 parties pour pouvoir, si l'on veut, négliger les fractions, après quoi ayant pris  $CP(x)$  d'un certain nombre de ces parties, on calculera la valeur de  $PM(y)$  très-aisément, surtout si l'on se sert des logarithmes, comme l'on voit par l'Exemple suivant.

#### E X E M P L E.

*Trouver le point M de la ligne correspondante d'une minute devant ou après midi, la valeur de  $CP(x)$  étant prise égale à la hauteur  $h$  du Gnomon, que nous supposons de 10000 parties à la hauteur du Pôle de Paris de 48 degrés 51 minutes.*

Nous aurons, en nous servant des logarithmes,  $h = x = \text{logarith. de } 100000 \text{ qui est } 500000.$

# 376 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

$c$  = sinus logarith. hauteur du Pole..... 9.87679.  
 $g$  = tangente, hauteur du Pole..... 10.05854.  
 $t$  = tangente de l'arc horaire d'une minute de  
 temps & 15 minutes de degrés..... 7.63982.  
 Enfin le sinus total ( $a$ )..... 10.00000.

$h$  = 5.00000.  $x$  = 5.00000.  $a$  = 10.00000.  
 $c$  = 9.87679.  $c$  = 9.87679.  
 $t$  = 7.63982.  $t$  = 7.63982.  $g$  = 10.05854.  


---

 $hct$  = 22.51661.  $xct$  = 22.51661.  $ag$  = 20.00854.

Retranchant la valeur de  $ag$  de celle de  $hct$ , & celle de  
 $aa$  qui est 20.00000, le premier reste sera 245807 pour  
 le logarithme de  $\frac{hct}{ag}$ , & le second, qui est 251661, sera  
 le logarith. de  $\frac{ctx}{aa}$ . Ces deux logarithmes donnent les deux  
 nombres 287 & 329, dont la somme 616 =  $\frac{hct}{ag} + \frac{ctx}{aa}$   
 =  $y$  =  $PM$ .

Ainsi la hauteur du Gnomon étant de 1000 pouces;  
 comme à la fameuse Méridienne de S.<sup>t</sup> Pétrone de Boulogne  
 la Ligne correspondante ou horaire d'une minute passe à 6  
 pouces 2 lign.  $\frac{1}{2}$ , du point de la Méridienne, dont la distance  
 est égale à la hauteur du Gnomon, relativement à celle du  
 Pole de Boulogne de 40 degrés 30 minutes.

On voit clairement par nôtre Exemple, la méthode de  
 trouver les Lignes correspondantes de toutes les minutes &  
 même des heures devant & après midi, par nôtre première  
 Formule, laquelle servira, comme nous avons dit, depuis le  
 Méridien jusqu'au premier vertical, tant dans la partie orien-  
 tale que dans la partie occidentale du Ciel. Mais passé le pre-  
 mier vertical, il faudroit se servir de la seconde Formule.

Si dans nos deux Formules l'on fait  $x$  = 0, on aura  $\frac{hct}{ag}$   
 =  $y$  & la valeur de ( $y$ ) qu'on trouvera dans ce cas, sera la  
 distance à laquelle la ligne correspondante passera du pied  
 de



de la verticale du Gnomon, en sorte qu'on aura un point de cette ligne par un calcul encore plus simple.

Si pour avoir le point où toutes les lignes correspondantes coupent la Méridienne, l'on fait  $y=0$ , ou  $\frac{hct}{ag} \pm \frac{ctx}{aa} = 0$ ; on aura  $\frac{ah}{g} = \mp x$ ; c'est-à-dire, que pour avoir le point  $Q$ , centre de réunion de toutes les lignes correspondantes, il faut prendre dans le premier cas  $CQ = -\frac{ah}{g}$  du côté des  $x$  négatifs, & dans le second cas  $CQ = +\frac{ah}{g}$  du côté des  $x$  positifs; ce qui montre que dans le premier cas, le Soleil étant du côté du Sud, les lignes horaires doivent aller du côté du Nord; & dans le second cas, le Soleil étant du côté du Nord, les lignes horaires doivent aller du côté du Sud. On fera donc pour avoir la valeur de  $CQ.g.a :: h.x$ . Et en effet, il est aisé de voir par les principes de la Gnomonique, que pour avoir le centre des lignes horaires, il faut faire cette analogie.

Comme la tangente de la hauteur du Pole  
est au sinus total.

Ainsi la hauteur du stile

sera à la distance du pied du stile au centre du Cadran:

Nôtre Formule  $\frac{hct}{ay} + \frac{ctx}{aa} = y$ , donne  $\frac{ay}{ct} - \frac{ah}{g} = \pm x$ .

Si dans ces Equations, l'on fait  $(c)$  &  $(g)$  égaux à zero; c'est-à-dire, si la hauteur du Pole est nulle, on aura  $y = \frac{ht}{a}$ ;

&  $\pm x = \frac{ay}{0} - \frac{ah}{0} = \infty$ , ce qui montre que dans la Sphère droite, ou sous l'Équateur, ou dans la Sphère oblique sur un plan parallèle à l'axe du Monde  $CP$ ,  $(x)$  étant infinie, les lignes horaires sont parallèles à la Méridienne, & que la distance  $PM (y)$  de la Méridienne à la ligne horaire est égale à la quatrième proportionnelle, au sinus total, à la tangente de l'angle horaire, & à la hauteur du Gnomon.

Lorsque  $C=a$ , ou que la hauteur du Pole est de 90 degr.

Mem. 1731.

. Bbb

la tangente ( $g$ ) sera infinie, & l'on aura  $y = \pm \frac{a}{g}$ , &  $x = \pm \frac{ay}{g}$ , ce qui montre que dans la Sphère parallèle, ou sous les Poles du Monde, ou dans la Sphère oblique sur un plan parallèle à l'Equateur, la perpendiculaire  $PM$  ( $y$ ) est égale à la quatrième proportionnelle, au sinus total, à la tangente de l'angle horaire, & à la distance  $CP$  ( $x$ ), &c. Ce qu'on peut connoître d'ailleurs par les principes de la Sphère.

Je ne suis entré dans ces derniers détails, que pour faire voir que les Formules algébriques renferment tous les cas possibles, & qu'on peut employer utilement nôtre Méthode pour avoir des Solutions générales d'un grand nombre de Questions Astronomiques.



Fig. 2.

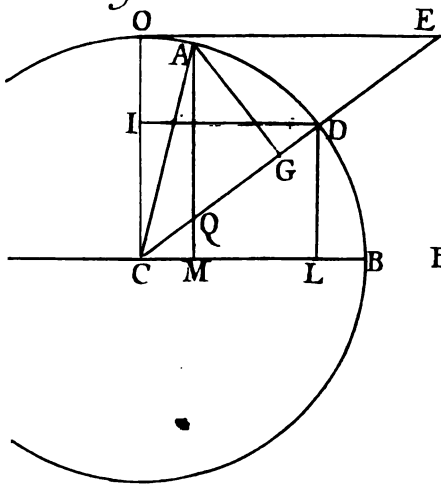


Fig. 3.

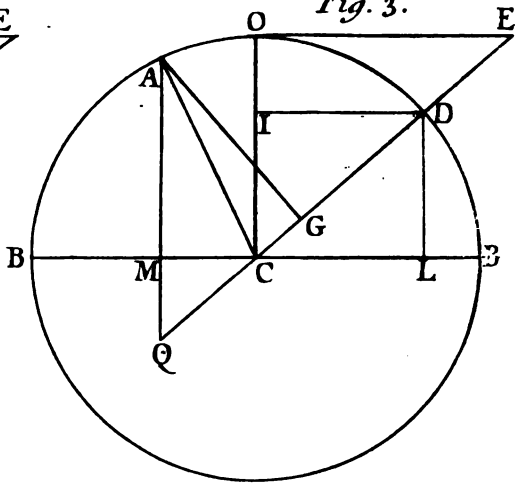


Fig. 5.

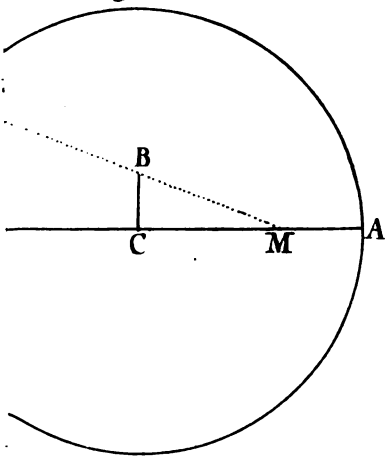
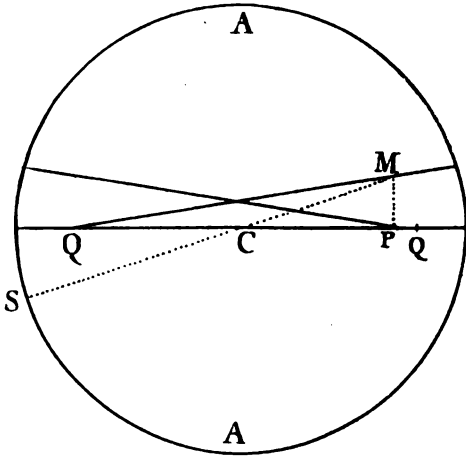


Fig. 6.





## OBSERVATIONS

DE

## QUELQUES AURORES BOREALES

*Qui ont paru cet Automne 1731. à Breuillepont  
en Normandie, Diocèse d'Evreux.*

Par M. DE MAIRAN.

DEPUIS le 26 Septembre jusqu'au 28 Octobre inclu- 7 Décembre  
sivement, l'Aurore Boréale a paru 15 fois bien mar- 1731.  
quée, sans compter quelques apparitions équivoques. Du 26  
Septembre au 8 Octobre, c'est-à-dire, dans l'intervalle de  
13 jours, elle s'est montrée 11 fois, n'y ayant eu que le  
1.<sup>er</sup> & le 6 Octobre où il n'ait rien paru. Le plus long  
intervalle qui s'y trouve ensuite a été de 14 jours, sçavoir,  
depuis le 8 jusqu'au 23.

Cinq à six de ces Aurores Boréales ont été grandes, accompagnées de phénomènes singuliers, & du nombre de celles qu'on apperçoit en même temps en des lieux très-éloignés, & presque dans toute l'Europe. Six à sept ont été foibles & *tranquilles*, c'est-à-dire, sans mouvement apparent, sans éclairs, & sans jets de lumière. Quelques autres ont tenu un milieu entre celles-ci, & les grandes. Il s'en trouve qui ont paru avec le clair de la Lune, plusieurs avec des nuages, & un temps couvert, & quelques-unes enfin avec la pluie même.

Depuis le 15 Septembre que j'ai été à la Campagne, dans la situation la plus commode pour observer ce Phénomene, je n'ai commencé à le voir paroître que le 26 du même mois : je l'apperçûs vers les 8 heures du soir. Il consistoit en une bande de lumière courbée en arc, qui bordoit un segment obscur & fumoux, l'un & l'autre fort bas,

Bbb ij

faisant en tout une portion apparente d'un cercle coupé par l'horison, ou par une corde de 73 ou 74 degrés; comme je le vérifiai avec un Instrument que j'avois apporté exprès pour cet usage. La hauteur du milieu du segment obscur n'étoit guère que de 8 degrés, & celle de l'Arc lumineux de 10 à 11, ce qui lui donne un limbe de 2 ou 3 degrés de largeur. Je n'en ai guère vû de mieux terminé que l'étoit celui-ci. Le Phénomene demeura à peu-près dans cet état, jusques vers les 9 heur. où il commença d'augmenter considérablement de force & d'étenduë. Alors arrivèrent les jets de lumière, dont quelques-uns étoient colorés de rouge & de jaune. Les plus élevés n'alloient pas au de-là de 40 ou 45 degrés au dessus de l'horison. Mais à mesure que toute la masse du Phénomene augmentoit, ses parties en devenoient moins terminées; il se faisoit des brèches au bord du segment obscur, aux endroits d'où partoient les rayons, & son intérieur se perçoit, & s'entrecoupoit d'une lumière blancheâtre, tirant sur le citrin, qui gagna enfin toute son étenduë; de sorte que vers les 9<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ , il en résultoit un arc, ou plutôt un segment de cercle, éclairé dans toutes ses parties, mais toujours d'une lumière plus forte auprès de l'horison, que près de l'Arc. Dans cet état, cette Aurole Boréale me parut tout-à-fait semblable à celle qui arriva à pareil jour du même mois, en 1726, & dont on trouve la description & la figure dans les Mémoires de cette même année. L'Arc lumineux, ou éclairé, jusqu'à l'augmentation dont je viens de parler, avoit été tout-à-fait Nord-Oüest, sa jambe orientale qui étoit à la droite du spectateur, se trouvant assés précisément au dessous de l'Etoile Polaire, & son milieu sous les deux Etoiles inférieures du quarré de la grande Ourse ( $\beta$ ,  $\gamma$ ). Mais en augmentant, il se jettoit en partie vers l'Est, de manière qu'à 9<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$ , & au moment où l'Etoile du Bouvier étoit prête à se cacher sous l'horison, l'extrémité occidentale de l'Arc se trouvoit 5 à 6 degrés au de-là de cette Etoile, tandis que l'extrémité orientale tomboit à 2 ou 3 degrés à droite du vertical de l'Etoile de la Chevre; ce qui donne à cet Arc environ

65 degrés d'amplitude occidentale, & 47 d'amplitude orientale, & en tout 112 degrés. Je ne pûs prendre sa hauteur, parce qu'il n'étoit plus assés bien terminé pour cela.

Depuis  $9^h \frac{1}{2}$ , la lumière alla toujours en s'affoiblissant, jusques vers les  $10^h \frac{1}{2}$ , où on l'appercevoit à peine. Cependant je ne la vis point entièrement disparoître, & j'appris le lendemain que le Phénomene avoit repris une grande partie de son éclat après minuit.

Toute la journée avoit été fort belle, le Ciel fort serein, & le coucher du Soleil dégagé de tout nuage.

Le lendemain qui étoit le 27, l'Aurore Boréale commença à paroître vers les  $10^h$  du soir. Elle fut en général, moins étendue, moins brillante, & de moindre durée que la précédente; elle eut cependant des colonnes, & des jets de lumière vers les  $10^h \frac{3}{4}$ ; sa position étoit encore à peu-près pareille, se trouvant des  $\frac{3}{4}$  vers l'Occident. Son jet de lumière le plus élevé ne monta que peu au de-là de la pénultième de la queue de l'Ourse, c'est-à-dire, à environ 20 degrés au dessus de l'horison.

Le 28, le 29 & le 30 Septembre n'ont eu que de petites Aurores Boréales foibles, & tranquilles, mais bien marquées, & d'une assés longue durée, ayant toutes commencé de paroître à  $8^h$  ou  $8^h \frac{1}{2}$  du soir, & n'ayant cessé que vers le minuit. Il faut en excepter celle du 28, qui disparut à  $10^h \frac{3}{4}$ ; mais peut-être seulement, à cause d'une espece de broüillard qui s'éleva, & qui couvrit tout le Ciel. Le jour avoit été cependant fort beau & fort serein; mais le 29 & le 30 furent souvent couverts de nuages. Il y eut aussi presque toujours à ces Aurores Boréales un nuage épais vers l'Occident, qui en cachoit une partie, en prenant successivement différentes figures. Leur position déclinait encore, comme aux précédentes, d'environ le quart de leur amplitude vers le couchant.

Le 1.<sup>er</sup> Octobre, il n'y a rien eu. Le Nord, que j'ai souvent regardé, a été toujours de la même couleur que le reste du Ciel, après le crépuscule.

Mais le 2.<sup>me</sup> nous a donné une des grandes Aurores Boréales que nous ayons encore vûes, & accompagnée des Phénomènes les plus remarquables. Elle ne commença à se montrer que vers les 10<sup>h</sup> du soir, & par une très-petite clarté, qui bordoit l'horison au dessous du quarré de la grande Ourse, mais elle croissoit à vûe d'œil. Environ une demi-heure ou trois quarts d'heure après, l'Arc blancheâtre & lumineux, bordant le segment obscur, commençoit à paroître, haut de 7 à 8 degrés, sur une étendue de 25 à 30. A 11<sup>h</sup>, il étoit un peu plus grand dans toutes ses parties, & plus grand encore à 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$  & à 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  où le Phénomène commença à darder des jets, & des rayons de lumière vers les Etoiles de la grande Ourse, & du Dragon; jusqu'à ce moment l'Aurore Boréale avoit été tranquille. Mais dès ce moment aussi, les jets de lumière, de même que son étendue, ne firent qu'augmenter. Je n'en ai jamais vû aucune croître aussi régulièrement de tous côtés, & en toutes manières, que celle-ci, ni s'attirer plus d'attention par ces degrés successifs d'étendue & de force, avec lesquels elle sembloit naître, & s'élever de dessous le Pole vers le Zénith. Ce changement & ce mouvement furent si continus, que je ne pûs déterminer, avec exactitude, la position de l'arc, ni du segment obscur. Leur amplitude me parut d'environ 120 ou 125 degrés, à 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ , avec un peu de déclinaison vers l'Occident. La hauteur du Limbe éclairé, à son milieu, pouvoit être de 20 à 25 degrés.

Outre le segment obscur & fumeux, ordinaire, il en paroissoit un autre intérieurement encore plus obscur, & c'est des bords de celui-ci que s'élevoient la plupart des jets de lumière, plus fréquents vers l'Orient, que vers l'Occident, & teints à leur extrémité d'un rouge couleur de feu.

Ici, je veux dire vers les 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{3}{4}$ , le Phénomène parut devenir stationnaire, & peu de temps après diminuer d'amplitude, sans diminuer de hauteur, ni de clarté. A huit  $\frac{1}{4}$ , il étoit rétréci d'une trentaine de degrés, & ne cupoit qu'environ 90 degrés sur l'horison. Le d



segment obscur se trouvoit confondu avec le premier & le plus grand, & les jets de lumière partoient indifféremment de toutes les parties, quoique toujours beaucoup plus vers l'Orient que vers l'Occident.

Mais à minuit & demi, tout le Phénomene reprenant de nouvelles forces, & augmentant avec plus de rapidité qu'il n'avoit fait jusqu'alors, nous fit voir en moins de 5 à 6 min. cet incendie presque universel, qu'on remarqua dans la fameuse Aurore Boréale du 19 Octobre 1726. Les jets de lumière sont redoublés, les vibrations, les éclairs, & les ondulations arrivent, l'Arc, ou la lumière septentrionale s'étend à plus de 150 degrés sur l'horison, parvient au Zénith, & passe bien-tôt au de-là. Ses bords se trouvent, par ce moyen, vers le Midi, mais interrompus, mal terminés, & entrelacés de grands flocons de matière blancheâtre. Je le vis passer ainsi successivement par l'Etoile du Nord, par la Constellation de Cassiopée, & jusqu'auprès des Etoiles de la tête du Bélier. Il laissoit donc le Zénith derrière lui, & il se portoit à 20 ou 25 degrés vers le Sud. La partie de l'hémisphère, du côté du Nord, demeura toujours plus marquée, par un mélange de fumée & de lumière de diverses couleurs. C'est du Nord encore que paroissoient toujours partir, & les jets de lumière, & les ondulations. Le rouge dominoit vers l'Orient, le jaune, & la fumée vers l'Occident, & le blanc tirant sur un verd-pâle céladon, étoit la couleur la plus généralement répandue sur le reste du Ciel. On vit toujours les Etoiles à travers la lumière, les couleurs, & la fumée apparente. Une des différences des plus marquées que j'observai entre le Phénomene du 19<sup>me</sup> Octobre 1726, & celui que je décris présentement, c'est que ce dernier paroissoit composé de plus grandes pieces de matière lumineuse ou éclairée.

Enfin après quelques diminutions, & quelques reprises qui durèrent jusqu'à environ  $1^h \frac{1}{4}$ , il alla toujours en s'affoiblissant, de sorte qu'à 2<sup>h</sup>, ce n'étoit plus qu'une petite clarté du côté du Nord, fort basse, & fort semblable à celle qu'on y avoit apperçûe d'abord à 10<sup>h</sup>.

La journée avoit été assés belle, à quelque vent près qui cessa vers les 11<sup>h</sup> du soir.

Le 3 Octobre, l'Aurore Boréale paroissoit déjà toute formée dès 6<sup>h</sup>  $\frac{3}{4}$  & quelques minutes, où j'en fus averti. C'étoit un sentier lumineux, bien circulaire, posé à peu-près sous l'Etoile Polaire, mais déclinant un peu vers l'Occident. Il étoit bas, mais fort étendu, ayant environ 110 ou 112 degrés d'amplitude, & seulement 9 à 10 degrés de hauteur. Le segment obscur étoit au dessous, & des jets de lumière en rompoient de temps en temps les bords. Dans cette Aurore Boréale, qui ne cède guère à la précédente, en étendue & en magnificence, je n'ai point remarqué cet accroissement régulier, & par degrés, qui la caractérisoit. Elle a été aussi en général plus paisible, plus stationnaire, plus rassemblée, & mieux terminée dans toutes ses parties. Il y a eu cependant quelques moments de confusion, & d'un incendie qui paroissoit vouloir se répandre sur tout l'hémisphère visible du Ciel. Le plus fort a été vers les 10<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . Elle a eû aussi ses vibrations de lumière, & ses ondulations, mais elles ressembloient davantage à des éclairs, par l'inégalité des intervalles de temps qu'elles laissoient entr'elles. Le sentier, ou l'Arc lumineux, & le segment avoient fort changé de figure & de grandeur vers les 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$ . A 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ , ils devinrent plus réguliers. L'amplitude de toute cette masse alloit à environ 145 ou 150 degrés, & paroissoit assés juste, d'une 5.<sup>me</sup> partie plus occidentale, qu'orientale. Un peu avant 8<sup>h</sup>, il s'est détaché du total, un Arc lumineux, extérieur au précédent, & parallèle à la partie du dedans, qui par-là en formoit un second. La lumière de l'extérieur étoit un peu plus foible, & il passoit entre l'Etoile Polaire, & les sept Etoiles de la grande Ourse. L'Arc intérieur demeura seul quelques minutes après, & il fut toujours le plus marqué de tous ceux qui parurent à différentes reprises, où il s'en forma quelques autres, tant intérieurement, qu'extérieurement à celui-ci. Le bord de son limbe passoit un peu au de-là de la queue de l'Ourse, & pouvoit avoir 24 ou 26 degrés de hauteur,

sur

sur une amplitude de 120 ou 125 degrés. On distingua toujours les Étoiles à travers la lumière de l'Arc, ou des Arcs, & à travers la fumée apparente du segment, & surtout la seconde Étoile ( $\beta$ ) du Cocher, qui y étoit plongée du côté de l'Est, où l'épaisseur de cette fumée paroïssoit très-grande.

Le degré de clarté que ce Phénomene, & celui du jour précédent, répandoient sur la Terre, dans les moments où ils brilloient davantage, alloit jusqu'à me laisser reconnoître la main, ou le caractère de cinq à six Lettres que j'avois sur moi, mais non pas jusqu'à me permettre de les lire sans peine.

La lumière & le segment diminuèrent toujours de force & d'étendue, depuis 10<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ , & l'on ne voyoit plus à minuit que cette impression de clarté que l'Aurore Boréale laisse presque toujours vers le Nord, long-temps après qu'elle s'est montrée avec ses phénomènes ordinaires.

Le 4 & le 5 Octobre n'ont fourni que des Aurores Boréales foibles & tranquilles, & le 6 en a été tout-à-fait exempt.

Mais le 7 & le 8 ont été marqués par deux des plus grandes, & des plus curieuses, qui ayent encore paru.

Il seroit sans doute ennuyeux pour la plûpart des Lecteurs, après les descriptions qu'on vient de voir, quoique fort abrégées d'après mes mémoires, d'en retrouver encore ici d'aussi détaillées sur ce qui me reste à rapporter. Les Aurores Boréales sont devenues aujourd'hui si communes, qu'il n'y a guères que ceux qui ont à travailler sur ce sujet, qui puissent ne se pas laisser d'en voir rechercher si curieusement toutes les circonstances. Je me contenterai donc, à l'égard des premiers, de rapporter ce qu'il y a de plus singulier ou de plus essentiel sur les Aurores Boréales suivantes, & j'avertirai seulement les seconds, que j'ai, à leur disposition, un état de tout ce que j'observe sur cette matière, depuis cinq à six ans, avec des descriptions, & des figures, faites presque toujours sur le champ, & sur les lieux de l'Observation. Je suis moi-même dans le cas, & le besoin fréquent que j'aurois de

quantité de particularités qui me manquent sur les Aurores Boréales qui ont paru ailleurs, ou dans d'autres temps, me fait croire, que ce que j'en ai recueilli de plus superflu en apparence, & seulement pour mon usage, pourroit bien un jour trouver son utilité.

Le coucher du Soleil du 7 Octobre fut accompagné de plusieurs nuages qui le cachoient, & cependant je ne me souviens pas d'en avoir vû de ma vie un plus beau par la variété, la vivacité, & l'arrangement des couleurs qui lui succéderent. Toute la journée avoit été assés couverte; de plus, la Lune, qui avoit 7 jours, étoit sur l'horison, & y devoit être, selon la Connoissance des Temps, jusqu'à  $9^h 25'$ . Malgré cela, l'Aurore Boréale parut avant  $7^h \frac{1}{2}$ , & ne discontinua point de toute la nuit. Son plus beau moment fut à  $11^h \frac{1}{2}$ , où la matière fumeuse éclairée & les flocons blanchâtres se répandirent par tout le Ciel visible, excepté une trentaine de degrés en amplitude & en hauteur, vers le midi, précisément comme à l'Aurore Boréale du 19 Octobre 1726; c'étoit aussi à peu-près les mêmes jets de lumière, les mêmes vibrations, & seulement moins promptes, & moins réglées; la magnificence des couleurs étoit pour le moins aussi grande, le couleur de feu surtout y dominoit, & tapissa alternativement l'Est & l'Ouest. Les pièces du Phénomene & les flocons lumineux avoient plus d'étendue, étoient moins entrecoupés, & en général, il n'y avoit pas tant de mouvement qu'en 1726. Il sembla quelquefois que la Couronne alloit se former au Zénit, mais elle n'y fut jamais achevée, ni bien marquée. Il n'y eut qu'un moment vers le minuit, où l'on vit les trois quarts d'une ellipse assés régulière, d'environ 10 à 12 degrés d'ouverture à son grand diametre, & de 8 à 9 sur le petit, son centre déclinant de 10 à 12 degrés vers le Sud-est; mais elle fut bientôt effacée ou confondue avec le reste des flocons de matière éclairés. Depuis  $12^h \frac{1}{2}$  la lumière du Phénomene, & tous ces autres accidents diminuèrent sans cesser entièrement jusqu'au crépuscule du matin.

Une chose peut-être assés remarquable, c'est qu'il y eut

toûjours deux gros nuages aux côtés de la lumière septentrionale, qui me parurent quelquefois tenir de la matière du Phénomene. Ils changerent beaucoup de figure, & de grosfeur, mais peu de lieu, & de confistance. Ils y étoient à 7 heures & demi, c'est-à-dire, dès que l'on commença d'appercevoir l'Aurore Boréale, & ils y étoient encore à 3 heures du matin, tout le reste du Ciel étant alors clair & serein. J'ai vû d'autres fois quelque chose de pareil, mais jamais d'une manière si marquée & si durable.

Ni les Arcs lumineux, ni le segment obscur n'ont jamais été affés bien terminés, ou affés constants, pour en déterminer l'étenduë & la hauteur, & les deux gros nuages, dont je viens de parler, m'ont caché la plûpart du temps les deux extrémités de la lumière & de la fumée sur l'horifon, à l'Est & à l'Oüest.

Imaginés l'Aurore Boréale précédente, avec un Ciel beaucoup plus couvert de nuages, un clair de Lune plus fort d'un jour, & un peu de pluie, qui tombe de temps à autre, & vous aurés une idée affés juste de l'Aurore Boréale du 8<sup>me</sup> Octobre.

Le Soleil n'avoit paru que des instants dans la journée, il étoit tombé quelques gouttes de pluie à diverses fois dans l'après midi, & pendant le coucher du Soleil, & toûjours par un vent Sud-est. La pluie fut affés forte à 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  du soir, & pendant l'apparition du Phénomene, que l'on ne laissoit pas de distinguer encore par la lumière du Nord. Avec des circonstances si contraires, il y eut des moments favorables, & où l'Aurore Boréale parut dans toute sa splendeur. L'Arc lumineux & le segment obscur furent souvent bien marqués de 8 jusqu'à 10 heures, & je jugeai le bord du limbe de 25, ou 26 degrés de hauteur sur l'horifon.

Ce que la Lune éclairoit dans ces moments, sur des nuages parsemés çà & là, on le distinguoit fort bien de ce qui étoit éclairé par le Phénomene. Mais il n'étoit pas toûjours aussi aisé de distinguer entre quelques-uns de ces nuages, ceux qui étoient réellement tels, & ceux qui n'en avoient que

l'apparence, & qui faisoient partie du Phénomène. Leur transparence par rapport aux Etoiles, quand le hazard les faisoit passer au dessous, étoit la seule marque de distinction qui ne fût pas équivoque.

De toutes les nuits qui ont suivi celle du 8<sup>me</sup> Octobre, il n'y en a point que je croie plus sûrement avoir été sans Aurore Boréale que celle du 22, c'est-à-dire, la veille du jour que l'Aurore Boréale reparut. Car on la vit le 23 à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ , & elle continua de se montrer jusques vers le minuit. Elle n'eut rien de grand, ni de singulier, son amplitude fut d'environ 100 degrés, & sa hauteur de 18 à 20. Elle jeta quelques rayons vers les 8<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . La journée avoit été froide, souvent obscurcie par des nuages, & avec beaucoup de vent Nord-est.

Le 24 fut encore plus couvert, & il y eut de la pluie à plusieurs reprises dans la journée, & surtout à la fin du crépuscule du soir, qui est le temps où l'Aurore Boréale commence ordinairement de paroître. Je remarquai dès 6<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{3}{4}$  que quantité de nuages qui faisoient un Ciel pommelé, étoient éclairés par leur partie opposée à la Terre, comme si la Lune avoit été derrière eux. J'étois assuré cependant que la Lune étoit couchée depuis long-temps, & je ne hésitai point à dire malgré l'obscurité qu'il y avoit vers le Nord, à cause du broüillard & de la pluie, que je voyois une grande disposition à l'Aurore Boréale, ou plutôt l'Aurore Boréale elle-même, à qui il ne manquoit que des circonstances plus favorables pour se montrer. En effet, la pluie ayant cessé vers les 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$ , & le temps s'étant un peu éclairci, nous vîmes distinctement la Lumière Septentrionale par une grande clarté Nord-ouest, le Nord étant toujours fort chargé, & par quantité de flocons de matière blancheâtre répandus par tout le Ciel, & à travers lesquels on voyoit paroître les Etoiles, lorsque le broüillard ou les vrais nuages ne s'y mêloient pas.

Le 25 la pluie ne commença que vers les 6 heures du soir, le temps ayant été assés beau, & fort doux dans la journée avec un peu de vent Sud-est. Vers les 9 heures

j'aperçûs la même apparence, & dans les mêmes circonstances que le jour précédent. A 10 heures la pluie ayant presque entièrement cessé, & le Ciel s'étant découvert en quelques endroits, la Lumière Septentrionale parut. A 11<sup>h</sup> elle étoit fort étendue, de sorte que si le Ciel eût été clair & serein, il y a lieu de croire que cette Aurore Boréale eût été une des plus grandes. A 11<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  elle étoit fort abaissée, avec un gros nuage épais vers le Nord-est, qui en couvroit la plus grande partie.

L'Aurore Boréale du 28 Octobre, la dernière que j'ai vû à la campagne, & dont je ferai mention dans cet Extrait, fut petite & de peu de durée; elle mérite cependant quelque attention. Elle commença un peu avant 8 heures, & finit vers les 9<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . C'étoit une foible clarté répandue sur l'horison, directement sous l'Etoile polaire, & qui sur une amplitude de 50 ou 60 degrés ne s'élevoit que jusqu'à la moitié de l'intervalle compris entre l'horison & les Etoiles de la grande Ourse. Nulle apparence de segment obscur, & de fumée, excepté à son extrémité occidentale, où il y en avoit un peu. Mais il sortoit d'un centre ou d'un foyer caché sous l'horison, & qui sembloit ne s'éloigner pas beaucoup du Pole de la Terre, des jets & des rayons de lumière aussi distincts que ceux des Aurores Boréales les plus marquées. Ils s'effacèrent néanmoins de temps en temps vers les 8<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  & 9<sup>h</sup>; & ils disparurent enfin, comme il arrive toujours, avant que la clarté septentrionale s'évanoût.

J'apprends que quelques-unes de ces Aurores Boréales ont paru en divers endroits de l'Europe, mais je n'ai encore rien d'assés circonstancié là-dessus pour en faire part à la Compagnie.



*SUR LE MOUVEMENT CURVILIGNE  
DES CORPS  
DANS LES MILIEUX QUI SE MEUVENT.*

Par M. BOUGUER.

22 Decemb.  
1731.

**M**ALGRÉ le grand nombre de Recherches qu'on a faites sur les Forces centrales, & sur le mouvement curviligne des Corps, on n'a point encore, que je sçache, examiné le cas où les projections se font dans un milieu qui se meut. On a bien supposé que les Forces centrales ne tendoient pas à un seul point; on ne s'est pas contenté de les considérer dans le vuide, on les a examinées dans des milieux de différentes densités, & on a rendu les résistances proportionnelles aux vîtesses du mobile, élevées à quelque puissance que ce soit; mais on n'a mis aucune autre condition. Cependant si ces sortes de recherches ne sont pas simplement curieuses, si elles sont encore de quelque utilité, leur application sera toujourns renfermée dans des limites extrêmement étroites, tant qu'on ne considérera pas le milieu dans le cas du mouvement. Nos projections se font souvent ici bas, comme on le sçait, dans des fluides qui ont quelque vîtesse; & si nous levons les yeux pour observer le mouvement des Planetes, nous sommes forcés de reconnoître qu'il se fait dans un fluide qui circule avec une extrême rapidité. C'est donc là une nouvelle considération qu'il est à propos d'ajouter à la Théorie des Forces centrales: car il est clair qu'elle doit apporter beaucoup de différence dans la direction & la vîtesse des mobiles, puisque l'action de la pesanteur se trouve ensuite compliquée avec celle du fluide qui choque le corps, & qui lui communique, peut-être, encore une seconde gravité, par l'effort qu'il fait continuellement pour s'éloigner du centre de ses révolutions. Tout cela rend plus long, sans



rendre beaucoup plus difficile, le calcul analytique dans lequel nous allons entrer. Nous nous proposons principalement de déterminer par les circonstances du mouvement du projectile, les causes extérieures de ce mouvement : la pesanteur du corps, avec la vitesse & la densité du milieu. En un mot lorsqu'on voit un mobile décrire une ligne courbe, il y a un certain nombre de choses qu'on touche, pour ainsi dire, & qu'on peut mesurer d'une manière immédiate; nous entreprenons de passer autant qu'on le peut, de la connoissance de ces choses qui concernent le mobile, à la connoissance de celles qui pour l'ordinaire, ne tombent pas également sous les sens, & qui appartiennent au milieu.

*Construction des Formules qui expriment la relation de toutes les Forces qui agissent sur le Mobile.*

I. Soit  $ABD$  (Fig. 1. & 2.) la courbe tracée par le mobile,  $C$  le point central, vers lequel tend la pesanteur que nous désignerons par  $G$ , & nous nommerons  $y$ , les distances comme  $AC$ ,  $BC$  à ce point, &  $dy$  leurs petites parties comme  $AE$ , qui sont retranchées par les petits arcs  $BE$ , décrits du point  $C$  comme centre. Nous nommerons  $s$ , les parties sensibles de la courbe, &  $ds$ , les parties infiniment petites, comme  $AB$ , qui sont parcourues dans chaque instant, par le mobile avec la vitesse  $v$ .  $AH$  est l'espace infiniment petit, parcouru en même temps par le fluide dans lequel le projectile se meut; c'est-à-dire, que les molécules du fluide qui environnoient le mobile, lorsqu'il étoit en  $A$ , parviennent en  $H$ , en même temps que le mobile parvient en  $B$ . Nous nommerons  $z$  la vitesse de ce fluide, &  $D$  la densité; & prenant l'unité pour sinus total,  $h$  marquera le sinus de l'angle  $HAB$  que fait la direction  $AH$ , avec celle du projectile, &  $k$  le sinus de complément; de sorte que si du point  $H$ , on abaisse la perpendiculaire  $HN$  sur la tangente  $AF$  à la courbe,  $k$  sera le sinus de l'angle  $AHN$ .

D'un autre côté,  $AH$  étant parcourue par le fluide avec

la vitesse  $z$ , en même temps que  $AB$  l'est par le mobile, avec la vitesse  $v$ , nous pouvons trouver cette petite ligne  $AH$  par cette analogie,  $v : AB = ds :: z : AH = \frac{z ds}{v}$ ; & nous aurons  $HN$  &  $AN$  par ces deux autres proportions;

L'unité ou le sinus total est à  $AH = \frac{z ds}{v}$ ;

Comme le sinus  $h$  de l'angle  $HAN$  est à  $HN = \frac{h z ds}{v}$ ;

Et comme le sinus  $k$  de l'angle  $AHN$  est à  $AN = \frac{k z ds}{v}$ .

Ainsi le petit espace  $Nb$  qui est égal à  $AN - Ab$ , ou à  $AN - AB$  sera égal à  $\frac{k z ds}{v} - ds$ , ou à  $\frac{k z ds - v ds}{v}$ , &  $Hb$

( $= \sqrt{HN^2 + Nb^2}$ ) sera égal à  $\sqrt{\frac{h^2 z^2 ds^2 + k^2 z^2 ds^2 - 2 k z v ds^2 + v^2 ds^2}{v^2}}$ .

qui se réduit à  $\frac{ds}{v} \sqrt{h^2 z^2 + k^2 z^2 - 2 k z v + v^2}$ , & à  $\frac{ds}{v}$

$\sqrt{z^2 - 2 k z v + v^2}$ , en mettant l'unité, le carré du sinus total, à la place de la somme  $h^2 + k^2$  des carrés des sinus  $h$  &  $k$ . Enfin comme il se peut faire que le fluide ne se meuve pas en ligne droite, nous nommerons  $r$  le rayon  $Al$  de la développée de la courbe qu'il décrit. Nous abaisserons aussi du centre  $C$ , les perpendiculaires  $CF$  &  $Cf$  sur les tangentes  $AF$  &  $Bf$  aux deux extrémités du petit arc  $AB$ , parcouru par le projectile, & nous désignerons par  $p$  ces perpendiculaires, & par  $dp$  leur différentielle  $GF$ , ou plutôt leur petite partie  $GF$  interceptée entre les tangentes  $AF$  &  $Bf$ . Il est clair d'ailleurs que ces mêmes tangentes  $AF$  &  $Bf$  doivent se couper au point  $O$  qui répond au milieu du petit arc  $AB$ , à cause de la courbure régulière qu'a ce petit arc dans un aussi petit espace. Ainsi  $BO$  ou  $bo$  est égal à  $\frac{1}{2} ds$ , & nous trouverons la petite ligne  $Bb$  qui marque la quantité dont la courbe s'éloigne de sa tangente dans le petit espace  $AB$ , en faisant cette proportion,  $FO = FA$

$$= \sqrt{AC^2 - FC^2} = \sqrt{y^2 - p^2} : FG = dp :: OB = \frac{1}{2} ds \\ : Bb = \frac{ds dp}{2 \sqrt{y^2 - p^2}}.$$

II. Tout cela supposé, je considère que puisque les diverses puissances qui agissent sur le mobile lui font décrire la courbe  $ABD$ , avec une vitesse variable  $v$ , il faut qu'elles produisent en même temps deux effets que nous devons examiner séparément; l'un de détourner sans cesse le corps de sa première direction  $AF$ , & de l'en écarter de la petite quantité  $bB = \frac{ds dp}{2 \sqrt{y^2 - p^2}}$ , pendant qu'il parcourt chaque

petit arc  $AB$ ; l'autre de l'empêcher de se mouvoir d'un mouvement uniforme, en faisant continuellement augmenter ou diminuer sa vitesse, de la petite quantité  $dv$ . J'examine d'abord ce second effet, & je fais attention que la pesanteur  $G$ , n'y contribue qu'autant qu'elle agit selon la tangente  $AF$  qui sert en  $A$  de direction au mobile. Ainsi il faut décomposer cette pesanteur; & il est clair que si l'on fait cette ana-

logie,  $AC = y : AF (= \sqrt{AC^2 - CF^2}) = \sqrt{y^2 - p^2}$ ,

::  $G : \frac{G \sqrt{y^2 - p^2}}{y}$ , nous aurons  $\frac{G \sqrt{y^2 - p^2}}{y}$  pour la partie

que nous voulions connoître, qui s'exerce à faire accélérer la vitesse du projectile. Mais le projectile doit avoir encore comme une seconde pesanteur, causée par la force centrifuge du milieu. La pesanteur ou force centrale  $G$  est, ou inhérente au corps, ou produite par un autre fluide beaucoup plus subtil, qui pénètre celui que nous prenons ici pour milieu, à peu-près de la même manière que l'éther pénètre l'air grossier dans lequel se font nos projections ordinaires. Mais le milieu, en circulant avec la vitesse  $z$ , & en décrivant une courbe, dont  $AI = r$  est le rayon de la développée, doit faire un effort continuel pour s'éloigner du point  $I$ , & il doit par conséquent repousser le mobile vers ce même point, selon la ligne  $AI$ . Or la force centrifuge étant proportionnelle, comme il est démontré, au carré de la vitesse, divisé par le rayon de la circulation, nous aurons  $\frac{z^2}{r}$  qu'il faut multiplier par la densité  $D$  du milieu, ou plutôt par  $eD$ ,

pour avoir la force centrifuge  $\frac{eD\zeta^2}{r}$ , qui dépend non-seulement de la vitesse du fluide & du rayon de la circulation, mais aussi de la densité. On remarquera que nous multiplions par  $eD$ , parce qu'il se peut faire que la densité n'agisse pas précisément de la même manière dans la force centrifuge, qu'elle le fait dans les impulsions produites par le choc, & l'indéterminée  $e$  marquera la différence d'action. Enfin le mobile est donc poussé selon  $AI$  avec la force  $\frac{eD\zeta^2}{r}$ ; mais cette force étant oblique, par rapport à la direction du mobile, elle ne doit aussi contribuer à l'accélération du mouvement, que par la partie qui agit selon la tangente  $AF$ . Du point  $I$ , j'abaisse la perpendiculaire  $IK$  sur cette tangente, & il est évident que si  $AI$  représente la force absolue  $\frac{eD\zeta^2}{r}$ , la force relative que nous cherchons sera représentée par  $AK$ . Ainsi nous pouvons faire cette proportion; l'unité que nous avons prise pour sinus total est à  $AI$ , ou à la force absolue  $\frac{eD\zeta^2}{r}$ , comme le sinus de l'angle  $I$  qui est égal à l'angle  $HAB$  que fait la direction du fluide avec celle du mobile, est à  $AK$ , ou à la force relative  $\frac{h e D \zeta^2}{r}$ , qui travaille à faire accélérer la vitesse  $v$  du mobile. Et si l'on ajoute cette force avec celle  $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}$  que nous avons trouvée ci-dessus, nous aurons  $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y} + \frac{h e D \zeta^2}{r}$  pour l'effort accélératif, produit par les deux pesanteurs jointes ensemble; par celle qui est comme inhérente au corps, & qui tend au point  $C$ , & par celle qui est causée par la force centrifuge du milieu, & qui s'exerce sur  $AI$ .

Mais le milieu n'agit pas sur le mobile par la seule force centrifuge, il agit encore par son choc. Pour déterminer la quantité de l'impulsion; je considère que comme le mouvement du milieu, & celui du mobile s'accordent dans un certain sens, & qu'ils diffèrent dans un autre, ce n'est que

selon ce dernier que se fait le choc. Or on se convaincra aisément que c'est  $bH$  qui indique ce dernier sens, & qui représente la vitesse respective, si l'on décompose le mouvement  $AB$  ou  $Ab$  du mobile dans les deux mouvements  $AH$  &  $AM$ , en achevant le parallélogramme  $AHbM$ . Car comme le mouvement  $AH$  sera commun au fluide & au mobile, & qu'il n'y aura que le mouvement  $AM$  ou  $Hb$  qui sera particulier au projectile, on pourra concevoir le mobile comme emporté de  $A$  en  $H$  par le fluide pendant qu'il se meut en particulier de  $A$  en  $M$ , & par conséquent il ne frappera les molécules du fluide que par ce dernier mouvement, & qu'avec la vitesse représentée par  $AM$  ou  $Hb$ . Nous avons déjà trouvé ci-devant l'expression de ce petit espace, & puisqu'il est censé parcouru en même temps que  $AB$ , nous pouvons faire cette analogie;

$AB = ds$  est à la vitesse absolue  $v$

comme  $Hb = \frac{ds}{v} \sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$

est à la vitesse respective  $\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$  du mobile par rapport au fluide.

Et si nous nous souvenons que  $D$  désigne la densité du milieu, & que nous prenions  $m$  pour la puissance à laquelle il faut élever ses vitesses, pour avoir ses impulsions, nous

aurons  $D \times z^2 - 2kzv + v^2$  pour la force avec laquelle il pousse le mobile selon  $bH$ . Après cela il ne reste plus, pour trouver la partie de cette impulsion qui agit selon la tangente  $AK$ , qu'à faire cette analogie;

$Hb = \frac{ds}{v} \sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$  est à  $bN = \frac{kzds - vds}{v}$ ;

comme l'impulsion absolue  $D \times z^2 - 2kzv + v^2$  selon  $bH$

est à  $kz - v \times D \times z^2 - 2kzv + v^2$ .

Enfin, si nous ajoutons cette impulsion relative avec l'effort

D d d ij

$\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y} + \frac{heDz^2}{r}$  produit aussi selon la tangente par la vertu centrifuge du fluide & par la pesanteur  $G$ , nous aurons

$$\frac{kz-v \times D \times z^2 - 2kzv + v^2 \frac{m-1}{2}}{\frac{m-1}{2}} + \frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y} + \frac{heDz^2}{r}$$

pour toute la force accélératrice : force qui produit cependant encore un plus grand ou un moindre effet, ou qui fait augmenter la vitesse  $v$  d'une plus grande ou d'une moindre quantité  $dv$ , selon qu'elle est appliquée au mobile plus ou moins long-temps. C'est pourquoi il faut la multiplier par  $\frac{ds}{v}$  qui désigne l'instant employé à parcourir le petit espace  $AB$  ( $ds$ ) ; & on aura  $\frac{kz-v}{v} \times Dds$

$$\times \frac{z^2 - 2kzv + v^2 \frac{m-1}{2}}{\frac{m-1}{2}} + \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} + \frac{heDz^2ds}{rv}$$

pour l'expression du petit accroissement  $dv$ . C'est là la valeur, lorsque le mobile descend, comme dans la première Figure ; mais on doit remarquer que si le mobile montoit comme dans la seconde, la force centrale  $G$  & l'effort que feroit le fluide par la force centrifuge, travailleroient conjointement à diminuer la vitesse  $v$ . On auroit donc alors

$$\frac{kz-v}{v} \times Dds \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2 \frac{m-1}{2}}{\frac{m-1}{2}} - \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} - \frac{heDz^2ds}{rv}$$

pour la petite augmentation  $dv$  de la vitesse :

& réunissant les deux expressions ensemble, on aura pour

$$\text{les deux cas, } \frac{kz-v}{v} \times Dds \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2 \frac{m-1}{2}}{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} \pm \frac{heDz^2ds}{rv} = dv.$$

III. Mais cette première Equation n'exprime encore qu'une des deux altérations auxquelles le mouvement du projectile est sujet ; sçavoir, l'altération que souffre la vitesse : il nous faut maintenant examiner l'autre, celle que souffre la

direction. Celle-ci qui est représentée par la petite ligne  $bB$

( $= \frac{ds dp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$ ) est causée par la force relative qui agit per-

pendiculairement à la tangente de la courbe. Nous aurons d'abord, par l'analogie suivante, la force relative qui résulte de la pesanteur absolue  $G$ ;  $AC=y$  est à  $CF=p$  comme

la pesanteur  $G$  est à la partie  $\frac{pG}{y}$  qui agit selon la perpen-

diculaire à la tangente  $AF$ . Pour avoir ensuite l'effort que

fait la seconde pesanteur qui est produite par la force centri-

fuge  $\frac{eDz^2}{r}$  du fluide, & qui pousse le mobile selon  $AI$ , nous

ferons cette autre proportion,  $AI$  est à  $KI$ , ou, ce qui

revient au même, le sinus total ( l'unité ) sinus de l'angle droit  $K$ , est au sinus  $k$  de l'angle  $KAI$ , comme la force ab-

solue  $\frac{eDz^2}{r}$  est à la force relative  $\frac{keDz^2}{r}$ . Enfin si nous

faisons cette proportion,  $Hb = \frac{ds}{v} \sqrt{z^2 - \frac{2kzv}{v} + v^2}$

est à  $HN = \frac{hz ds}{v}$  comme l'impulsion absolue

$D \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m}{2}}$  du fluide selon  $bH$  est à  $hD$

$\times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ , nous aurons l'effort que fait

aussi le fluide par son choc selon la perpendiculaire. Mais

comme cet effort ne travaille dans le même sens que les

deux autres  $\frac{Gp}{y}$  &  $\frac{keDz^2}{r}$  que lorsque le mobile monte,

& que cet effort tend au contraire à suspendre l'effet des deux autres, lorsque le mobile descend, on aura dans ce dernier

cas  $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} - hDz \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ , &

dans l'autre  $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} + hDz \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$

pour toute la force qui tend à détourner le projectile de sa direction, pendant qu'il parcourt le petit espace  $AB$ . Il faut

maintenant multiplier cette force  $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} \mp hDz$

$\times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{v^2}^{\frac{m-1}{2}}$  par  $\frac{ds}{v}$  qui marque la durée de son exercice, pour avoir la vitesse  $\frac{Gpds}{yv} + \frac{keDz^2ds}{rv} \mp$

$\frac{hDzds}{v} \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{v^2}^{\frac{m-1}{2}}$  qu'elle communique

au mobile, & avec laquelle elle le fait s'éloigner de la tangente  $Ab$ : & il est sensible qu'il faudroit encore multiplier

cette vitesse par le petit temps  $\frac{ds}{v}$ , pour avoir le petit espace

parcouru  $bB$ , si le mouvement étoit uniforme; puisque les espaces parcourus sont dans ce cas, en même raison que les produits des vitesses par les temps. Mais comme la vitesse est communiquée par degrés; qu'au point  $A$ , au commencement de l'instant  $\frac{ds}{v}$ , elle est nulle, & que ce n'est qu'en

passant par une infinité de petites grandeurs qui sont en progression arithmétique, qu'elle parvient en  $B$  à être  $\frac{Gpds}{yv}$

$+ \frac{keDz^2ds}{rv} \mp \frac{hDzds}{v} \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{v^2}^{\frac{m-1}{2}}$  après

que le petit espace  $bB$  est entièrement parcouru, il ne faut la multiplier que par la moitié de l'instant, ou, ce qui revient au même, il ne faut multiplier que la moitié, qui est la grandeur moyenne par l'instant entier, il vient  $\frac{Gpds^2}{2yv}$

$+ \frac{keDz^2ds^2}{2rv} \mp \frac{hDzds^2}{2v} \times \frac{z^2 - 2kzv + v^2}{v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ ; &

c'est donc là l'expression du petit détour que doit souffrir le mobile ou l'expression de la petite ligne  $bB$  qui est interceptée entre la courbe & la tangente à laquelle elle est perpendiculaire. Mais la nature de la ligne  $ABD$  nous fournif-

sant d'un autre côté  $\frac{dsdp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$  pour la valeur de cette même

petite ligne  $bB$ , comme nous l'avons vû ci-devant, il faut



qu'il y ait une parfaite égalité entre les deux expressions

$$\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keD\zeta^2ds^2}{2rv^2} + \frac{hD\zeta ds^2}{2v^2} \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} \\ \& \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}, \text{ si nous voulons que les forces qui agissent sur} \\ \text{le mobile lui puissent faire tracer exactement la courbe pro-} \\ \text{posée } ABD; \& \text{ ainsi nous aurons l'équation } \frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keD\zeta^2ds^2}{2rv^2} \\ + \frac{hD\zeta ds^2}{2v^2} \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} = \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}.$$

IV. On voit clairement qu'il ne nous est pas possible d'en trouver d'autre; puisque le mouvement du projectile ne reçoit du changement que dans sa vitesse & dans sa direction, & que nous ne pouvons avoir de différentes équations, qu'autant que nous avons de diverses conditions à exprimer & à remplir. Il suit de-là que nous ne pouvons pas déterminer toutes nos inconnues. Mais cependant si nous

$$\text{tirons de } \frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keD\zeta^2ds^2}{2rv^2} + \frac{hD\zeta ds^2}{2v^2} \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} \\ = \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}, \text{ la valeur } \frac{yv^2dp}{pds\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{keDy\zeta^2}{rp} + \frac{hDy\zeta}{p} \\ \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} \text{ de } G, \& \text{ si nous la substituons} \\ \text{dans l'autre équation } \frac{h\zeta-v}{v} \times Dds \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} \\ + \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} + \frac{heD\zeta^2ds}{rv} = dv \text{ que nous avons trouvée} \\ \text{à la fin de l'Art. II. Il viendra}$$

$$\frac{h\zeta-v}{v} \times Dds \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} + \frac{vdp}{p} + \frac{keD\zeta^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{rpv} \\ + \frac{hD\zeta ds\sqrt{y^2-p^2}}{pv} \times \zeta^2 - 2k\zeta v + v^2 \frac{m-1}{2} + \frac{heD\zeta^2ds}{rv} = dv,$$

400 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
dont on déduira après quelques réductions, la formule

$$D = \frac{p v d v \mp v^2 d p}{h \zeta d s \sqrt{y^2 - p^2} + h p \zeta d s - p v d s \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{h e p \zeta^2 d s}{r} \mp \frac{h e \zeta d s \sqrt{y^2 - p^2}}{r},$$

& introduisant cette valeur dans celle de  $G = \frac{y v^2 d p}{p d s \sqrt{y^2 - p^2}}$

$$- \frac{h e D y \zeta^2}{r p} + \frac{h D y \zeta}{p} \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}}, \text{ il vient}$$

$$G = \frac{\frac{h y \zeta v^2 d p}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{y v^2 d p}{\sqrt{y^2 - p^2}} \pm h y \zeta v d v \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{h e y \zeta^2 v^2 d p}{r \sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{h e y \zeta^2 v d v}{r}$$

$$\frac{h \zeta d s \sqrt{y^2 - p^2} + h p \zeta d s - p v d s \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{h e p \zeta^2 d s}{r} \pm \frac{h e \zeta^2 d s \sqrt{y^2 - p^2}}{r}$$

V. Ainsi nous avons deux formules

$$D = \frac{p v d v \pm v^2 d p}{h \zeta d s \sqrt{y^2 - p^2} + h p \zeta d s - p v d s \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{h e p \zeta^2 d s}{r} \mp \frac{h e \zeta^2 d s \sqrt{y^2 - p^2}}{r}$$

&

$$G = \frac{\frac{h y \zeta v^2 d p}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{y v^2 d p}{\sqrt{y^2 - p^2}} \pm h y \zeta v d v \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{h e y \zeta^2 v^2 d p}{r \sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{h e y \zeta^2 v d v}{r}$$

$$\frac{h \zeta d s \sqrt{y^2 - p^2} + h p \zeta d s - p v d s \times \zeta^2 - 2 h \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{h e p \zeta^2 d s}{r} \mp \frac{h e \zeta^2 d s \sqrt{y^2 - p^2}}{r}$$

qui expriment d'une manière générale, les quantités  $D$  &  $G$ ,  
& qui renferment pour toutes les lignes courbes que peut tracer  
le mobile, & pour toutes celles que peut aussi tracer le fluide,  
la relation qu'il y a entre le mouvement du projectile, &  
toutes les puissances qui agissent sur ce mouvement.

Le fluide décrit-il des cercles parfaitement concentriques,  
dont le point  $C$  soit le centre? le rayon  $AI(r)$  de la deve-  
loppée de  $AH$ , sera égal à l'ordonnée  $AC(y)$  de la courbe  
tracée par le mobile : & comme le petit arc  $AH$  sera per-  
pendiculaire à  $AC$ , le petit triangle rectangle  $ANH$  sera  
semblable au grand  $CFA$ ; & par conséquent les sinus des  
trois angles du premier, seront proportionnels aux trois côtés  
du

du second, ce qui donnera ces deux analogies;

$AC=y$  est à l'unité, sinus de l'angle droit  $N$ ,

Comme  $CF=p$  est au sinus  $k=\frac{p}{y}$  de l'angle  $AHN$ ,

Et comme  $AF=\sqrt{y^2-p^2}$

est au sinus  $h=\frac{\sqrt{y^2-p^2}}{y}$  de l'angle  $HAN$ .

Or toutes ces valeurs étant introduites dans nos formules, les changeront en  $D=\frac{pvdv \mp v^2 dp}{yzds - pvd s \times \zeta^2 - \frac{2p}{y} \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ , & en

$$G=\frac{\frac{p\zeta v^2 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm \zeta v dv \sqrt{y^2-p^2} \times \zeta^2 - \frac{2p}{y} \zeta v + v^2}{yzds - pvd s \times \zeta^2 - \frac{2p}{y} \zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{e\zeta^2 v^2 dp}{y} - \frac{ep\zeta^2 v dv}{y}$$

qui sont plus simples que les premières; mais dont on peut cependant faire encore une infinité d'applications, puisqu'elles conviennent à tous les cas dans lesquels le fluide se meut circulairement autour du point central  $C$ .

Supposé que le fluide, au lieu de former un cercle, se meuve exactement en ligne droite, le rayon  $AI(r)$  de la développée de  $AH$  deviendra infini, & les termes qui sont divisés par ce rayon deviendront par conséquent nuls : c'est pourquoi on aura alors

$$D=\frac{pvdv \pm v^2 dp}{h\zeta ds \sqrt{y^2-p^2} + hp\zeta ds - pvd s \times \zeta^2 - 2h\zeta v + v^2}^{\frac{m-1}{2}}, \text{ \&}$$

$$G=\frac{\frac{hy\zeta v^2 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm hy\zeta v dv}{h\zeta ds \sqrt{y^2-p^2} + hp\zeta ds - pvd s}. \text{ Supposé outre cela}$$

que les directions de la pesanteur  $G$  soient parallèles entr'elles & perpendiculaires à celles du fluide, le triangle  $ACF$ , quoiqu'infiniment grand, sera semblable au petit  $HNA$ , & on

Mem. 1731.

E e e

aura donc encore comme cy-dessus  $\frac{\sqrt{y^2-p^2}}{y}$  pour le sinus  $h$  de l'angle  $HAN$ , &  $\frac{p}{y}$  pour le sinus  $k$  de l'angle  $AHN$  de complément; & dans cette circonstance, on aura

$$D = \frac{p v d v \mp v^2 d p}{\frac{y z d s - p v d s \times z^2 - \frac{2p}{y} z v + v^2}{\frac{m-1}{2}}}, \text{ \&}$$

$$G = \frac{\frac{p z v^2 d p}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{y v^3 d p}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm z v d v \sqrt{y^2-p^2}}{y z d s - p v d s}.$$

Enfin si le milieu ne se meut point, qu'il soit dans un parfait repos; il n'y a qu'à effacer tous les termes multipliés par la vitesse  $z$  devenue nulle. On trouvera pour ce cas particulier  $D = \frac{p v d v \mp v^2 d p}{-p v d s}$ , &  $G = \frac{y v^2 d p}{p d s \sqrt{y^2-p^2}}$ ; expres-

sions qui se rapportent aisément à celles qu'on trouve des mêmes quantités, dans l'excellent morceau que M. Bernoulli donna au Public dans les Mémoires de 1711.

#### *Usages & applications des Formules précédentes.*

VI. Au surplus l'usage de ces formules sera toujours, comme on le voit, tout-à-fait simple, lorsqu'il s'agira principalement de découvrir la densité du fluide, & la force centrale. Mais cependant ce ne sera pas assés pour qu'on puisse réussir, de connoître le mouvement du mobile; il faudra encore que la direction & la vitesse du fluide soient données. Après cela la nature de la courbe  $ABD$  que trace le mobile, & le rapport que suivent les vitesses  $v$ , & celles  $z$  du fluide, fourniront l'expression de  $y, p, v, z, dy, ds, dp, dv$ , en une seule variable avec sa différentielle; & si on introduit ces expressions dans nos formules, il est évident que le numérateur & le dénominateur se trouvant affectés de la même différentielle, se réduiront à des quantités purement finies, & qu'on aura en grandeurs connues, les valeurs de  $D$  &

de  $G$ . Il faut seulement remarquer que comme nous avons supposé que la vitesse  $v$  augmente toujours, il sera nécessaire si elle va en diminuant, soit lorsque le mobile monte, soit lorsqu'il descend, de changer les signes qui précèdent la différentielle  $dv$ . Quant à la lettre  $e$  qui exprime la part qu'a la densité du fluide dans la force centrifuge, nous pouvons aussi toujours la supposer donnée, puisqu'on peut la trouver, ou en comparant immédiatement la force centrifuge du fluide avec l'impulsion qu'il produit par son choc, ou en comparant ces deux diverses forces à la pesanteur avec laquelle elles ont un rapport déterminé & connu. Nous n'entrons pas dans cette discussion qui demanderait un Mémoire particulier. Nous nous contentons d'avertir que si l'on croyoit que la force centrifuge du fluide ne fut pas capable de la même action, lorsque le mobile descend avec une vitesse sensible, il n'y auroit qu'à rendre la quantité  $e$  variable, & la faire dépendre du mouvement du projectile.

VII. Ce n'est pas là la seule utilité de nos formules : car comme nous pouvons traiter quelles quantités nous voulons de connues ou d'inconnues, nous pouvons non-seulement découvrir la force centrale & la densité du fluide, lorsque nous connoissons la vitesse; mais résoudre aussi les problèmes inverses; déterminer, par exemple, la vitesse du fluide, lorsque nous connoissons, ou la densité, ou la force centrale. Il est vrai que l'équation qu'il faudra résoudre, pourra être d'un degré plus ou moins élevé, selon les diverses hypothèses qu'on embrassera touchant le choc des fluides : Mais si on suppose, comme on le fait ordinairement, que les impulsions sont comme les quarrés des vitesses relatives, l'équation ne sera tout au plus que du quatrième degré. On n'a pour s'en convaincre, qu'à jeter les yeux sur celles de nos formules qui conviennent aux tourbillons circulaires : soit qu'on se

serve de la première 
$$D = \frac{p v dv \mp v^2 dp}{\frac{p v ds - p v ds \times z^2 - \frac{2p}{y} z v + v^2}{m-1}}$$

E e ij

404 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
ou de la seconde

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zv dv \sqrt{y^2-p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}{\frac{yz ds - p v ds \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2v dv}{y}$$

pour trouver la vitesse  $z$  du fluide, on voit, avec la moindre attention que  $m$  étant égale à 2, il ne faut pour délivrer l'équation de signes radicaux, qu'élever le tout au quarré; ce qui ne peut donner que quatre degrés à la plus haute dimension de  $z$  qu'on regarde alors comme inconnuë; & dans certain cas l'équation se réduira au second degré, & même quelquefois au premier.

VIII. Si l'on détruit la pesanteur ou force centrale  $G$ , qui est comme inhérente au mobile, ou qu'on suppose qu'il n'y ait de gravité ou de tendance vers le point central, que celle qui est causée par l'effort centrifuge du fluide, il est clair que la formule

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zv dv \sqrt{y^2-p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}{\frac{yz ds - p v ds \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2v dv}{y}$$

sera également d'usage, puisqu'on ne fera autre chose que l'appliquer à la circonstance particulière dans laquelle  $G$  est nulle. Alors cette formule se réduira à l'équation

$$\frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zv dv \sqrt{y^2-p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}{\frac{yz ds - p v ds \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}} = \frac{epz^2v dv}{y} + \frac{ez^2v^2dp}{y}, \text{ dans laquelle il n'y aura encore,}$$

comme on le voit, qu'à chercher  $z$  pour avoir la vitesse du fluide; & il n'est pas moins évident qu'aussi-tôt que cette vitesse sera découverte, il ne restera plus qu'à l'introduire

dans l'autre formule  $D = \frac{p v d v \mp v^2 d p}{y z d s - p v d s \times z^2 - \frac{2 p}{y} z v + v^2} \frac{m-1}{2}$

pour avoir les densités  $D$ . Ainsi dans cette circonstance très-limitée, mais qui sera peut-être regardée par plusieurs personnes comme le cas qui mérite le plus d'attention; dans cette circonstance, dis-je, où le milieu se meut circulairement, & où il est l'unique cause de la pesanteur, le problème devient *déterminé*: il suffit d'observer avec soin le mouvement du mobile pour pouvoir découvrir tout ce qui concerne le fluide. S'il s'agissoit donc d'Astronomie physique, & qu'il fût certain que les Planètes reçussent toute leur pesanteur de la matière éthérée qui circule autour du Soleil, & que cette matière formât un tourbillon exactement circulaire, rien ne seroit plus facile que de découvrir ses vitesses & ses densités; il n'y auroit pour cela qu'à appliquer simplement nos formules à ce que nous connoissons déjà des mouvements célestes.

IX. Afin de répandre, s'il est possible, une plus grande lumière sur tout ce que nous venons de dire, nous donnerons un exemple de chaque des usages dont nous venons de parler. Nous supposons d'abord que le projectile décrit une logarithmique spirale avec des vitesses qui sont en même raison que les puissances  $y^n$  de ses distances  $y$  au point central ou au pôle de la spirale, & que le mouvement se fait dans un milieu qui circule avec des vitesses qui sont exprimées par  $y^r$ ; & nous chercherons les densités de ce milieu avec la pesanteur  $G$  que doit avoir le mobile, indépendamment de celle qu'il reçoit de la force centrifuge du fluide. Prenant  $a$  pour sinus total, &  $b$  pour sinus de l'angle constant  $BAE$  que fait la logarithmique avec ses appliquées, on aura  $\frac{b y}{a}$  pour la valeur de  $CF = p$ ;  $\frac{b d y}{a}$  pour celle de  $FG = d p$ ; &  $\frac{a d y}{\sqrt{a^2 - b^2}}$  pour celle de  $AB = d s$ ; & si l'on introduit ces valeurs dans nos deux formules  $D = \frac{p v d v \pm v^2 d p}{y z d s - p v d s \times z^2 - \frac{2 p}{y} z v + v^2} \frac{m-1}{2}$  &

$$G = \frac{\frac{p z v^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{v v^3 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} \pm z v d v \sqrt{y^2 - p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y} z v + v^2}{y z ds - p v ds \times z^2 - \frac{2p}{y} z v + v^2} \frac{m-1}{2}$$

en mettant aussi  $y^n$  à la place de  $v$ , &  $y^z$  à celle de  $z$ , nous aurons

$$D = \frac{\mp n \mp 1 \sqrt{a^2 - b^2} \times b a^{\frac{m-1}{2}}}{a^2 y^{n-2n+1} - a b y^{1-n} \times a y^{2q} - 2 b y^{n+q} + a y^{2n}} \frac{m-1}{2}$$

qui exprime en grandeurs entièrement connües les densités que doit avoir le milieu, &

$$G = \frac{\frac{b^2 - n a^2 + n b^2 \times y^{1-n} - a b y^{n-2q+1} \times a y^{2q} - 2 b y^{n+q} + a y^{2n}}{a^2 y^{n-2n+1} - a b y^{1-n} \times a y^{2q} - 2 b y^{n+q} + a y^{2n}} \frac{m-1}{2} \pm n \pm 1 \times b c a^{\frac{m-1}{2}} \sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 y^{n-2n+1} - a b y^{1-n} \times a y^{2q} - 2 b y^{n+q} + a y^{2n}} \frac{m-1}{2}$$

pour la force centrale ou pesanteur nécessaire au mobile, la pesanteur qui est comme inhérente ; de sorte qu'il ne reste plus qu'à mettre à la place des exposants  $m$ ,  $n$  &  $q$  dans ces expressions générales, les nombres qui leur conviennent dans chaque hypothèse particulière. Supposé, par exemple, que les vitesses du mobile & du fluide soient proportionnelles aux distances au point central, & que les impulsions que fait le fluide par son choc soient en même raison que ses vitesses relatives ; il faudra mettre l'unité à la place des trois exposants. Alors on aura

$$D = \frac{\mp 2 b \sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 - a b} \quad \& \quad G = \frac{2 b^2 - a b - a^2 \pm 2 b c \sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 - a b} \times y ;$$

ce qui montre que pour que le mobile décrive une logarithmique spirale, dans les conditions marquées, il faut que la densité du fluide soit par tout la même, & que la pesanteur ou force centrale  $G$  soit proportionnelle aux distances  $y$  au centre  $C$ . Mais on doit remarquer que ce n'est qu'en montrant que le mobile peut ainsi tracer la logarithmique, car



l'expression  $D = \frac{\mp 2b\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab}$  nous annonce, lorsqu'il descend, une densité négative qui ne peut pas avoir lieu dans la nature.

X. Nous supposons pour second exemple que le fluide se meut en ligne droite, & nous chercherons quelle vitesse & quelle densité il faut qu'il ait, pour que le mobile avec une pesanteur donnée, puisse tracer en tombant une ligne droite oblique, & avoir en chaque endroit de sa chute des vitesses qui soient en même raison que les espaces parcourus  $s$ , élevés à une puissance quelconque  $n$ . C'est, si l'on veut, un corps pesant ou un grave qui décrit en tombant dans l'air grossier la ligne droite oblique  $AF$  (*Fig. 3*), pendant que le vent qui le pousse de côté, se meut par une infinité de lignes droites parallèles entr'elles & perpendiculaires aux directions de la pesanteur; & il s'agit de déterminer les vitesses & les densités qu'il faudroit qu'eût l'air dans cette rencontre. Puisque le fluide se meut en ligne droite & que les directions de la pesanteur sont supposées parallèles entr'elles & perpendiculaires à celles du fluide, nous n'avons qu'à nous servir des formules  $D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\frac{y\tau ds - pvd s \times \tau^2 - \frac{2p}{y} \tau v + v^2}{2}^{m-1}}$ , &

$$G = \frac{\frac{p\tau v^2 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{y v^3 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm \tau v dv \sqrt{y^2-p^2}}{y\tau ds - pvd s}, \text{ qui appartiennent}$$

à ce cas, & nous les réduirons à

$$D = \frac{pvdv}{\frac{y\tau ds - pvd s \times \tau^2 - \frac{2p}{y} \tau v + v^2}{2}^{m-1}}, \text{ \& à}$$

$$G = \frac{\pm \tau v dv \sqrt{y^2-p^2}}{y\tau ds - pvd s}, \text{ en effaçant tous les termes qui contiennent } dp, \text{ parce que la petite ligne } GF = dp, \text{ qui est interceptée dans la Fig. 1. entre les tangentes } AF \text{ \& } Bf, \text{ disparaît, entièrement, aussi-tôt que la courbe } ABD \text{ décrite}$$

par le mobile, devient droite comme dans la Figure 3. Si nous prenons ensuite  $a$  &  $b$  pour exprimer le rapport du sinus total au sinus de l'angle que fait la direction du mobile avec la ligne verticale, ou pour exprimer le rapport de  $AC=y$  à  $CF=p$ , ce qui nous donnera  $p = \frac{by}{a}$ , &

$\sqrt{y^2 - p^2} = \frac{y}{a} \sqrt{a^2 - b^2}$ , & que nous introduisons ces

valeurs dans la seconde formule  $G = \frac{\pm \tau v dv \sqrt{y^2 - p^2}}{y \tau ds - p v ds}$ , en mettant aussi  $s^n$  à la place de  $v$ , &  $ns^{n-1} ds$  à celle de  $dv$ ,

on trouvera  $G = \frac{n a \tau s^{2n-1} \sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 \tau - b s^n}$ ; équation dans laquelle

$\tau$  n'est que linéaire, & dont on tire  $\tau = \frac{G b s^n}{a G - n s^{2n-1} \sqrt{a^2 - b^2}}$ ,

qui fait connoître les différentes vitesses que doit avoir le fluide. Il n'y a aussi qu'à faire les mêmes substitutions, & à introduire la valeur de  $\tau$  dans l'autre formule

$$D = \frac{p v dv}{\frac{y \tau ds - p v ds \times \tau^2 - \frac{2p}{y} \tau v + v^2}{\frac{n-1}{2}}}, \text{ ou plutôt dans celle-}$$

$$\text{ci } D = \frac{p v dv}{y \tau ds - p v ds \sqrt{\tau^2 - \frac{2p}{y} \tau v + v^2}}, \text{ qui est moins gé-}$$

rale, mais qui a lieu, lorsque les impulsions des fluides sont comme les quarrés de leurs vitesses relatives, & on aura

$$D = \frac{a^2 G^2 - 2 a n G s^{2n-1} \sqrt{a^2 - b^2} + n^2 a^2 s^{4n-2} - n^2 b^2 s^{4n-2}}{s^{2n} \sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2 - b^2 \times G^2 + a^2 - b^2 \times n^2 s^{4n-2} - \frac{2 n G s^{2n-1}}{a} \times a^2 - b^2}}.$$

pour l'expression des densités.

Veut-on maintenant que les vitesses ( $v=s^n$ ) du mobile soient comme les racines quarrées ( $s^{\frac{1}{2}}$ ) des espaces parcourus, ou que le mobile descende avec les mêmes rapports de vitesses que s'il tomboit dans le vuide, le long d'un plan incliné?

on aura  $n = \frac{1}{2}$ , & on trouvera  $\tau = \frac{b G v s}{a G - \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - b^2}}$ , &

$$D =$$

$$D = \frac{a^2 G^2 - a G \sqrt{a^2 - b^2} + \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} b^2}{s \sqrt{a^2 - b^2} \times G - G \times \frac{a^2 - b^2}{a} + \frac{1}{2} \times a^2 - b^2}; \text{ de sorte}$$

que si la pesanteur étoit constante, il faudroit que les vîteses du fluide fussent comme les racines quarrées  $\sqrt{s}$  des espaces parcourus, & que les densités fussent en raison inverse de ces mêmes espaces. Veut-on que le mobile, au lieu d'accélérer son mouvement, descende toujours d'une vîtesse égale, malgré l'action continuelle de la pesanteur, & l'impulsion du fluide? la vîtesse  $v = s^n$  étant constante, on aura  $n = 0$ ,

& les expressions générales  $z = \frac{G b s^n}{a G - n s^{n-1} \sqrt{a^2 - b^2}}$ , &

$$= \frac{a^2 G^2 - 2 n a G s^{n-1} \sqrt{a^2 - b^2} + n^2 a^2 s^{2n-2} - n^2 b^2 s^{2n-2}}{s^{2n} \sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2 - b^2} \times G + a^2 - b^2 \times n^2 s^{2n-2} - \frac{2 n G s^{n-1}}{a} \times a^2 - b^2}.$$

se réduiront à  $z = \frac{b}{a}$ , & à  $D = \frac{a^2 G}{a^2 - b^2}$ . Ainsi nous

voyons que pour qu'un grave trace, en tombant, une ligne droite oblique d'un mouvement uniforme, il faut que le fluide qui le pousse de côté, ait par-tout la même vîtesse  $\frac{b}{a}$ ; qu'il ait en même temps ses densités proportionnelles aux pesanteurs du mobile; de sorte que si la pesanteur est constante, il faut que la densité du fluide le soit aussi.

Mais il sera peut-être bon de montrer ici comment cela se peut faire, que le mobile après avoir été jetté obliquement de haut en bas, continue à se mouvoir en ligne droite & d'un mouvement uniforme, lorsqu'il est poussé de côté par un vent d'une certaine force: Car si le calcul algébrique est extrêmement propre à nous faire découvrir une infinité de choses, nous éprouvons souvent, & c'est ce qui arrive dans cette rencontre, qu'il n'en fournit pas toujours l'explication ou le *pourquoy*. On n'a heureusement besoin ici que d'une légère attention pour suppléer à ce défaut. Si l'on compare la vîtesse du mobile avec celle du vent, on verra qu'elles sont

410 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

dans le rapport de l'unité à la fraction  $\frac{b}{a}$ , ou de  $a$  à  $b$ ; de sorte que pendant que le mobile parcourt l'espace  $AB$  & avance dans la détermination horisontale de la quantité  $EB$ , le fluide avance horisontalement d'une quantité précisément égale  $AH$ . Mais après cela il n'est plus surprenant que le grave se meuve d'un mouvement uniforme : car le progrès horisontal du vent & du mobile étant le même, ils ne se meuvent l'un par rapport à l'autre que selon  $BH$ , & que de la quantité constante représentée par cette ligne, conformément à ce que nous avons vû vers le commencement de ce Mémoire; & de-là il suit que le vent ne pousse le mobile que de bas en haut, en sens directement contraire à la pesanteur. C'est pourquoy il n'est plus besoin que d'une seule chose; il suffit que la densité de l'air soit telle que l'impulsion selon  $BH$ , soit exactement égale à la pesanteur du mobile : ces deux forces suspendront ensuite mutuellement l'effet l'une de l'autre, & le mobile continuera par conséquent à se mouvoir, comme s'il n'avoit point de pesanteur, & qu'il ne fût exposé en même temps à aucune action de la part du milieu.

XI. Enfin nous supposerons pour troisième & dernier exemple, qu'un mobile qui n'a aucune force centrale inhérente, & qui n'a de pesanteur que celle que lui communique la force centrifuge du fluide, trace d'un mouvement uniforme un cercle  $PAQA$  (Fig. 4.) pendant que le milieu forme un tourbillon exactement circulaire, dont le centre  $C$  est différent de celui  $R$  de l'orbite  $PAQA$ , de la quantité  $CR$ : il s'agit de trouver les vitesses  $z$  & les diverses densités  $D$  que doit avoir le tourbillon à toutes les distances du point  $C$ . Afin de résoudre ce problème avec plus de facilité, nous supposerons que les impulsions du fluide sont précisément comme les vitesses : Cette supposition nous donnera  $m = 1$ , &

$$\text{l'équation générale } \frac{pzv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{yv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} + zv dv \sqrt{y^2 - p^2} \\ \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2 = \frac{epz^2 v dv}{y} + \frac{ez^2 v^2 dp}{y}, \text{ qui}$$

doit nous fournir la valeur de  $z$ , comme nous l'avons vû dans l'Art. VIII. & à laquelle se réduit la formule

$$\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + u^2 \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y} \\ = \frac{yzds - pvd s \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + u^2}{y^2} \frac{m-1}{2}$$

lorsque la force centrale  $G$  est nulle, se convertira en

$$\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2} = \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y},$$

dans laquelle l'inconnuë n'a que deux dimensions. Si maintenant nous nommons  $a$  la vitesse constante du mobile, & que nous prenions cette même lettre pour marquer le rayon de l'excentrique  $PAQa$ , &  $b$  pour marquer l'excentricité  $RC$ , nous aurons par la propriété du cercle;  $ds (AB)$

$$= \frac{2aydy}{\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 + 2b^2 \times y^2 - y^4}}; p (FC) = \frac{a^2 - b^2 + y^2}{2a},$$

&  $dp = \frac{ydy}{a}$ ; & si nous introduisons ces valeurs dans

$$\text{l'équation } \frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}$$

$$= \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y}, \text{ nous aurons } \frac{a^2 - b^2 + y^2 \times 2a^2 y dy - 4a^4 y^2 dy}{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 + 2b^2 \times y^2 - y^4}$$

$$= \frac{\mp 2a^2ez^2dy}{\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 + 2b^2 \times y^2 - y^4}} \text{ qui se réduit à } z^2$$

$$+ \frac{\pm a^2y \mp b^2y \pm y^3}{e \sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 + 2b^2 \times y^2 - y^4}} \times z =$$

$$= \frac{\pm 2a^2y^2}{e \sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 + 2b^2 \times y^2 - y^4}}; \text{ équation du}$$

second degré, qui étant résoluë, nous donne  $z =$

Fff ij

$$\pm a^2 y \pm b^2 y \pm y^3 \pm y \sqrt{a^4 - 2a^2 b^2 + b^4 + 2a^2 y^2 - 2b^2 y^2 + y^4 \pm 8a^2 e \sqrt{2a^2 b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 y^2 + 2b^2 y^2 - y^4}}$$

Ainsi nous connoissons maintenant les diverses vîtesses que doit avoir le fluide à toutes les différentes distances  $y$  du centre  $C$ . Il suffit aussi d'introduire cette valeur de  $z$  dans

la formule  $D = \frac{p v d v \mp v^2 d p}{y z d s - p v d s \times z^2 - \frac{2p}{y} z v + v^2 \frac{m-1}{2}}$ , & de

faire les autres substitutions pour avoir l'expression des densités  $D$  en grandeurs connües. Si pour abrégér, on suppose  $c^2 = a^2 - b^2$  &  $f^2 = a^2 + b^2$ , il viendra

$$\pm e c^4 \mp 2 e f^2 y^2 \pm e y^4$$


---


$$\pm c^2 y^2 \pm y^4 \pm y \sqrt{c^4 y^4 + 2 c^2 y^6 + y^8 \pm 8 a^2 e y^4 \sqrt{-c^4 + 2 f^2 y^2 - y^4} - e c^2 - e y^2 \sqrt{-c^4 + 2 f^2 y^2 - y^4}}$$

$$z = \frac{\pm c^2 y \mp y^3 \pm y \sqrt{c^4 + 2 c^2 y^2 + y^4 \pm 8 a^2 e \sqrt{-c^4 + 2 f^2 y^2 - y^4}}}{2 e \sqrt{-c^4 + 2 f^2 y^2 - y^4}}$$

Il ne reste donc plus maintenant qu'à attribuer à  $y$  quelle grandeur on voudra pour pouvoir découvrir la vîtesse & la densité que doit avoir le fluide à chaque distance du centre  $C$ . Lorsqu'on donne cependant à  $y$  l'une ou l'autre de ces deux valeurs  $a + b$  ou  $a - b$ , qui lui appartiennent aux deux extrémités  $P$  &  $Q$  de la ligne des apsides, la formule

$$z = \frac{\pm c^2 y \mp y^3 \pm y \sqrt{c^4 + 2 c^2 y^2 + y^4 \pm 8 a^2 e \sqrt{-c^4 + 2 f^2 y^2 - y^4}}}{2 e \sqrt{-c^4 + 2 f^2 y^2 - y^4}}$$

ne fait rien connoître, parce que le numérateur & le dénominateur du second membre se réduisent alors à zero. Mais le calcul différentiel nous fournit un moyen facile & connu de forcer cette formule de nous décéler la vérité dont elle nous fait une espece de secret, ou, si nous le voulons, nous n'avons qu'à recourir à l'équation du second

$$\text{degré, } z^2 + \frac{\pm a^2 y \mp b^2 y \pm y^3}{\epsilon \sqrt{2a^2 b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 y^2 + 2b^2 y^2 - y^4}} \times z$$

$$= \frac{\pm 2a^2 y^2}{\epsilon \sqrt{2a^2 b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 y^2 + 2b^2 y^2 - y^4}} \text{ dont l'expression}$$

de  $z$  est tirée. Dans cette équation le dénominateur du second & du troisième terme devient nul, lorsqu'on fait  $y = a + b$  ou  $y = a - b$ ; & si l'on multiplie donc toute l'équation par ce dénominateur, le premier terme s'évanouira, & on aura  $\pm a^2 y \mp b^2 y \pm y^3 \times z = \pm 2a^2 y^2$ , qui se change par l'introduction de  $a \pm b$  à la place de  $y$ , en  $\pm 2a^2 \pm 2b^2$ ,  $\times z = \pm 2a^3 \pm 2a^2 b$ , dont on déduit  $z = a$ .

Ainsi on voit qu'aux deux extrémités de la ligne des apsidés, la vitesse du fluide doit être égale à celle du mobile, & nous pouvons ajouter sur la foi de l'équation générale

$$\frac{pzv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} \pm zv dv \sqrt{y^2 - p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2 \cdot \frac{m-1}{2}$$

$$= \frac{\epsilon pz^2 v dv}{y} \mp \frac{\epsilon z^2 v^2 dp}{y} \text{ que la même chose doit arriver}$$

dans toutes les autres lignes courbes & dans toutes les hypothèses possibles sur le choc des fluides, non seulement lorsque le mobile se meut d'un mouvement uniforme, mais aussi lorsque son mouvement est variable, pourvu que le *Maximum* & le *Minimum* de ses vitesses se trouvent toujours aux extrémités  $P$  &  $Q$  de la ligne des apsidés. Pour se convaincre de cette vérité, on n'a qu'à considérer que  $Q$  &  $P$  étant les points de la plus grande & de la moindre vitesse, la différentielle  $dv$  doit y être nulle, conformément à la théorie des questions de *Maximis*. Cela supposé, notre équation générale se réduira à

$$\frac{pzv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} \times z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2 \cdot \frac{m-1}{2} = \mp \frac{\epsilon z^2 v^2 dp}{2}$$

$$\text{ou à } pz - yv \times z^2 - \frac{2p}{2} zv + v^2 \cdot \frac{m-1}{2} = \mp \frac{\epsilon z^2 \sqrt{y^2 - p^2}}{y};$$

E f f iij

& si l'on fait attention que comme la ligne des apsides est perpendiculaire à la courbe, les lignes  $CA(y)$  &  $CF(p)$  qui sont très-différentes dans toutes les autres parties de l'orbite, se confondent en  $P$  & en  $Q$ , & deviennent égales, nous aurons  $\sqrt{y^2 - p^2} = 0$ , & nôtre équation se réduira à

$$yz - yv \times \frac{z^2 - 2zv + v^2}{z^2} = 0, \text{ \& à } yz = yv;$$

ce qui donne  $z = v$ , & ce qui nous apprend, comme nous l'avons dit, que la vitesse du fluide doit être égale à celle du mobile en  $Q$  & en  $P$  aussi-tôt que ces deux points servent de termes à la plus grande & à la moindre vélocité du mobile. Le fluide d'ailleurs ne peut point avoir dans ce cas d'autre vitesse, puisque  $z$  n'a que cette unique valeur; & il suit de là qu'aussi-tôt que  $z$  &  $v$  ne seront pas parfaitement égales dans les deux points dont il s'agit, qu'aussi-tôt, par exemple, que les vitesses  $v$  du mobile seront en raison réciproque des distances  $PC$  &  $QC$  au point central  $C$ , pendant que les vitesses  $z$  du fluide seront dans quelque autre rapport, comme, par exemple, en raison réciproque des racines quadrées des mêmes distances, ce sera une marque certaine que le *Maximum* & le *Minimum* de la vitesse du mobile, au lieu de se trouver précisément en  $Q$  & en  $P$  dans les points qui représentent le périhélie & l'aphélie, se trouvent dans deux points un peu différents.

Mais ce qui est encore très-digne d'attention, c'est que si nous examinons les autres parties de la courbe  $PAQa$ , & que si nous cherchons les vitesses & les densités qui sont nécessaires au fluide pour faire décrire au mobile cette courbe, nous trouverons qu'elles ne sont pas les mêmes pour la moitié  $PAQ$ , que pour la moitié  $QaP$ . Nous avons, par exemple, en particulier pour le cercle de la Figure 4.<sup>me</sup>

$$z = \frac{\mp c^2 y \mp y^3 \pm y \pm \sqrt{c^4 + 2c^2 y^2 + y^4 + 8a^2 c \sqrt{-c^4 + 2f^2 y^2 - y^4}}}{2c \sqrt{-c^4 + 2f^2 y^2 - y^4}}$$

expression dans laquelle les signes supérieurs sont toujours



pour la descente du mobile, & les autres pour la montée; & l'endroit où il y a quatre signes, marque que dans l'une & dans l'autre rencontre, on peut mettre également  $+$  ou  $-$ ; parce que dans chaque cas  $z$  a deux valeurs. C'est-à-dire donc que lorsque le mobile parcourt le demi-cercle  $PAQ$ ,

$$\text{on a } \frac{-c^2y - y^3 + y \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 + 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}$$

pour la première valeur de  $z$  qui est positive, &

$$\frac{-c^2y - y^3 - y \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 + 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}, \text{ pour}$$

la seconde qui est négative. D'où il suit qu'il n'importe en quel sens le tourbillon circule autour du centre  $C$ , ou de  $A$  vers  $H$ , ou de  $H$  vers  $A$ , pour que le mobile trace le demi-cercle  $PAQ$  d'un mouvement uniforme. Quant à l'autre moitié  $QaP$ , les deux valeurs de  $z$  sont

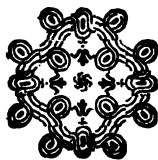
$$\frac{+c^2y + y^3 + y \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 - 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}, \text{ \&}$$

$$\frac{+c^2y + y^3 - y \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 - 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}, \text{ qui}$$

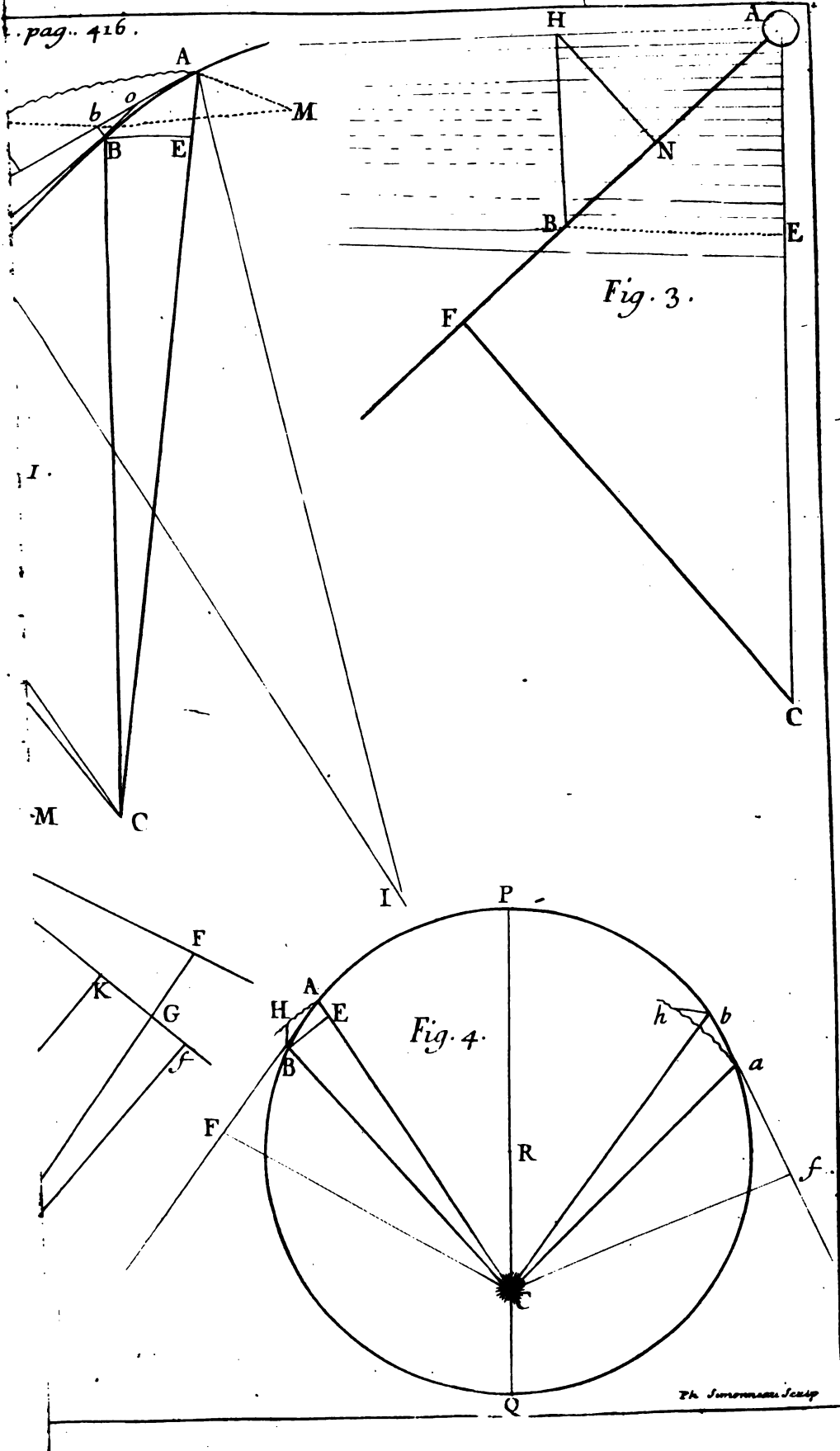
sont toutes deux positives; de sorte que le fluide peut avoir encore deux différentes vitesses, sans pouvoir circuler en deux divers sens. Mais qu'on l'observe maintenant avec soin, les vitesses, pour une moitié, ne sont pas les mêmes que pour l'autre, & on trouve également de la différence dans les densités. Il est donc certain que l'excentrique  $PAQa$  ne peut point être décrit en entier d'un mouvement uniforme dans le même tourbillon circulaire; & ce qui est très-remarquable, c'est que toutes les lignes courbes qui sont coupées en deux également par leur axe  $PQ$ , sont précisément dans le même cas, puisque leurs deux moitiés exigent toujours diverses densités dans le fluide. Non-seulement ces courbes

#### 416 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

ne peuvent pas être tracées en entier d'un mouvement uniforme; mais même leurs parties correspondantes de part & d'autre de la ligne des apsides, ne peuvent pas être parcourues avec des vitesses égales. En effet, si les quantités qui entrent dans nos expressions de la vitesse & de la densité du fluide sont exactement les mêmes pour un côté que pour l'autre, la diversité des signes dont ces quantités sont affectées, selon que le mobile trace l'une ou l'autre moitié de la courbe, doit seule produire toujours une grande différence, & la porter même quelquesfois assez loin, pour rendre négatives les grandeurs qui devroient être positives. Il est clair aussi que pour qu'il y eût une parfaite conformité dans le mouvement du mobile de part & d'autre de la ligne *PQ*, il faudroit que l'action fût précisément la même d'un côté que de l'autre, afin de produire les mêmes changements, quoique dans un ordre renversé. Mais dans la moitié *PAQ*, le fluide s'oppose par son impulsion à la pesanteur qu'il produit par sa force centrifuge; au lieu que dans l'autre moitié ces deux puissances agissent de concert. Elles ne forment donc pas la même force totale; & de-là il suit que la vitesse du mobile ne doit pas diminuer d'un côté par les mêmes degrés qu'elle a augmenté de l'autre, & que la courbure ne doit pas non plus être la même.



**TROISIEME**





TROISIEME MEMOIRE  
SUR L'AIMANT.

Par M. DU FAY.

ON ne sçauroit examiner avec trop d'attention les faits 22 Decemb.  
1731. que l'on rapporte sur la foi des Auteurs qui meritent le plus de confiance par l'exactitude qu'ils semblent avoir apportée dans les expériences qu'ils ont faites. Dans le second Mémoire sur l'Aimant que je donnai l'année dernière à l'Académie, je ne hésitai pas à dire après Descartes, Gilbert, & plusieurs autres bons Auteurs, que le pole de l'Aimant qui se dirige vers le Nord leve plus de Fer que l'autre, & j'en apportai pour preuve l'expérience si commune qui se fait en plongeant une Pierre d'Aimant dans la limaille; cependant je ne m'en tins pas à la raison que donne Descartes, & j'attribuai cette superiorité à ce que (dans le système d'un seul courant que je tâche d'établir dans ce Mémoire) la matiere sortant de la Pierre par ce pole étoit plus réunie, & par conséquent agissoit avec plus de force qu'autour de l'autre pole, dans lequel elle entroit indifferemment par tous les points voisins, en sorte que la matiere étant plus dispersée, son action se trouvoit necessairement plus foible. Ce raisonnement est plausible, & il est clair qu'à vertu égale le pole de sortie doit aimanter plus vivement que l'autre un morceau d'Acier, & lui communiquer plus de vertu, parce que ce torrent de matiere réunie en sortant, a plus de force pour renverser les poils, ou branches des pores du Fer, qu'elle n'en a au pole d'entrée, comme je l'ai fait voir plus au long dans ce Mémoire.

C'étoit donc là tout ce que je devois naturellement conclure de mon explication : mais trouvant que les meilleurs Auteurs assûroient que ce même pole qu'ils appellent *Austral*,

*Mem.* 1731.

G g g

#### 418 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

& que je nomme *pole de sortie*, ou qui se dirige au Nord, levoit plus de Fer que l'autre; voyant d'ailleurs que ce fait n'étoit contesté par personne, & regardant comme décisive l'expérience faite avec la limaille, je n'ai pas balancé à regarder cette réunion de la matière au pole de sortie comme la raison de ce qu'il levoit plus de Fer, croyant la plus grande vertu communicative, nécessairement liée avec la plus grande vertu attractive.

Le raisonnement auroit pû me désabuser, comme nous le verrons dans la suite, mais ç'a été le pur hasard. J'avois avancé dans mon Mémoire de 1730. que la proximité du pole boréal de la Terre n'étoit point (comme le dit Descartes) ce qui augmente la force du pole austral des Pierres, & j'avois dit que je doutois fort que ce même pole ne conservât la supériorité de l'autre côté de l'Équateur; l'envie que j'ai eüe de vérifier cette conjecture m'a fait chercher les moyens de faire cette expérience avec justesse, & de mesurer avec toute l'exactitude possible la force de chacun des poles d'un Aimant, ou d'un Acier aimanté.

Cela me parut d'abord la chose du monde la plus facile; mais lorsque j'ai voulu en venir à un certain degré de précision, j'ai trouvé de si grandes difficultés dans l'exécution, que j'avoie que j'ai été plusieurs fois tenté de l'abandonner.

J'ai d'abord construit une petite balance telle qu'on la voit dans la Fig. 1.<sup>re</sup> à l'extrémité de l'un des bras étoit un bassin pour recevoir les poids, & à l'autre une boule de Fer de 8. lignes de diametre, je ne m'étois pas servi d'abord d'une boule de Fer, mais d'un petit cylindre qui me fit faire un grand nombre d'expériences inutiles, car le bout inférieur de ce Cylindre s'aimantoit en touchant la lame d'Acier, & cela caufoit des variétés infinies; enfin la boule suspendue remédia parfaitement à cet inconvénient, & je me suis assuré par des expériences incontestables, qu'elle n'acquiert aucune vertu magnétique. Le long de la tige qui soutenoit le fleau de la balance couloit une pince que je fixois par le moyen d'une vis à la hauteur que je voulois, & j'assujettissois dans cette

pinçe une lame d'Acier que j'aimantois de différentes manières. Il n'entroit dans la construction de cette balance aucun morceau de Fer, de crainte que cela n'apportât du dérangement dans les expériences.

La forme qu'il m'a fallu donner à ces lames d'Acier n'étoit pas aussi indifférente qu'elle paroît devoir l'être, j'ai essayé de plusieurs, & la seule qui m'ait paru n'avoir pas d'inconvénients considérables, est celle qu'on voit Figure 2. les deux bouts étant parfaitement bien arrondis sur tous les sens, aussi-bien que la partie inférieure de la boule, afin que le contact fut plus exact, & plus uniforme.

Figure 2.

Dans chaque expérience je plaçois la pince en sorte que le fleau de la balance fût bien horizontal lorsque la boule appuyoit sur l'extrémité de la lame, & la boule étoit à la distance du centre du fleau telle, qu'elle répondoit précisément sur le bout de la lame posée bien perpendiculairement. Toutes ces attentions paroîtront peut-être superflues à ceux qui ne sont pas accoutumés à la pratique des expériences de Physique, mais j'ose dire qu'elles sont si nécessaires dans le cas présent, que ma patience a été mise aux plus rudes épreuves pour ne les avoir pas toutes imaginées d'abord.

Lorsque j'ai voulu me servir de la même machine pour mesurer la force des poles de différents Aimants, on conçoit aisément qu'il m'a fallu recourir à différents expédients, suivant la forme, ou le volume de ces Aimants; mais quelques précautions que j'aye prises, j'ai trouvé des variétés infinies lorsque je voulois m'assurer des expériences en les répétant plusieurs fois; la boule d'Acier glissoit sur les armures de l'Aimant, & selon le plus ou moins de force du point de l'armure qu'elle touchoit, elle s'y attachoit plus ou moins fortement, enfin je n'ai rien pû déterminer exactement par cette voye sur la force des poles des Aimants, si ce n'est de quelques-uns dont un pole étoit tellement supérieur à l'autre, que malgré ces variétés la différence en étoit sensible, mais il s'est trouvé très-peu d'Aimants dans ce cas, & cette machine qui paroissoit promettre tant de justesse, ne m'a pû servir qu'avec

G g g ij

#### 420 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

les lames d'Acier aimantées, encore falloit-il pour qu'il y eût de l'uniformité dans les expériences, qu'elles fussent telles qu'on les voit Fig. 2. ainsi que je l'ai déjà dit. J'eus donc recours à une autre voye, & je crûs que je connoitrois plus précisément la force de chaque pole d'un Aimant par la distance de laquelle il feroit impression sur une Aiguille aimantée : voici les mesures que je pris pour faire ces expériences avec la plus grande exactitude.

Je fis faire plusieurs Aiguilles de différentes formes, les unes de six pouces, & les autres de quatre pouces de long; je disposai sur une grande table très solide, très unie, & dans le voisinage de laquelle il n'y avoit aucun morceau de fer, deux demi-cercles; l'un de quatre pouces de diametre étoit divisé en degrés, & l'autre de six pouces l'étoit en demi-degrés; chacun de ces demi-cercles avoit à son centre un pivot très delié: Je les plaçai en sorte qu'une Aiguille aimantée s'arrêtât sur le diametre; il est aisé de voir que pour cela je n'avois qu'à tourner le demi-cercle, en sorte que son diametre se trouvât dans la ligne de déclinaison; mais je ne fus pas peu surpris de voir qu'elles ne s'arrétoient pas toutes exactement dans la même direction, c'est-à-dire, qu'elles n'avoient pas toutes la même déclinaison; c'étoit leurs différentes formes qui faisoient cette différence, enfin sans donner ici le détail de celles qui m'ont fait faire des expériences équivoques, je dirai seulement que celles qui m'ont le mieux réussi, dont la déclinaison a toujours été la même, & auxquelles je me suis par conséquent arrêté, avoient les deux bouts droits, tout unis & semblables; j'ai aimanté à l'ordinaire deux Aiguilles de cette sorte, l'une de six pouces & l'autre de quatre, je les ai placées sur les pivots des demi-cercles, & j'ai posé par dessus une glace supportée par un cercle de bois afin de garantir les Aiguilles de l'agitation de l'air.

J'avois pris encore une précaution afin de connoître dans la dernière justesse la distance à laquelle j'approcherois les Aimants; j'avois tiré sur la table une ligne qui passoit par le centre du demi-cercle, & qui coupoit à angles droits la ligne



de déclinaison, cette ligne étoit divisée en pieds, en pouces & même en lignes dans les endroits où je pouvois en avoir besoin : Il y avoit une pareille ligne tracée à chacune des deux especes de Bouffoles que je viens de décrire, & c'est sur ces lignes que je posois les Pierres d'Aimant, ou les lames aimantées, soit en les approchant, soit en les éloignant des Aiguilles.

On verra dans la Table suivante le détail des expériences que j'ai faites sur ce principe, & avec différents Aimants ; & on se souviendra que je nomme toujours *pole d'entrée* celui qui se dirige au Sud ; & *pole de sortie* celui qui se dirige au Nord.

### TABLE DES DISTANCES auxquelles différents Aimants ont attiré les Aiguilles.

*Expériences faites avec une petite Pierre de forme assés irrégulière, mais de bonne qualité, & qui leve environ deux livres.*

<i>Sur l'Aiguille de six pouces de long.</i>	<i>Sur l'Aiguille de quatre pouces.</i>
A 10 pouces de distance son pole d'entrée attiroit l'Aiguille de ..... 4 <sup>d</sup> 30'. Celui de sortie l'attiroit de 2 30.	A 10 pouces de distance son pole d'entrée attiroit l'Aiguille de ..... 2 <sup>d</sup> 0'. Celui de sortie l'attiroit de 9 20.
A 8 pouc. le pole d'entrée de ..... 8 <sup>d</sup> 30'. L'autre de .... 5 20.	A 8 pouc. le pole d'entrée de ..... 5 <sup>d</sup> 30'. L'autre de ... 14 0.
A 6 pouc. le pole d'entrée de ..... 17 <sup>d</sup> 30'. L'autre de ... 12 40.	A 6 pouc. le pole d'entrée de ..... 14 <sup>d</sup> 40'. L'autre de ... 26 30.
A 5 pouc. le pole d'entrée de ..... 80 <sup>d</sup> 30'. L'autre de ... 22 40.	A 5 pouc. le pole d'entrée de ..... 26 <sup>d</sup> 10'. L'autre de ... 54 30.
A 4 pouc. le pole d'entrée de ..... 88 <sup>d</sup> 0'. L'autre de ... 86 50.	A 4 pouc. le pole d'entrée de ..... 62 <sup>d</sup> 50'. L'autre de ... 85 20.
	G g g iij

# 422 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

*Expériences faites avec un Aimant veiné de rouge, de forme régulière, mais foible.*

<i>Sur l'Aiguille de six pouces.</i>	<i>Sur l'Aiguille de quatre pouces.</i>
A 12 pouces le pole d'entrée l'attiroit de ..... 2 <sup>d</sup> 0'. L'autre de .... 1 10.	A 12 pouces le pole d'entrée l'attiroit de ..... 1 <sup>d</sup> 0'. L'autre de .... 2 40.
A 8 pouc. le pole d'entrée de ..... 7 <sup>d</sup> 0'. L'autre de .... 4 10.	A 8 pouc. le pole d'entrée de ..... 4 <sup>d</sup> 40'. L'autre de .... 12 10.
A 6 pouc. le pole d'entrée de .... 14 <sup>d</sup> 10'. L'autre de ... 9 50.	A 6 pouc. le pole d'entrée de ..... 13 <sup>d</sup> 40'. L'autre de ... 18 10.
A 5 pouc. le pole d'entrée de ..... 28 <sup>d</sup> 10'. L'autre de ... 16 0.	A 5 pouc. le pole d'entrée de ..... 18 <sup>d</sup> 20'. L'autre de ... 34 30.
A 4 pouces & demi le pole d'entrée de ..... 84 <sup>d</sup> 20'. L'autre de ... 21 30.	A 4 pouces & demi le pole d'entrée de ..... 51 <sup>d</sup> 50'. L'autre de ... 76 30.

*Expériences faites avec un bon Aimant artificiel.*

<i>Sur l'Aiguille de six pouces.</i>	<i>Sur l'Aiguille de quatre pouces.</i>
A 4 pieds de distance le pole d'entrée l'attiroit de... 0 <sup>d</sup> 30'. L'autre de .... 0 30.	A 2 pieds le pole d'entrée l'attiroit de ..... 3 <sup>d</sup> 10'. L'autre de .... 9 40.
A 3 pieds le pole d'entrée de ..... 2 <sup>d</sup> 0'. L'autre de .... 1 30.	A 18 pouc. le pole d'entrée de ..... 10 <sup>d</sup> 40'. L'autre de ... 16 20.
A 2 pieds le pole d'entrée de ..... 7 <sup>d</sup> 20'. L'autre de .... 4 20.	A 8 pouc. le pole d'entrée de ..... 60 <sup>d</sup> 10'. L'autre de ... 71 20.
A 18 pouc. le pole d'entrée de ..... 14 <sup>d</sup> 0'. L'autre de ... 39 40.	A 4 pouc. le pole d'entrée de ..... 83 <sup>d</sup> 40'. L'autre de ... 89 20.
A 11 pouc. le pole d'entrée de ..... 48 <sup>d</sup> 30'. L'autre de ... 39 40.	
A 8 pouc. le pole d'entrée de ..... 75 <sup>d</sup> 30'. L'autre de ... 67 40.	

*Expériences faites avec une Pierre qui leve 77 liv. & demie.*

<i>Sur l'Aiguille de six pouces.</i>	<i>Sur l'Aiguille de quatre pouces.</i>
A 5 pieds le pole d'entrée	A 5 pieds le pole d'entrée
l'attiroit de ..... 4 <sup>d</sup> 30'.	l'attiroit de ..... 1 <sup>d</sup> 30'.
L'autre de .... 2 40.	L'autre de .... 7 30.
A 4 pieds le pole d'entrée	A 4 pieds le pole d'entrée
de ..... 9 <sup>d</sup> 10'.	de ..... 6 <sup>d</sup> 0'.
L'autre de .... 6 10.	L'autre de ... 12 40.
A 3 pieds le pole d'entrée	A 3 pieds le pole d'entrée
de ..... 20 <sup>d</sup> 10'.	de ..... 15 <sup>d</sup> 20'.
L'autre de ... 17 50.	L'autre de ... 23 20.
A 2 pieds le pole d'entrée	A 2 pieds le pole d'entrée
de ..... 71 <sup>d</sup> 10'.	de ..... 44 <sup>d</sup> 20'.
L'autre de ... 45 40.	L'autre de ... 54 30.
A un pied le pole d'entrée	A un pied le pole d'entrée
de ..... 83 <sup>d</sup> 10'.	de ..... 77 <sup>d</sup> 20'.
L'autre de ... 82 0.	L'autre de ... 86 40.

Chacune de ces expériences a été répétée cinq fois, & lorsqu'il s'est trouvé quelque différence, j'ai pris le terme moyen de celles qui approchoient le plus les unes des autres.

J'avouë que je croyois cette méthode sûre pour connoître lequel des deux poles d'un Aimant avoit plus de vertu que l'autre, & que je n'imaginois pas que le différent degré de vertu des deux bouts de l'Aiguille fût capable d'y apporter un dérangement sensible, mais il est arrivé tout le contraire, & ces expériences prouvent incontestablement que la supériorité de l'un des poles de chaque Aimant n'a fait aucun effet sensible, & que ç'a été uniquement celle de l'un des bouts de l'Aiguille sur l'autre qui l'a fait approcher de l'Aimant plus près que l'autre. La preuve en est que dans toutes les expériences, & avec toutes les Pierres d'Aimant dont je me suis servi, le pole d'entrée a paru avoir plus de force que l'autre quand l'expérience s'est faite avec la grande Aiguille; & que lorsque j'ai fait les mêmes expériences avec l'Aiguille de quatre pouces, ç'a toujours été le pole de sortie qui a paru le plus fort, quoique dans l'un & dans l'autre cas, je me sois servi des

#### 424 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

mêmes Aimants; ainsi il demeure pour constant que la grande Aiguille avoit plus de vertu dans le bout qui se dirigeoit au Nord, & que la petite au contraire en avoit plus dans l'autre: j'avois cependant touché ces Aiguilles le plus également qu'il m'étoit possible; & depuis j'ai encore fait de mon mieux pour aimanter d'autres Aiguilles, ou les mêmes, en sorte que la vertu des deux bouts fût égale; mais tant de causes différentes concourrent à cette inégalité, qu'il m'a paru impossible d'y remédier. J'ai donc renoncé à connoître par cette voye quel pôle d'un Aimant a plus de force que l'autre; mais avant que d'en venir aux autres moyens dont je me suis servi, il est bon de faire une remarque sur la Table précédente.

On sera étonné sans doute de voir qu'avec l'Aiguille de six pouces, la différence du chemin qu'elle fait est médiocre, à mesure qu'on en approche les pôles de la Pierre; & que dès qu'elle s'est éloignée d'environ 26, ou 27 degrés de la ligne de direction, elle fait un saut considérable venant tout d'un coup vers 70, ou 75 degrés, après quoi elle revient à ne faire que très-peu de chemin; cette observation m'a donné beaucoup de peine, mais l'ayant examinée avec toute la précision possible, & ayant remarqué que la même chose n'arrivoit pas si subitement avec l'Aiguille de 4 pouces; j'ai reconnu qu'il étoit une cause purement mécanique qui opéreroit cette espèce d'irrégularité. La Pierre ne fait faire à l'Aiguille qu'un petit nombre de degrés à chaque fois qu'on l'approche, jusqu'à ce qu'étant parvenue à une certaine inclinaison, le bout de l'Aiguille se trouve plus enfoncé dans le tourbillon de la Pierre, que le milieu du bras sur lequel ce tourbillon avoit agi jusqu'alors, la même force se trouve donc appliquée à un bras de levier beaucoup plus long, elle agit par conséquent avec plus d'avantage, & le bout de l'Aiguille s'avancant toujours vers le centre du tourbillon où son action est la plus forte, l'Aiguille est attirée jusqu'à ce que la résistance causée par sa direction naturelle devienne insurmontable. Lorsqu'elle est parvenue-là, c'est-à-dire, vers 70 ou 75 degrés, on a beau approcher la Pierre, l'Aiguille ne

peut

peut plus faire que très-peu de chemin vers le centre du tourbillon, par conséquent elle recommence à marcher lentement comme elle avoit fait d'abord. Cette inégalité est bien moins sensible lorsqu'on se sert de la petite Aiguille, parce que le bras de levier est moins long, & avec une Aiguille d'un pouce, ou un pouce & demi de long, on ne s'en apperçoit point du tout, ce qui est si naturel que cela n'a pas besoin d'une plus longue explication.

Voulant absolument connoître par une expérience décisive la force des deux poles d'un Aimant, je fis faire une Aiguille de cuivre longue de 6 pouces & toute unie; elle avoit à l'une de ses extrémités une boule d'acier de 2 lignes de diametre; & à l'autre une boule de cuivre de pareille pesanteur. Cette Aiguille, comme on le juge bien, n'affectoit aucune direction; je voulus m'assurer si elle étoit entièrement incapable d'acquérir aucune vertu magnétique, & pour cela je la suspendis par la boule d'acier à chacune des deux armures d'une très-bonne pierre, elle demeura plusieurs heures successivement à l'une, & à l'autre, & l'ayant mise à chaque fois sur son pivot sur lequel elle étoit très-libre, elle me parut demeurer indifféremment dans tous les points de l'horison où elle s'arrêtoit, après avoir été mise en mouvement.

J'étois donc sûr d'avoir une Aiguille sur laquelle il n'y avoit que la différente force des poles de l'Aimant qui pouvoit opérer différemment, puisqu'elle étoit dénuée de toute vertu, & qu'elle n'étoit pas susceptible d'en acquérir par l'approche de l'Aimant; mais j'y trouvois encore un inconvénient, c'est que j'avois beaucoup de peine à l'arrêter dans la direction où je voulois, à cause de son extrême mobilité, & que la moindre agitation de l'air l'en faisoit écarter.

J'imaginai, pour y remédier, d'y ajuster un ressort spiral de montre qui la contenoit avec une force modérée dans la direction que je voulois. Pour rendre cette direction encore plus précise, j'avois attaché au pied du pivot une espèce de petite équerre de cuivre contre laquelle s'arrêtoit l'Aiguille, lorsque je n'en approchois point d'Aimant; & lorsque je l'en

approchois, la boule d'acier étant attirée, l'Aiguille bandoit le ressort spiral à proportion de sa proximité, ou de sa force; & dès que je retirois la Pierre, le ressort spiral ramenoit l'Aiguille, & la petite équerre la retenoit dans sa direction ordinaire.

Figure 3. Pour ajuster ce ressort spiral à l'Aiguille, j'avois fixé son bout intérieur au pivot, de la même manière qu'il l'est au balancier des montres ordinaires, & j'avois contourné son bout extérieur en forme d'un petit anneau d'environ demi-ligne de diamètre. L'Aiguille portoit à une distance convenable de la chappe une petite cheville de cuivre qui se plaçoit librement dans cet anneau, & alors le ressort spiral menoit l'Aiguille. On peut voir la machine ajustée dans la Fig. 3.<sup>e</sup>. Lorsque je voulois me servir de la même Aiguille sans ressort spiral, je j'enlevois simplement, & la mettois sur un autre pivot, ou je la laissois sur le même, mais sans engager la petite cheville dans l'anneau du ressort spiral.

J'ai été obligé de donner la description de cette mécanique quoique fort simple, parce que je n'y suis parvenu qu'après bien des tentatives dont je supprime ici le détail, & que d'ailleurs elle est nécessaire pour bien entendre les expériences que je rapporterai dans la suite.

Je fus obligé encore pour plus de précision d'ajouter au-delà de chacune des petites boules une pointe de cire, afin que ces pointes marquassent exactement les degrés & les portions de degrés; ayant donc disposé l'Aiguille, le ressort spiral, le pivot, & la cheville de cuivre contre laquelle le ressort s'appuyoit, en sorte qu'elle étoit fixée sur la première division du demi-cercle, je tirai sur la table une ligne qui tomboit à angle droit sur l'extrémité de l'Aiguille, & qui répondoit au centre de la boule d'acier; je divisai cette ligne en pouces, en lignes, & en parties de lignes, & ces divisions me marquoient au juste la distance à laquelle j'approchois de la boule d'acier les poles des différents Aimants.

Les premières expériences que j'ai faites, l'ont été avec un gros Aimant dont j'ai parlé plus d'une fois, & qu'il est bon de décrire; il pèse neuf livres, défilé, sa forme est régulière,

les poles sont très-bien disposés , & il est armé avec deux fortes coquilles creusées , & bien exactement appliquées sur les poles ; je lui ai vu lever jusqu'à 77 livres & demie , & je ne m'apperçois pas qu'il ait rien perdu de sa force. On a pu voir dans la Table précédente qu'à 5 pieds de distance son pole d'entrée attire la grande Aiguille d'environ 4 degrés & demi. Mais son action est bien moindre dans l'expérience présente, car la petite boule d'acier donne bien peu de prise à la matière magnétique , & la résistance du ressort spiral ne laisse pas de faire un objet assez considérable, ainsi son action ne faisoit d'effet sensible sur l'Aiguille qu'à 3 pouces de distance.

A 3 pouces le pole d'entrée l'attiroit de .... 0<sup>d</sup> 20'.

L'autre , a la même distance de 0<sup>d</sup> 5'.

A 2 pouces 6 lignes le pole d'entrée ..... 2<sup>d</sup> 50'.

L'autre ..... 2<sup>d</sup> 20'.

A 2 pouces le pole d'entrée ..... 14<sup>d</sup> 50'.

L'autre ..... 12<sup>d</sup> 20'.

A un pouce onze lignes & un quart le pole d'entrée l'attiroit jusqu'à ce que la pointe de cire de la boule touchât l'armure, au lieu qu'à la même distance le pole de sortie ne l'attiroit que de 17 degrés, & qu'il falloit l'approcher jusqu'à un pouce 10 lignes  $\frac{1}{2}$  pour qu'il attirât l'Aiguille jusqu'au même point : j'ai fait cinq fois les mêmes expériences, & en différents temps, sans avoir trouvé que quelques minutes de variation ; ainsi il demeure pour constant que dans cet Aimant le pole qui se dirige au Sud, c'est-à-dire, le pole d'entrée, ou le pole boréale, a plus de vertu attractive que l'autre.

Lorsque j'avois tenté de reconnoître avec la balance lequel des deux poles de ce même Aimant avoit le plus de force, il m'avoit paru de même que ce même pole levoit plus pesant que l'autre ; mais il y avoit eû tant de variétés dans les expériences, que je ne pouvois pas regarder comme une chose entièrement assurée, que dans tout Aimant le pole qui attiroit la boule de plus loin, soutint aussi le plus grand poids ; il semble néanmoins que l'un soit une conséquence de l'autre si nécessaire, qu'à peine croit-on devoir s'en assurer par

#### 428 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'expérience, cependant je voulus l'essayer avec les lames d'acier dont j'ai parlé; j'étois en état de m'assurer par la balance du poids que pouvoit soutenir chacun de leurs poles bien plus exactement qu'avec les pierres d'Aimant, & en approchant ensuite leurs poles successivement de l'Aiguille à boule d'acier, je voyois facilement lequel l'attiroit de plus loin.

Je pris donc une lame de la figure 2, je l'aimantai en la posant simplement sur les armures de la grosse pierre, & la détachant le plus parallèlement qu'il me fut possible, le bout *A* qui étoit son pole d'entrée, ou qui se dirigeoit au Sud, attiroit la boule de plus loin que l'autre, & levoit 9 gros  $\frac{1}{2}$ , au lieu que l'autre ne levoit que 5 gros 12 grains.

J'ai retouché la lame du même sens, *A* levoit une once 5 gros, & *B* une once un gros & demi.

J'ai laissé la lame sur les armures de la Pierre pendant huit heures, en sorte que *A* fut toujours le pole d'entrée, il levoit une once 6 gros 6 grains, & *B* une once un gros 34 grains; on voit que le bout *A* levoit toujours un poids plus considérable que l'autre.

J'ai retouché la lame en sens contraire, en sorte que le bout *B* étoit le pole d'entrée, il ne leva que 6 gros 62 grains, & *A* une once 3 gros 54 grains; ainsi le bout *A* quoique d'une vertu contraire à celle qu'il avoit dans les trois expériences précédentes, levoit encore plus pesant que l'autre, je refis cette expérience trois fois comme j'avois fait l'autre, & le bout *A* conserva toujours la même supériorité, & à peu près dans la même proportion.

Je rechangeai les poles de la lame en la touchant en sens contraire, *A* redevint celui d'entrée, il leva une once 5 gros 12 grains, & *B* 7 gros 60 grains, l'expérience fut refaite encore trois fois, & toujours avec le même succès, c'est-à-dire, que le bout *A* leva toujours plus pesant que l'autre. Je changeai à cinq reprises différentes les poles de la lame, & il n'y eut que quelque variété dans la force des poles, mais la proportion fut toujours à peu-près la même, & le bout *A* acquit toujours plus de vertu, soit qu'il se dirigeât au



Nord, ou au Sud; d'où il résulte que ce ne fut, ni la proximité du pôle boréal de la Terre, ni l'entrée ou la sortie de la matière magnétique qui furent cause de la supériorité de vertu d'un des bouts de la lame; cette différence ne peut donc venir que de la disposition des parties internes de la lame, dont un bout s'est trouvé plus de disposition que l'autre à acquérir la vertu magnétique.

Comme le but que j'avois dans cette expérience, étoit de comparer la force qu'avoient les poles de la lame pour soutenir un poids, à celles qu'ils avoient pour attirer de loin la boule d'acier de l'Aiguille dont j'ai parlé, chaque fois que j'avois changé les poles de la lame, ou que je l'avois retouchée en même sens, j'allois présenter successivement ses deux poles à la boule d'acier, & je ne fus pas peu surpris lorsque je reconnus, à n'en pouvoir douter, que le bout *A* qui avoit toujours levé le poids le plus considérable, n'attiroit pas toujours la boule de plus loin; cela changea au contraire toutes les fois que je changeai les poles de la lame, & ce fut toujours constamment le pôle de sortie, c'est-à-dire, celui qui se dirige au Nord, qui attira la boule de plus loin.

Si la même chose fût arrivée en me servant d'autres lames d'acier, on auroit pû en tirer quelques conjectures relatives à la direction du courant de la matière magnétique, mais une seconde lame que j'essayai, & dont la forme étoit semblable à celle de la première, se trouva soutenir, à très-peu de chose près, le même poids par chacun de ses bouts, quelque direction que je leur eusse donnée, & quelque changement que j'y eusse fait à diverses reprises; & lorsque je présentai successivement les deux bouts de cette lame à la boule d'acier de l'Aiguille à ressort spiral, il se trouva que celui des deux bouts qui se dirigeoit au Sud, où le pôle d'entrée, l'attiroit toujours de plus loin que l'autre, ce qui est précisément le contraire de ce qui étoit arrivé avec la première lame. Les mêmes expériences faites avec d'autres lames, m'ont fourni de pareilles variétés, en sorte qu'il demeure pour constant que la faculté de soutenir un plus grand poids, n'a aucune liaison avec celle

430 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

d'attirer le fer de plus loin, & que l'une & l'autre ne dépend nullement de la direction de l'acier aimanté, mais seulement du plus ou moins de disposition à acquérir l'une de ces deux vertus magnétiques, qui se trouve dans l'arrangement intérieur de ses parties.

Il est facile de concevoir que le pôle d'une lame ou d'un Aimant qui soutient le moins de fer, peut cependant l'attirer de plus loin : car c'est la réunion ou la dispersion du torrent de la matière à l'entrée ou à la sortie de l'Aimant, qui détermine la distance à laquelle il fait impression sur le fer; mais c'est la plus grande ou la moindre quantité de matière qui le pénètre, qui cause sa force pour soutenir le poids du fer, & l'on voit aisément que ces deux causes peuvent très-souvent être séparées l'une de l'autre.

On ne peut donc point dire que la proximité du pôle boréal de la Terre augmente dans les Pays Septentrionaux, la force du pôle austral de l'Aimant, puisque nous voyons, par tous les faits que je viens de rapporter, que ce pôle austral que j'appelle *pôle de sortie*, se trouve souvent plus foible que l'autre.

Je dois cependant avouer ici que l'expérience que j'avois apportée dans mon second Mémoire, comme une preuve contre l'explication de Descartes n'étoit pas assez concluante: car je n'étois contenté de plonger un Aimant dans la limaille, & j'avois vu que l'approche d'un autre Aimant ne lui en avoit point fait porter davantage, & ne lui en avoit point fait lâcher de celle qui y étoit attachée; mais j'ai refait depuis cette expérience avec bien plus d'exactitude à l'aide de ma petite balance, & j'ai reconnu qu'en approchant du pôle d'une lame aimantée chargée de tout ce qu'elle peut porter le pôle de même nom d'une autre lame, elle laisse tomber son poids, au lieu que sa vertu augmente, & qu'on la peut charger davantage si l'on en approche le pôle de différent nom; ainsi le raisonnement de Descartes seroit juste, si le fait dont il veut rendre raison par-là se trouvoit vrai, & qu'il fût possible que la vertu du pôle boréal de la Terre pût faire un effet assez sensible; mais nous avons vu par les expériences rapportées

dans ce Mémoire, que le pôle austral des lames aimantées n'a aucun avantage sur l'autre. Je me suis principalement arrêté aux lames aimantées, parce que l'acier paroît formé de parties plus homogènes que l'Aimant, & que la facilité que l'on a de changer les poles, fait qu'il est aisé de s'assurer si la supériorité de l'un des deux vient de sa direction, ou de la disposition particulière des parties du fer, comme nous l'avons reconnu à n'en pouvoir douter.

Je n'ai pas négligé cependant de comparer ensemble la force des poles de plusieurs Aimants, & j'ai trouvé que dans le plus grand nombre la différence étoit si petite, qu'on avoit peine à s'en assurer avec la balance, qui, comme je l'ai déjà remarqué, ne peut pas être regardée comme un moyen bien exact pour connoître la force des poles d'un Aimant. Lorsque les poles se sont trouvés d'une force sensiblement inégale, j'ai le plus souvent trouvé le pôle d'entrée, c'est-à-dire, le pôle boréal supérieur à l'autre, ce qui est contraire à l'opinion commune; cependant je ne prétends point encore décider si l'on doit le regarder comme plus fort que l'autre, lorsque toutes choses sont égales d'ailleurs, & qu'il ne se trouve point dans l'Aimant des terrestrités, ou des parties foibles qui causent des irrégularités, & je me borne à conclure seulement que le pôle austral des Aimants ou des fers aimantés n'a aucun avantage sur l'autre.

Il n'y a personne qui n'ait remarqué de grandes inégalités dans la force d'un même Aimant, ces variétés m'ont donné beaucoup de peine dans la suite de mes expériences; il me semble qu'on ignore encore la cause de cette irrégularité; plusieurs Physiciens ont soupçonné qu'elle pouvoit avoir quelque liaison avec la température ou les qualités de l'air, j'ai pris le parti qui me paroît le plus sûr pour m'en assurer exactement, & lorsqu'une suite d'Observations m'aura mis en état de pouvoir avancer quelque chose de positif, j'en rendrai compte à l'Académie; voici le moyen dont je me sers, & que je donne maintenant, afin que si quelqu'un vouloit prendre la peine de faire les mêmes Observations, on les pût comparer avec les miennes. Je place le plus à l'abri de

l'air & du mouvement qu'il est possible, l'Aiguille à ressort spiral dont j'ay parté, & je dispose une bonne pierre d'Aimant, en sorte que la boule d'acier réponde à peu près au milieu des deux armures, & à telle distance que, surmontant à un certain point la force du ressort, elle amene l'Aiguille vers elle de douze ou quinze degrés; je fixe la Pierre en cet état, & j'observe de temps en temps à quel degré répond la pointe de l'Aiguille, ce qui me dénote très-exactement s'il arrive quelque changement dans la vertu de l'Aimant.

Pour une plus grande précision, je fais le bout de l'Aiguille qui porte la boule de moitié plus court que l'autre, & l'extrémité opposée se termine en pointe, de sorte qu'elle marque très-exactement les parties de degré, & qu'elle fait un chemin double de celui que fait la boule, ce qui rend le moindre changement fort sensible.

On m'objectera que la température de l'air peut apporter autant de changement à l'élasticité de mon ressort qu'à la force de l'Aimant, & qu'ainsi il me sera impossible de connoître la cause du mouvement de mon Aiguille; mais je remédie à cet inconvénient en ajustant au pivot de mon Aiguille deux ressorts l'un au dessus de l'autre, dont les spires vont à contre-sens, en sorte que si l'humidité de l'air tend à relâcher l'un des ressorts, elle relâchera de même son antagoniste, & l'Aiguille fera toujours un effort uniforme pour résister à l'action de l'Aimant, ainsi le changement qui arrivera, ne pourra être attribué qu'à l'inégalité de la force de l'Aimant : le S.<sup>r</sup> du Tertre fit voir à l'Académie, il y a quelques années, une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajusté deux ressorts dans la même vûë, & l'on jugca que cette invention avoit son utilité. Je crois que l'application que j'en fais ici leve la seule difficulté que l'on me pouvoit faire, & cette machine ayant toutes les commodités & la simplicité qu'on peut espérer, je rendrai compte à la Compagnie des Observations que je ferai par ce moyen, si je trouve qu'elles méritent quelque attention.



Fig. 1.

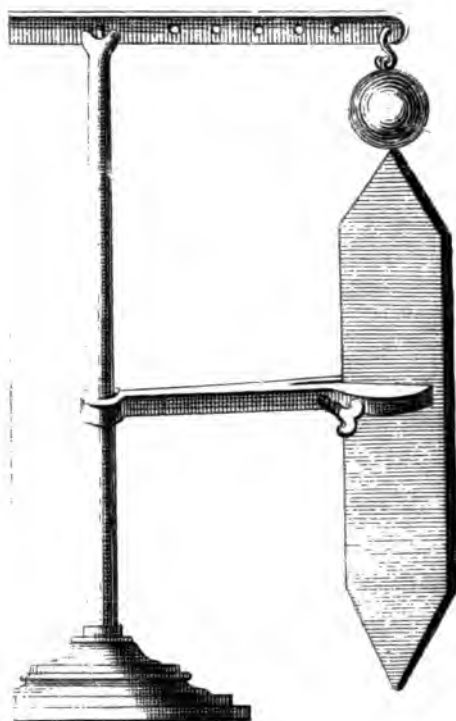


Fig. 2.

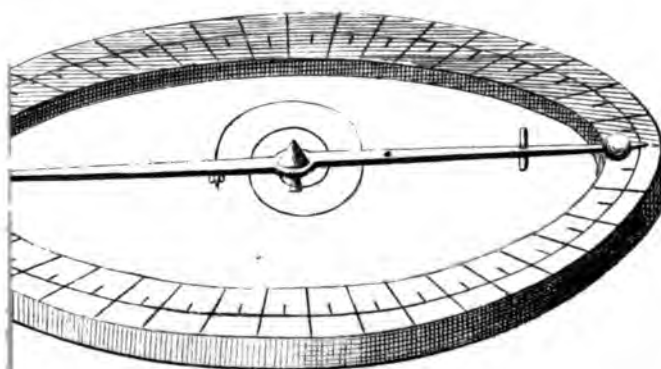


Fig. 3.



*SUR LA FORME  
LA PLUS AVANTAGEUSE QU'ON PUISSE DONNER  
AUX TABLES ASTRONOMIQUES.*

Par M. GRANDJEAN.

**L**es Tables Astronomiques sont des suites de nombres qui expriment le rapport du mouvement des Astres avec les parties du temps, & qui servent à trouver le lieu de ces mêmes Astres dans le Ciel, pour un temps donné.

Deux choses peuvent concourir à la perfection des Tables, les éléments & la forme, c'est-à-dire, les nombres mêmes, & la manière de les arranger.

Je n'entreprendrai point dans ce Mémoire, de détailler la manière de trouver les éléments des Tables, ce seroit un Traité complet d'Astronomie; je me contenterai de faire sur leur forme ou leur arrangement, quelques réflexions que je crois y pouvoir répandre un nouveau jour, & en faciliter considérablement la construction & l'usage.

Il y a trois formes de Tables en usage dans l'Astronomie, sçavoir la Vulgaire, l'Alphonsine, & celle que M. de Louville donna en 1720 dans les Mémoires de l'Académie.

La Vulgaire a été mise en usage par Ptolomée, & suivie après lui par presque tous les Astronomes, on y compte le mouvement des Planètes & de leurs apsides pour des années, des mois, des jours, des heures, minutes & secondes, en supposant ce mouvement égal & uniforme. On donne ensuite une Table qui, pour chaque degré de distance de la Planète à son aphélie, indique ce qu'il faut ôter ou ajoûter à ce mouvement égal ou moyen que l'on a supposé, pour avoir le vrai, & cette Table s'appelle *Table d'équation* ou de *prosthapherefe*. Les Tables de M. de la Hire sont construites suivant cette forme.

*Mem. 1731.*

Iii

#### 434 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

La forme Alphonsine a été mise en usage par Alphonse X. Roi de Castille, on y suppose les jours divisés en  $\frac{1}{60}$  parties, & le temps partagé, non en années, mais en soixantaines de jours, dont 60 font une soixantaine seconde, &c. Il n'est pas difficile de s'appercevoir que le temps étant partagé dans la même progression que les degrés du cercle, une Table calculée pour des jours servira, en avançant d'un chiffre, pour des  $\frac{1}{60}$  de jour, & en reculant pareillement d'un chiffre, pour des soixantaines de jours, & c'est en cela que consiste le principal mérite de ces Tables qui deviennent par-là d'un fort médiocre volume. Je ne parle point des Tables d'équation dans cette forme, elles y sont faites comme les autres, excepté qu'au lieu de compter par Signes, on y compte par soixantaines de degrés ou deux Signes. Les Tables d'Alphonse même, & celles de Lansberge peuvent en fournir un exemple.

M. le Chevalier de Louville donna en 1720, dans les Mémoires de l'Académie, des Tables du Soleil, rangées suivant une forme nouvelle, & tout-à-fait ingénieuse, au lieu de prendre pour terme de la numération de ses mouvements, le premier point d'*Aries*, il les compte depuis l'aphélie, & par-là il a, sans autre calcul, l'anomalie moyenne; de plus ayant remarqué plusieurs inconvénients dans la manière de construire les Tables d'équation, il construit les siennes d'une façon singulière qui rend toutes les parties proportionnelles additives. Enfin à l'anomalie vraie, il joint la longitude de l'aphélie, ce qui lui donne la longitude vraie du Soleil.

Toutes ces Tables, comme on voit, conviennent entre elles, en ce qu'elles donnent d'abord un mouvement moyen proportionnel au temps, & ensuite en appliquant l'équation, le mouvement vrai de la Planète. Voyons présentement ce qui peut avoir obligé les Astronomes à ce double calcul.

Puisque les Tables n'expriment autre chose que le rapport des parties du temps aux mouvements de la Planète, il semble que la manière la plus simple de les construire, seroit de diviser le temps périodique en parties égales, & de voir quelles



parties du mouvement de la Planete y répondroient, ce qui déterminé une seule fois, formeroit une Table perpétuelle du mouvement de la Planete, sans avoir besoin de mouvement moyen, ni d'autres éléments; & il y a apparence qu'on auroit suivi cette méthode, si l'aphélie des Planetes qui, comme on sçait, est le terme de leur inégalité, eût été immobile à l'égard du premier point d'*Aries*, duquel on a coutume de compter les mouvements dans l'Astronomie.

Mais ce terme de leur inégalité étant mobile à cet égard, il faut, pour assigner quelle partie du mouvement de la Planete convient à chaque partie de temps, connoître à quelle distance elle est de son aphélie, & pour connoître cette distance, il faut ôter le lieu de l'aphélie de celui de la Planete. Mais le lieu de la Planete est précisément ce que l'on cherche, & la seule chose connue qui y ait rapport, est la partie du temps périodique écoulée depuis le retour au point de l'époque jusqu'au temps proposé, il faudroit donc ôter le lieu de l'aphélie de ce temps, pour avoir l'anomalie de la Planete, & c'est-là justement le noeud de la difficulté.

Les Tables n'exprimant autre chose que le rapport des parties du temps au mouvement de la Planete, tous leurs nombres doivent être regardés comme les numérateurs de véritables fractions, dont le dénominateur est pour le temps, le temps périodique même\*, comme pour le Soleil  $365 \frac{97}{400}$ , & pour les mouvements, le nombre des degrés du cercle ou 360.

\* V. les Mem,  
de 1703.  
p. 43.

Tant qu'il ne s'agira que de comparer ces fractions les unes aux autres, on le pourra faire aisément, mais si, comme dans le cas présent, on veut ôter des mouvements d'un temps donné, on en sentira la difficulté, & on verra qu'il faut réduire les fractions au même dénominateur.

Pour cela, on a imaginé de prendre une quantité exprimée en degrés qui fût au cercle entier, comme le temps proposé est au temps périodique, & cette quantité *graduelle* est ce que l'on appelle *mouvement moyen*.

Par cette méthode on est parvenu à exprimer la fraction

436 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
proposée, de manière qu'elle eut pour dénominateur le même  
nombre que celle qui exprime le mouvement de l'aphélie, &  
par conséquent rien n'embarassant plus, on a construit les  
Tables astronomiques, telles que nous les voyons aujourd'hui,  
& le calcul consiste,

1.<sup>o</sup> A trouver le *moyen mouvement* de la Planete, c'est-à-dire, le numérateur d'une fraction dont le dénominateur soit 360 égale à celle qui exprime le rapport de la partie du temps écoulé jusqu'au moment proposé avec le temps périodique de la Planete.

2.<sup>o</sup> A ôter de cette fraction celle qui exprime le rapport du mouvement de l'aphélie avec le cercle entier, ce qui donne la distance moyenne de la Planete à ce point que l'on nomme *son anomalie moyenne*.

3.<sup>o</sup> A trouver la différence entre le mouvement vrai de la Planete à ce degré d'anomalie, & le mouvement moyen ou égal que l'on a supposé, & cette différence se nomme *Equation*.

4.<sup>o</sup> Enfin à ajouter ou soustraire cette équation, selon que le mouvement vrai est plus lent, ou plus prompt que le moyen.

Mais n'y a-t-il point d'autre manière de construire ces Tables, & la nécessité de réduire le temps en  $\frac{1}{360}$  est-elle bien établie? C'est ce qu'il est question d'examiner, & pour cela reprenons les choses d'un peu plus haut.

Nous avons vu que ce qui avoit obligé de se servir du mouvement moyen, étoit qu'il falloit soustraire le lieu de l'aphélie du temps proposé, & réduire par conséquent les fractions qui expriment les rapports de ces deux quantités avec leur tout au même dénominateur. Mais si l'on examine la chose de plus près, on verra qu'il étoit égal ou de prendre une quantité exprimée en degrés, proportionnelle au temps, de laquelle on ôtât le mouvement de l'aphélie, ou de prendre une quantité exprimée en parties de temps, proportionnelle au mouvement de l'aphélie que l'on ôtât du temps proposé, & il ne peut y avoir dans la construction des Tables que ces

deux seuls partis à prendre : examinons lequel est le meilleur.

Le premier que l'on a suivi jusqu'ici, oblige de convertir en degrés le temps écoulé depuis l'époque. Le second au contraire oblige de convertir en temps le mouvement de l'aphélie; mais cette conversion est bien facile, car le mouvement de l'aphélie étant proportionnel au temps, le temps donné est lui-même la fraction cherchée, au lieu que dans la première méthode il faut un calcul assés long, & une Table exprès pour en venir à bout. Voyons donc présentement si en se servant de cette méthode, le reste des Tables en deviendra plus simple, & le calcul plus facile; & voici la seule forme qui me paroisse imaginable dans cette méthode, & qui est aussi simple & aussi facile qu'on le puisse souhaiter.

On commence par dresser une *Table des mouvements diurnes vrais de la Planete*, à compter depuis son passage par son aphélie, & cette Table est composée de trois colonnes. La première contient les jours écoulés depuis l'aphélie. La seconde, les mouvements vrais de la Planete qui y répondent. *Tabula B.* La troisième enfin, les différences entre ces nombres qui expriment les mouvements diurnes de la Planete; on ajoutera à la Table du Soleil dans une quatrième colonne, l'équation du temps pour y avoir égard dans le calcul des autres Planetes. Je dis dans le calcul des autres Planetes, parce qu'en construisant les Tables du Soleil, on peut & on doit avoir égard à l'équation du temps, ce qui exemptera les Calculateurs d'en tenir compte.

On fait ensuite une *Table du passage de la Planete par son aphélie, & de la longitude de ce même aphélie*, & cette Table *Tabula A.* est composée de deux colonnes. La première marque les années, jours, heures, minutes & secondes, auxquelles la Planete passe par son aphélie; & la seconde, la longitude de ce même aphélie, lors du passage de la Planete.

Il est inutile de dire qu'on peut aisément rendre cette Table perpétuelle sçachant le mouvement de l'aphélie, & combien la Planete est à faire ce même mouvement.

# 438 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Pour éviter le calcul des parties proportionnelles, on peut dresser des Tables proportionnelles du mouvement des Planetes à peu-près de la même manière que M. Manfredi a fait dans ses Ephémérides. On trouvera à la fin de ce Mémoire des exemples de toutes les Tables que je propose: examinons-en présentement le calcul.

On ôte du temps proposé le passage de la Planete par son aphélie qui le précède immédiatement. Le reste après cette soustraction, est le temps écoulé depuis le passage de la Planete par son aphélie.

Avec le nombre des jours écoulés depuis ce passage, on trouve dans la première Table le mouvement vrai que la Planete a fait depuis ce temps; & parce qu'avec les jours on a ordinairement des heures, min. & sec. on prendra la partie proportionnelle du mouvement diurne qui leur convient, que l'on ajoutera au mouvement trouvé pour les jours, & l'on aura le mouvement vrai de la Planete depuis son passage par son aphélie, auquel ajoutant le lieu de l'aphélie marqué par la Table, on aura son véritable lieu.

## E X E M P L E

On propose de trouver le lieu du Soleil le 12 Juillet 1732 à Midi.

11 <sup>i</sup>	10° 29' 21"	1732.	194 <sup>i</sup> 0 <sup>h</sup> 0' 0"
2 <sup>h</sup>	4 46	Pass. par l'apogée.	182 21 13 54
46'	1 49	Temps depuis l'ap.	11 2 46 6
6"	0		
Long. d'apog.	3° 8 39 37		
	3 19 15 33	Lieu vrai du Soleil.	

Pour faire voir présentement combien ce calcul est plus court que celui de la méthode ordinaire, nous allons donner le même exemple par les Tables de M. de la Hire.

	Solis				Apog. Solis.				
<i>Epoch. 1700</i>	9°	10'	52"	27"	3°	8'	7"	30"	
20			9	10			20	30	
11	11	29	20	41			11	17	
<i>Junius</i>	5	28	24	8				30	
<i>Dies 11</i>		10	50	32				2	
<i>Loc. med. Sol.</i>	3	19	36	58	3°	8'	39'	49"	Les nombres de ces exemples, aussi-bien que ceux des Tables sont tirés de cel- les de M. de la Hire.
<i>Apog. subtr.</i>	3	8	39	49	<i>Æqu. pro</i>	10°	19'	36	
<i>Anonn. med.</i>	0	10	57	9	<i>Æqu. pro</i>	11	21	32	
<i>Ut 3600"</i>					<i>Diff.</i>		1'	56"	
<i>Ad. 3430"</i>	57'	9"	3.53529				19	36	
<i>Ita 116"</i>	1	56	2.06445				1	51	
			5.59974				28	27	
			3.55630		<i>Loc. med.</i>	3°	19°	36'	58"
<i>Ad III"</i>	1	51	204344.		<i>Loc. ver.</i>	3	19	15	31.

Il est aisé de voir combien le nouveau calcul que je propose a d'avantage sur celui qui est en usage; mais la facilité avec laquelle on peut s'en servir pour trouver un lieu déterminé d'une Planete, n'approche pas encore de celle qu'il procure dans la construction des Ephemerides. Un seul lieu de la Planete étant donné comme celui que nous avons proposé, il n'y a qu'à y ajouter la difference entre le mouvement trouvé pour 11 jours & le suivant, pour avoir le mouvement vrai de la Planete pour le jour suivant, & ainsi de suite; au lieu que dans la méthode ordinaire il n'y a d'autre parti à prendre que de calculer immédiatement le lieu du Soleil, pour tous les jours auxquels on veut l'avoir.

Cet avantage même peut être compté pour plus encore qu'il ne paroît, en ce qu'il donneroît aux Pilotes le moyen de se fournir eux-mêmes d'Ephemerides tous les ans, sans être obligés de se servir des anciennes, qui ne peuvent que les jetter en erreur; on pourroit même à la place de la table A, leur donner le lieu du Soleil au 1.<sup>er</sup> de Janvier pour un nombre d'années considérable, ce qui faciliteroit encore le calcul.

Outre cet avantage que la marine pourroit retirer de la forme proposée, l'Astronomie en recevroit aussi de très-considérables.

#### 440 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

1.° La méthode ordinaire de construire les tables employe cinq éléments, les deux époques, le mouvement moyen, le mouvement de l'aphélie, & les équations, au lieu que la forme proposée n'en employe que trois; ſçavoir, le lieu de l'aphélie, ſon mouvement *ab Ariete*, & le mouvement vrai anomaliftique.

2.° Le mouvement anomaliftique ſe trouve immédiatement par obſervation, & ſans employer aucune hypothéſe; de plus, comme il ne ſ'ajoute point à lui-même, il ne peut jamais errer de plus que l'obſervation qui l'a donné, c'eſt-à-dire d'environ 5", ſans que cette erreur coure riſque de ſ'augmenter; bien différent en cela du mouvement moyen dans lequel une ſeconde d'erreur, produiroit une minute au bout de ſoixante ans.

3.° L'erreur ſera toujours dans ces ſortes de Tables infiniment plus aiſée à découvrir que dans les autres, parce que le mouvement anomaliftique n'étant point ſujet à erreur, elle ne pourra ſ'y gliffer que dans le Lieu, ou le mouvement de l'aphélie, & par conſéquent l'Aſtronyme n'ayant que ce ſeul objet à enſaſager, ſera en état d'y faire plus d'attention, & d'en venir à bout plus aiſément que dans la forme ordinaire, où il eſt ſouvent très-difficile de déterminer duquel des cinq éléments vient l'erreur des Tables.

4.° Le calcul de cette eſpece de Table, eſt, comme on a vu, incomparablement plus court & plus facile que celui des Tables ordinaires.

Enfin, pour dire plus encore à l'avantage de la méthode que je propoſe, mes recherches m'ont conduit à peu près à la même idée qu'avoit eu autrefois le fameux Képler, & qu'il avoit même commencé d'exécuter pour le Soleil dans ſes Tables Rudolphines.

On voit aiſément que cette méthode peut ſ'appliquer à la première inégalité des Planetes ſecondaires; mais comme la plupart ſubiſſent des inégalités différentes de leur première, il faudroit pour tirer de cette méthode tout le parti que l'on en peut tirer, ranger les Tables d'une manière un peu différente  
de

DES SCIENCES.

441

de celle que nous venons de proposer, & dont l'examen nous meneroit trop loin pour oser l'entreprendre dans ce Mémoire, qui peut-être n'a déjà que trop long-temps occupé le Lecteur.

TABULA A.

Transitus ☉ per apogæum & Longitudinis apogæi.

Anni.	Transit. ☉ per Apog.				Long. Apog.			
	D.	H.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
1730	182	15	6	22	3	8	38	39
31	182	21	13	54	3	8	39	37
32	183	3	28	26	3	8	40	35
33	182	9	43	4	3	8	41	33
34	182	15	57	36	3	8	42	31

TABULA B.

Veri Motus anomalistici Solis in singulis anni diebus.

Dies ab Apog.	Motus.				Differ.		Æquatio Temporis.	
	S.	G.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
1	0	0	57	12	57 13		3	1
2	0	1	54	25			3	13
3	0	2	51	38			3	25
4	0	3	48	51			3	36
5	0	4	46	4			3	47
6	0	5	43	16	57 13		3	57
7	0	6	40	28	57 13		4	8
8	0	7	37	41	57 13		4	18
9	0	8	34	54	57 13		4	27
10	0	9	32	7	57 13		4	36
11	0	10	29	21	57 13		4	45
12	0	11	26	35	57 14		4	54
13	0	12	23	50	57 14		5	2
14	0	13	21	5	57 15		5	9
15	0	14	18	21	57 16		5	16

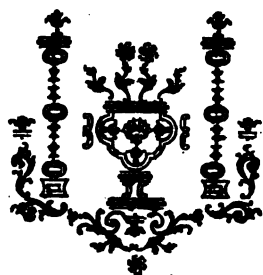
Mem. 1731.

Kkk

T A B U L A C.

*Proportionalis Motus diurni Solis.*

Motus diurni.			1		2.		3.		4.		5.	
		S.	T. Q.		T. Q.		T. Q.		T. Q.			&c.
		M.	S. T.		S. T.		S. T.		S. T.			
M.	S.	H.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.		
57	0		2	22	4	45	7	7	9	30		&c.
57	6		2	22	4	45	7	7	9	31		
57	12		2	23	4	46	7	8	9	32		
57	18		2	23	4	46	7	9	9	33		
57	24		2	23	4	47	7	10	9	34		
57	30		2	23	4	47	7	11	9	35		&c.
57	36		2	24	4	48	7	12	9	36		
57	42		2	24	4	48	7	12	9	37		
57	48		2	24	4	49	7	13	9	38		
57	54		2	24	4	49	7	14	9	39		
&c.			&c.		&c.		&c.		&c.			





DESCRIPTION ANATOMIQUE  
D'UN ANIMAL  
CONNU SOUS LE NOM DE MUSC.

Par M. DE LA PEYRONNIE.

L'ANIMAL dont je vais parler a été donné sous le nom de *Musc* : Il a un organe particulier qui fournit une liqueur épaisse & grasse très-odorante, qui a la consistance d'une pommade ordinaire, & qui répand un parfum très-fort, connu sous le nom de *Musc*; parfum différent de celui de la Civette. 5 Decemb. 1731.

L'anatomie de cet organe sera le principal objet de ce Mémoire, n'ayant rien trouvé d'extraordinaire dans les autres parties de l'animal.

Il fut donné au Roi, il y a près de six ans, par M. le Comte de Maurepas. Toutes les recherches que j'ai faites pour savoir positivement d'où il étoit venu, ne m'ont fourni que des soupçons qu'il pouvoit venir du Sénégal : Il s'en trouve à la coste d'Or, au Royaume de Juda, & dans une grande étendue de cette partie de l'Afrique. Un Officier de Marine m'a assuré en avoir trouvé un à la coste d'Angole, par le 9.<sup>e</sup> degré Sud de la ligne; il vouloit l'apporter en France, mais l'animal jeune & délicat mourut au bout de six semaines.

Le *Musc* dont il s'agit, fut envoyé par ordre du Roi à la Ménagerie, où il a été nourri avec de la viande crüe, qu'il mangeoit avec voracité. Il y a environ trente ans qu'on en présenta un au feu Roi, qui fut porté de même que celui-ci à la Ménagerie, il y a vécu plusieurs années; il fut donné sous le même nom, il avoit la même figure extérieure, répandoit la même odeur, mais on négligea d'en faire l'ouverture. On ignore la conformation de l'organe de son parfum, on

Kkk ij

444 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

n'a pas même sçû s'il étoit mâle ou femelle; c'est une perte pour l'Académie. Je souhaiterois que mes recherches sur le second pussent la réparer. Malgré toute l'attention qu'on a depuis long-temps de rassembler à la Ménagerie différents animaux étrangers, ce sont les deux seuls de cette espece qui y ayent paru, & les seuls dans le nombre des animaux musqués qu'on y a vû, qui ayent donné un aussi grand parfum.

Je ne ferai point ici l'histoire du parfum du Musc; je ne parlerai point des mauvais effets qu'il produit, ni de l'utilité dont il est, tant dans la composition des remèdes, que dans les autres usages qu'on en peut faire. On sçait qu'il n'a pas également réussi dans tous les siècles, ni chés toutes les Nations; il y a eu des Peuples qui l'ont mis au rang de ce qu'ils ont eu de plus précieux, il y a eu des temps où il a fourni la matière du luxe le plus recherché; dans d'autres temps on l'a méprisé, & il y a des Contrées où l'on appelle encore *puants*, les animaux qui répandent cette odeur. Nous pouvons dire qu'on est encore aujourd'hui partagé entre le goût & l'aversion qu'on a pour ce parfum; & ce qui est bien surprenant, c'est que malgré sa violence, qui sembleroit devoir décider, c'est souvent la mode qui en décide.

Je ne chercherai point à concilier la diversité des opinions sur l'origine du nom de Musc qu'on a donné à ce parfum & à l'animal qui le fournit, ni à fixer d'entre les animaux musqués, celui à qui on doit donner par préférence le nom de Musc, en latin *Moschus* ou animal *Moschiferum*. On sçait que les Arabes nous ont donné sous ce nom, une espece de Gazelle ou de Chevre sauvage, décrite par plusieurs Auteurs, & particulièrement par Lucas Schroekius de l'Académie des curieux de la Nature en Allemagne, dans un long traité qu'il a donné sur cette matière\*.

\* *Historia Moschi ad Normannicam Academiam Naturae curiosorum.*

• Voyez les *Mem. de l'Ac. Royale des Sc.* année 1725. page 323.

• *Liv. II. ch. 76.*

L'animal que nous décrivons n'a aucun rapport avec ces Chevres & ces Gazelles, ni avec les Rats musqués de Canada dont nous avons une très-exacte description. Il approche davantage d'une espece de Fouine qu'on appelle *Genette*. On en voit une dans les Observations de Belon<sup>b</sup>, dont la figure a

quelque ressemblance avec nôtre animal. Il y a aussi dans l'histoire naturelle de la nouvelle Espagne, par François Hermandes\*, la figure d'une Civette Américaine, qui paroît y \* Page 538. avoir encore plus de rapport; cependant elles diffèrent, comme on peut le voir, en conférant les deux figures avec celle que l'on trouvera ici. On trouvera aussi de la différence entre la figure extérieure du Musc, & celle des deux Civettes de M. Perrault, dans ses Mémoires pour servir à l'histoire des Animaux. Le corps du Musc est plus délié & plus lévreté; sa queue est plutôt blanche que grise, coupée par huit anneaux noirs, posés en manière de cercles parallèles, larges chacun d'environ trois lignes, ce que n'a point la queue de la Civette. Il est couvert d'un poil doux & à demi-ras, par tout d'égale longueur; l'on voit tout au contraire dans la Civette de M. Perrault, tout le long du dos jusqu'à la naissance de la queue, le poil plus long & plus hérissé qu'à tous les autres endroits. Le Musc étoit tigré de noir & de gris, la Civette étoit tigrée de couleurs différentes; les taches de celle-ci formoient des bandes circulaires autour du corps, les taches du Musc en formoient de parallèles selon sa longueur, depuis les épaules jusqu'au bas du corps; il avoit un pied huit pouces de long depuis le bout du museau jusqu'à la naissance de la queue, qui étoit longue d'environ quinze pouces.

Le museau étoit pointu, garni de moustaches, il étoit couvert d'une peau grise, ses oreilles étoient plus plates que celles d'un Chat; il avoit au-dessous des oreilles un double collier noir & deux bandes noires de chaque côté qui naissoient du second collier, & finissoient aux épaules; il avoit les pattes noires, celles de devant n'avoient que quatre doigts, armés chacun d'un ongle court, moins fort & moins pointu que ceux des Chats, le 5.<sup>e</sup> doigt étoit sans ongle, & ne portoit pas à terre; le dedans des deux pattes étoit plus maigre, & aussi doux que dans les Chats; les pattes de derrière avoient cinq ongles portant tous à terre, conformés à peu-près de même; les papilles de la langue étoient tournées comme celles du Chat, sans être ni si dures, ni si âpres.

qui puoient aussi beaucoup; l'une & l'autre de ces odeurs n'avoient rien qui ressemblât au parfum du Musc.

En écartant les deux lèvres *b, b*, de la fente *B, B*, qui étoient fort souples, & qui prêtoient aisément, on découvroit une cavité dans laquelle se trouva une pâte visqueuse d'une couleur ambrée, qui en enduisoit toute la surface; c'est la liqueur, l'huile, ou plutôt la pommade odorante, le parfum ou le vrai Musc, qui, comme nous l'avons dit, avoit la consistance d'une pommade ordinaire. Nous l'appellerons dans la suite de ce Mémoire, *pommade odorante* ou *parfum*. A l'ouverture de la cavité, l'odeur de ce parfum se trouva si forte, que je ne pûs l'observer sans en être incommodé; cette cavité est tapissée d'une membrane tendineuse, qui a du ressort, qui est fort plissée, & par conséquent capable de beaucoup d'extension. Dans la situation naturelle & ordinaire, on peut se la représenter comme un Porte-feuille fermé, & dont les deux côtés seroient un peu plissés.

En tirant les deux lèvres *b, b*, également chacune de son côté, ainsi qu'on ouvreroit entièrement un carton plié en forme de Porte-feuille sur une table, on découvre l'intérieur de la cavité, formant un plan horizontal & circulaire *F*, (*Fig. 2*) La ligne *G, G, G*, qui va de la commissure inférieure des lèvres du vagin au fondement, & qui coupe le plan en deux parties égales, représente la charnière du Porte-feuille: Cette ligne marque l'endroit de la séparation des deux glandes qui s'ouvrent chacune de son côté dans le sac par un grand nombre d'ouvertures dont nous parlerons plus bas. Cette ligne trace un diamètre qui partage en deux demi-cercles la membrane qui forme le sac; si l'on tire la levre du côté droit horizontalement, & qu'on renverse la levre gauche au-dessous du plan horizontal, le demi-cercle droit *P*, (*Fig. 4*) de la poche paroît en entier & avec un peu de saillie, séparé du gauche par le diamètre *G, G, G*, tandis que le demi-cercle gauche ne paroît qu'en partie, le reste étant caché par la glande sous laquelle la levre gauche a été renversée.

Si on renverse les levres supérieures de la poche, (*Fig. 5*) & qu'on les enfonce beaucoup sous les glandes, on voit toute la surface inférieure de la poche avec une bordure lisse 2, 2, 2, qui est entre la peau intérieure du sac & le poil extérieur; cet espace lisse ne paroît qu'au bas de cette Figure 5. Il existe pourtant dans toute la circonférence de la poche. Il ne paroît pas dans la Figure 2, ni dans la Figure 3, qui est la répétition de la même Figure 2, détachée du sujet, parce que les levres ne sont pas renversées au-dessous de la surface horizontale, ni dans la Figure 4, parce que le demi-cercle droit n'est pas assez renversé, & le demi-cercle gauche l'étant trop, la bordure lisse & celle du poil, sont cachées sous les deux glandes. J'ai crû donner une idée plus claire du sac, en faisant voir la surface & la circonférence dans toutes ces différentes positions.

La surface du sac est percée comme un crible, ainsi qu'on le voit dans les quatre dernières Figures qu'on vient d'examiner; c'est par ce crible que le parfum passe des deux glandes *C, C*, (*Fig. 1*) dans la poche commune qui est unique, & que nous avons presque toujours appelée *Sac*. J'ai compté jusqu'à soixante trous ou environ sur chaque moitié du crible: une partie de ces trous qui sont presque au centre de chaque moitié de ce crible, sont plus grands que ceux de la circonférence qui tiennent à la bordure lisse 2, 2, 2, & à la ligne *G, G, G*, qui forme le diamètre du crible. C'est par ces grands trous que les follicules qui composent le centre de la glande, vident leur pommade dans le sac; il y a dans cette partie du sac un enfoncement d'environ cinq lignes de long, sur deux de large, & une demi-ligne de profondeur, c'est par le reste des trous qui sont plus petits que les précédents, que les petits follicules qui composent la circonférence de chaque glande, vident leur parfum dans le sac, il y a un enfoncement à la surface de chaque glande; si on observoit de près ces enfoncements, on les prendroit pour de vrais trous.

Chacun de ces trous avoit une bordure noire aussi déliée qu'un trait de plume fort fin; le milieu des trous paroissoit noir, lorsqu'il n'y avoit point de pommade dans son ouverture,

ouverture, lorsqu'il y en avoit, on voyoit la couleur ambrée du parfum, comme un point jaune au milieu de la bordure noire du trou. La partie de la membrane de la poche qui étoit entre les bordures noires de chaque trou, étoit blanche & extensible comme un réseau; elle avoit aussi un ressort qui rapprochoit si fort les trous l'un de l'autre, que si l'on pressoit les glandes sans étendre la membrane qui soutenoit les trous; le parfum sortoit par un gros jet, formé par la réunion d'un grand nombre de jets, qui étoient tellement confondus, qu'on auroit crû que ce n'étoit qu'un seul jet sortant d'un seul trou; tels sont les jets d'eau qui sortent par un tuyau qui a dans son extrémité plusieurs trous séparés par de très-petits intervalles.

La première fois que j'apperçûs ce gros jet en pressant les deux glandes, je crûs que chacune n'avoit qu'un trou dans son milieu à l'endroit des enfoncements que j'ai observés, & je crûs ces deux trous tels qu'ils sont représentés dans le sac de la Civette de M. Perrault, 1, 1. Je jugeai ces trous si grands par le diamètre du jet, que je crûs pouvoir facilement y introduire un gros stilet d'argent, mais l'ayant essayé inutilement, j'étendis la peau, je la ratissai pour enlever la pommade exprimée qui la couvroit, & je vis les trous tels qu'ils sont représentés dans les Figures 2, 3, 4 & 5. Je ne pus y introduire que des soyes de cochon; j'eus beau vouloir pousser de l'air dans ces trous, au moyen d'un tuyau délié, l'air ne les pénétra point. Je l'attribuai à la plénitude des vesicules, & à la qualité du parfum qui les bouchoit & en colloït les parois. Il y avoit sur la surface de cette membrane à peu-près autant de poils noirs qu'il y avoit de trous, & de la même nuance de leurs bordures; ils étoient longs d'environ une ligne & demie, gros & forts dans leur base, plus pointus dans leurs extrémités que des poils ordinaires, plus aisés à arracher, & étant arrachés, on voyoit un trait grisâtre dans leur racine, qui paroïssoit sortir d'un Oignon, tels qu'ils sont représentés dans la Figure 7. Il n'en étoit pas de même d'une autre espece de poil qu'on voyoit dans la cavité; ils étoient blonds, de la

450 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

couleur du parfum, plus longs que les noirs, quoiqu'il y en eût de différente grandeur, plus cylindriques, faits à peu-près comme ils sont représentés dans la Figure 9.<sup>e</sup> Je crus aussi en voir, qui déliés comme les précédents, étoient faits en manière de fuseau, plus gros dans leur milieu que dans leurs extrémités, tels qu'on les voit dans la Figure 8. On tiroit tous les poils blonds avec des pincettes, sans la moindre résistance, on en trouvoit qui paroissoient être sans racines, & couchés dans les intervalles blancs de la membrane, il y en avoit d'autres qui paroissoient en sortir. M. Morand a vû dans la Civette sortir des mêmes trous & en même temps le parfum & les poils, mais je n'ai pû voir la même chose dans le Musc; le parfum est toujours sorti seul en manière de pommade moulée, sous la forme des vermicelli, ainsi qu'il est représenté dans la Figure 6.<sup>e</sup>

Je n'ai pas vû reparoître des poils noirs dans les endroits du sac d'où je les avois arrachés, il n'en a pas été de même des poils blonds, après avoir ôté tout ce que j'en ai vû dans un coin du sac, j'en ai trouvé deux jours après un assez grand nombre sur le même coin du sac, d'où j'avois crû les avoir ôtés. Ces nouveaux poils me parurent enfoncés & sortir d'entre les espaces des bordures noires, & non des trous du parfum, comme il a été dit.

Je n'ai pas crû que tous ces nouveaux poils eussent été arrachés de la peau de l'animal, & qu'ils eussent glissé dans le sac, parce que j'en ai trouvé plusieurs enfoncés assez avant dans le corps réticulaire qui est entre les trous du parfum, & qu'ils n'avoient pas l'organisation des poils, ce qui me fait soupçonner qu'une partie de la matière du parfum contenue dans les vesicules, se glisse dans des routes qui sont vraisemblablement pratiquées dans l'espace réticulaire fort poreux, qui se trouve entre les trous du parfum, & que nous avons dit être très extensible, que cette matière plus propre à se durcir que le reste du parfum, & à prendre la consistance de poil, y acquiert cette consistance & s'y moule suivant la forme du tuyau; Or ce tuyau susceptible de différentes contractions,

peut mouller & fournir des filets semblables à des poils diversement moullés, & en fournir autant que les tuyaux pourront en contenir: Ces poils, ou plutôt ces filets, n'ont pas, comme a il été dit, la vraie organisation des poils ordinaires; c'est une liqueur détachée & moullée en filets. Les nouveaux qui ont paru deux jours après que j'eus ôté tous ceux qui étoient dans un coin du sac ont apparemment été exprimés de leurs conduits à force de manier l'organe, qu'on ne sçauroit trop retourner de tous les côtés & en tous sens, pour le bien observer. Tout ce qui vient d'être décrit a été observé sans aucune dissection.

Si l'on ouvre la peau du ventre, du côté gauche, depuis le haut de la région ombilicale jusqu'à l'anús, & qu'on la renverse sur le côté droit, on découvre une de ces glandes *C*, que nous avons dit ressembler à des testicules, c'est la glande du côté gauche qui est renversée sur le côté droit, sous laquelle la glande droite est cachée. Outre la peau qui lui sert d'enveloppe ou de bourse, elle est couverte de son muscle qui est bien différent de celui des Civettes de M. Perrault. Ici il est unique dans son origine & dans son corps, il est double dans ses extrémités, dont l'une enveloppe la glande droite, & l'autre la gauche, comme on va le faire voir.

Il est formé par un grand nombre de filets tendineux *AAAAA*. (*Planche III. Fig. 1.*) qui sortent comme autant de rayons de l'espace de la partie inférieure & antérieure des muscles de l'abdomen qui est comprise depuis la crête de l'os des iles du côté droit, jusqu'à la crête de l'os des iles du côté gauche. Ces filets tendineux qui paroissent naître & s'échapper en partie de la propre substance des grands obliques, & en partie de la membrane qui leur est intimement collée, prennent du corps, rougissent à mesure qu'ils s'éloignent de leur naissance, & s'étant réunis vers la partie supérieure de l'union des os pubis, sur lesquels ils sont simplement couchés, sans y être en nulle façon attachés, forment un muscle *B*, assez considérable. On voit à la partie inférieure des os pubis, le point *D* de la division en deux portions égales. L'une de



ces portions *E* descend sur la glande du côté gauche, & l'enveloppe exactement dans toute la circonférence, & l'autre va envelopper de même la glande droite.

L'extrémité des filets charnus qui excèdent toute la circonférence des glandes, après les avoir exactement embrassées, va se terminer à la peau qui forme les deux levres du sac du parfum. Ce muscle soutient les glandes, les exprime & resserre le vagin. On ne voit dans cette position qu'une portion du muscle, j'ai crû que pour en donner une idée claire, il falloit le représenter dans la partie antérieure & postérieure.

On voit la face antérieure du muscle dans la même Planche III. Fig. 2, on y voit l'entrée de la vulve *F*, les deux levres *HH* de la fente du sac du parfum, couvertes d'un peu de peau, l'anus *I*, la naissance du muscle *AAAAA*, son corps arrondi *B*, les deux portions *EE* de son corps, l'une à droite, & l'autre à gauche, enveloppant chacune de son côté la glande : la peau qui est entre la vulve & la fente du parfum étant ôtée, on voit deux détachements de fibres charnuës *GG*, celui qui part du muscle qui couvre la glande droite, va confondre ses fibres avec celles du muscle gauche, & les détachements des fibres se croisant sous la vulve *F*, doivent la serrer, sur-tout dans la contraction du muscle.

On voit la face postérieure du muscle dans la même Planche, Fig. 3. Elle représente la naissance du muscle *AAAAA*, son corps *B*, la division *D* en deux portions *E*, qui embrassent chacune de son côté la glande, & les détachements *G, G* des fibres de chaque muscle, qui embrassent le vagin *F*, collé au clitoris *X*, coupé transversalement.

Nous n'avons parlé que du muscle & des glandes du parfum, on aura une idée plus claire de la vraie position de cet organe, en examinant les parties extérieures du sexe de l'animal, représentées dans la Planche III. Fig. 1.<sup>re</sup>.

On y voit la route *FF* du vagin, passant entre les deux glandes, & ponctuée jusqu'à son orifice extérieur, dans lequel on a mis un stilet *G*; le corps du clitoris *H* paroît au dessus du vagin, on voit aussi son corps caverneux gauche *I*,

qui prend ici son origine comme à l'ordinaire, & s'unit avec le droit, qui dans cette position est caché sous le gauche, & étant réunis, ils vont former le corps du clitoris *H* qui est beaucoup plus gros qu'on n'auroit dû l'attendre dans un aussi petit animal. Le clitoris est soutenu & rapproché de la partie inférieure de la commissure des os pubis, par un fort ligament *N*, le muscle érecteur *L*, naît à l'ordinaire de l'éminence de l'ischium. On voit aussi au dessous du clitoris son muscle accélérateur gauche *M*, qui prenant son origine de la partie latérale gauche du sphincter de l'anus *O* va se terminer vers le milieu du clitoris *H*; l'anus *O* a son sphincter *QQ*, composé de fibres circulaires, dont le trousséau est très-fort, on voit aussi la direction des figures longitudinales *K*.

Pour reconnoître la structure de la glande, il a fallu détacher le muscle qui l'enveloppe, je l'ai trouvé lié avec elle par des filets tendineux qui formoient une membrane ferme, quoique très-mince, dont tout le corps de la glande m'a paru être couvert. Pour l'en séparer, il a fallu rompre plusieurs filets tendineux qui plongeient dans les intervalles des follicules, dont j'ai vû que la glande étoit composée. Les follicules étoient étroitement liés par ces filets, & par des branches d'artères & des veines très-fines, dont le tronc qui étoit aussi plus délié que je ne l'aurois crû, paroissoit venir des branches honteuses internes qui naissent des hypogastriques. Le reste des fibres charnuës qui excédoient la circonférence de la glande, alloit se perdre par des filets tendineux dans le tissu de la peau, & particulièrement à la circonférence des levres du sac du parfum, comme il a été dit, cette portion de muscle peut servir à écarter les levres du sac, à l'ouvrir & à faciliter par conséquent, dans le besoin, la sortie du parfum. Quelques filets doivent aussi, par leur direction oblique & diversement entrecroisée, suivant la longueur des deux levres de la fente, les rapprocher, & leur servir de sphincter.

La portion du muscle qui couvroit la glande gauche *E*, (*Planche III. Fig. 1.*) ayant été entièrement détachée du

#### 454 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

corps de la glande, & renversée sur le côté droit, le corps de la glande gauche s'est montré, par sa partie postérieure, de la couleur de la pommade qui s'y filtre (*Planche IV. Fig. 1*).

Si on examine la surface de la glande *M*, on ne voit que le fond des différentes poches, sacs ou follicules *aaaa*, dont elle est composée. A côté du globe de la glande, & sur les bordures, on voit plusieurs vésicules *NNNN* de la même couleur, & de la même nature que celles dont le corps de la glande est composé, mais plus petites & plus plates. Leur issue, dans la circonférence des membranes qui forment la poche du parfum, est plus petite que l'issue des vrais follicules dans le sac. Elles vident, comme nous l'avons dit; leur pommade par les petits trous que nous avons observés, tant sur le diamètre de la surface du sac, qu'aux environs de la bordure lisse, & sur toute la circonférence de chaque glande. Les follicules se séparent aisément les uns des autres, pourvu qu'on ait rompu les filets qui les lient. Cette structure singulière est clairement représentée dans la *Planche IV. Fig. 2*, où la glande détachée du corps de l'animal est vûe de côté; on y voit aussi la membrane propre *B* renversée, qui couvroit divers follicules *eeeeee* que l'on voit en entier, attachés par leur côté à la membrane qui forme le sac du parfum. C'est par l'ouverture de ce côté qu'elles vident leur pommade dans le sac.

Pour donner une idée plus claire du follicule, j'en ai détaché un du corps de la glande, (*Planche IV. Fig. 3*.) le fond du follicule *D*, est beaucoup plus large que son cou *E*, par où le parfum se vuide; on voit l'aboutissement de ce trou du follicule (*Planche IV. Fig. 4*.) aussi bien que la membrane propre *B*, (*Fig. 2*.) ouverte, & qui laisse voir les ouvertures *GGGGGG*, des follicules *ffffff*, qui aboutissent dans le sac du parfum. Ce sont les mêmes trous que nous avons dit estre au nombre d'environ 60, sur chaque demi-diamètre du sac (*Fig. 2, 3, 4 & 5, Planche II*).

Lorsque les follicules sont pleins de pommade, les glandes sont grosses & dures, elles ont diminué aussi bien que les

follicules, à mesure que j'en ai exprimé la pommade.

Si on ouvre le fond d'un follicule, avant que d'en avoir détaché aucun autre de la glande, & qu'on y pousse de l'air au moyen d'un tuyau, il se gonfle; l'air sort par la même ouverture que le parfum; plusieurs autres follicules de son voisinage se gonflent en même temps, & de proche en proche, presque tous les follicules sont remplis d'air, mais principalement les grands follicules du milieu, ce qui prouve que les follicules s'ouvrent les uns dans les autres; la glande devient par cette opération presque aussi grosse & aussi ferme qu'elle l'étoit avant qu'on en eût vuider la pommade.

Si après avoir séparé un follicule de ceux de son voisinage, on y pousse de l'air avec un tuyau, l'air le gonfle & sort par plusieurs ouvertures latérales, par lesquelles il communiquoit sans doute avec les follicules voisins.

Si on ouvre un follicule selon sa longueur, on découvre avec la loupe de très-petites ouvertures, qui pourroient bien être la communication d'un follicule à l'autre. La vitesse avec laquelle l'air poussé par le fond d'un follicule, passe dans les follicules voisins, fait juger qu'ils doivent communiquer par plusieurs ouvertures; précaution utile pour favoriser le cours & l'évacuation d'une liqueur, qui par sa consistance, auroit pû être retenue trop long-temps dans son réservoir, si elle n'avoit eu que la ressource d'une seule sortie.

Ce même follicule ouvert selon sa longueur, (*Planche IV. Fig. 5 & 6.*) montre dans sa cavité sept ou huit cellules irrégulières de différentes grandeurs, séparées par des membranes fortes & tendineuses; chacune de ces cellules en contient plusieurs autres petites, au fond desquelles on découvre des grains glanduleux rougeâtres, qui ressemblent en petit aux papilles des reins, & qui s'ouvrent dans leurs petites cellules, ainsi que les papilles des reins dans leurs entonnoirs: Ces grains glanduleux sont de différente grandeur; c'est apparemment à travers leur substance que la pommade ou le parfum est filtré. La première cellule à laquelle le mamelon est adapté, lui sert d'entonnoir; de-là il passe de cellule en

*La Figure 5  
représente les fol-  
licules au natu-  
rel, & la Figure  
6 les représente  
gros par la  
Loupe.*

# 456 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

cellule, des petites dans les grandes, jusqu'à ce que le follicule soit rempli; alors la contraction du muscle qui enveloppe la glande, & d'autres causes que je ne parcours point, expriment dans le sac le parfum qui étoit renfermé dans les follicules, & dans le besoin font sortir le parfum du sac.

Cette organisation singulière qui découvre de nouveaux moyens pour retenir & conduire les recrements selon leur nature & leur destination, ne nous apprend rien de ce qui se passe dans le principe des sécretions qui se font dans l'homme & dans les animaux. Il y a lieu de croire que les artères portent dans les papilles du sac, qui font les vraies glandes, ou ses vrais couloirs, un sang qui y dépose la matière du parfum qui fait partie de sa masse, le résidu rentre par le moyen des veines & apparemment des vaisseaux de limphe; que je n'ai point vû ici, dans le commerce de la circulation. Mais comment le parfum s'est-il séparé de la masse du sang? Quelle a été cette manipulation? C'est-là ce principe des sécretions, ce point d'Anatomie que les plus grands Anatomistes n'ont encore pû mettre en évidence. Ils ne retireront de cette nouvelle organisation aucune nouvelle lumière pour développer cet ancien mystère. Tout se réduit ici à la seule différence de la conformation extérieure de la glande, de la forme de son récipient, & du reste de la conduite du recrement d'avec les glandes ordinaires. Différences dignes d'être observées, d'être comparées avec ce qu'on trouve dans l'homme & dans les animaux, pour connoître les divers moyens employés pour les mêmes opérations. Nous devons nous en tenir là, jusqu'à ce que ces variétés mieux connues, nous fassent voir les autres avantages qu'on en peut retirer.

Le rein du Dauphin dépouillé de sa membrane extérieure se divise aisément en un très-grand nombre de lobules ou follicules, qui imitent une grappe de raisin dont les grains sont allongés. C'est de tous les organes glanduleux que je connois dans les animaux, celui que j'ai trouvé qui approchoit le plus de l'organe du Musc. Les grains glanduleux qui sont dans l'intérieur des follicules sont petits, mais leur  
structure

Structure ressemble assés à celle des mamelons ou des papilles des reins, & sont embrassés par leurs vésicules; ainsi qu'ils le sont dans les reins par leurs entonnoirs; les grains glanduleux & les premières vésicules du Musc sont de vrais mamelons & de vrais entonnoirs; la pommade & l'urine dans ces deux organes sont ramassés à peu-près de même, mais le reste de leur conduite ne se ressemble plus.

La pommade dans les follicules & dans le sac s'est trouvée d'une force extraordinaire deux jours après la mort de nôtre Musc. Observation contraire à ce qu'en ont publié plusieurs Auteurs, sur la foi des Marchands & des voyageurs qui assûrent que la pommade est fort puante lorsqu'on la retire de l'animal, & qu'en vieillissant dans ses bourses, elle prend peu à peu le parfum & la qualité de Musc, toujourns plus fort à mesure qu'il est gardé plus long-temps.

Cette erreur doit être imputée à la façon dont on détache les bourses. Les Chasseurs & les Marchands qui ne sont pas Anatomistes, ouvrent en faisant cette opération, le gros boyau & les deux poches qu'il a à ses côtés, qui donnent une liqueur d'une odeur extrêmement puante; ils ouvrent & enlèvent le boyau & ces deux poches, ils les renversent pour enfermer le parfum, ils les lient & les serrent, comme une bourse de payan, pour l'empêcher de s'échapper; son odeur, quoique forte, ne perce point à travers la poche qui est fort épaisse, & enduite extérieurement des matières fécales & de la liqueur puante que j'ai observée; la mauvaise odeur qui est au dehors se dissipe avec le temps, au lieu que le Musc bien enfermé ne perd rien, & se fait sentir fortement à la première ouverture du sac.

Il est constant que le parfum durant la vie du Musc, & d'abord après sa mort, est d'une violence extrême.

Plusieurs personnes ont crû que toutes les parties de l'animal fournissoient une odeur de la même nature. J'ai lieu de croire qu'il réside uniquement dans la pommade & dans l'organe qui la filtre & la contient; si les autres parties en ont quelque impression, elle leur est étrangère, c'est la

#### 458 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

pommade qui la leur a donnée. Voici les expériences qui m'autorisent à le croire.

J'ai coupé une portion du poulmon, du foye, de la ratte, des muscles pectoraux, de ceux des épaules & du dos. J'ai imbibé une petite éponge fine de tout le sang & de toute l'humidité que j'ai trouvé dans la poitrine & dans le bas-ventre; j'ai renfermé toutes ces parties dans différentes armoires d'une autre chambre que celle où je travaillois, je les ai visitées tous les jours jusqu'à ce qu'elles ayent été pourries ou desséchées; elles n'ont jamais donné d'autre odeur que celle du sang, ou d'une chair ordinaire pourrie ou desséchée, sans aucune odeur de Musc; je les ai fait sentir à diverses personnes qui ne sçavoient ce que c'étoit, & qui n'y ont pas trouvé la moindre odeur de Musc.

La qualité des aliments peut augmenter la production de la pommade, elle peut même fortifier ou affoiblir l'odeur du parfum. Il y a pourtant apparence que les diverses préparations qu'ils reçoivent dans le corps de l'animal, ou plutôt la structure singulière du couloir à travers lequel la sécretion se fait, y contribuent davantage; celui-ci ne vivoit que de viande crüe, & le parfum qu'il fournissoit avec abondance, étoit excessivement fort.

Je connois un homme de condition qui ne voudroit pas être nommé, dont le dessous de l'aisselle gauche fournit, sur-tout durant les chaleurs de l'Été, une odeur de Musc surprenante, qui seroit même très-incommode dans la société, s'il ne prenoit des précautions pour l'affoiblir. L'aisselle droite est presque sans odeur.

Il s'est trouvé dans chacune des grandes vésicules dont les glandes étoient composées, le poids d'environ trois grains de pommade, & dans les médiocres ou les petites, environ la moitié ou le tiers de moins que dans les grandes, ce qui fait en tout environ une demi-once de vraie pommade, sans mélange d'aucune autre substance; c'est à peu-près la quantité de vrai Musc que l'organe de nôtre animal pouvoit contenir.

## EXPLICATION DES FIGURES.

## P L A N C H E I.

Où l'on voit la Figure extérieure du Musc.

## P L A N C H E I I.

Les Figures de cette Planche font voir les parties extérieures de l'organe qui fournit le parfum, & celles des environs.

La *Figure 1*, montre l'animal dont on a écarté les cuisses.

*A*. L'ouverture de la vulve.

*a*. Le clitoris.

*B B*. Fente ou ouverture du sac qui contient le parfum.

*bb*. Les deux levres de ladite fente.

*cc*. Les deux glandes qui fournissent le musc ou le parfum couvertes de leurs enveloppes extérieures.

*D*. L'ouverture du fondement.

*E E*. Ouvertures de deux poches situées à droit & à gauche de l'an.

La *Figure 2*, fait voir l'animal dans la même situation que dans la figure précédente, mais les deux levres *bb*, de la fente *B B*, sont tirées horisontalement dans cette figure; par cette opération la surface du sac qui contient le parfum est découverte, tandis que le fondement, aussi-bien que les parties extérieures de la génération sont cachées. On a crû, pour donner une idée plus claire de cet organe, ne pouvoir éviter les répétitions qu'on verra.

*FF*. Surface du sac telle qu'on la voit lorsque les deux levres *bb*, de la fente sont tirées également chacune de son côté, formant un plan horisontal & circulaire divisé en deux demi-cercles.

*GGG*. Diametre du plan circulaire qui fait voir le fond du sac, & qui est tracé par la jonction des deux membranes qui formoient le sac; c'est à travers ces deux membranes, percées de plusieurs trous, & collées chacune sur une portion

M m m ij



de la surface de chaque glande que le parfum distille des glandes dans le sac; chaque membrane forme un demi-cercle.

La *Figure 3*, est la même que la précédente, & dans la même situation, mais détachée du sujet.

La *Figure 4*, représente la même partie que la *Figure* précédente, & détachée de même du sujet, mais dans une situation différente.

*F*. Demi-cercle droit.

*GGG*. Diametre qui sépare le droit qui est entier, d'avec le gauche qui est renversé en partie sous la glande.

La *Figure 5*, représente la même partie, mais dans une position différente des deux précédentes.

*FF*. Surface du sac représenté dans les *Figures* précédentes.

*GGG*. Diametre de la surface du sac.

222. Bordure lice qui ne paroît que dans la partie inférieure de la surface du sac, quoiqu'elle regne dans toute la circonférence, & qui est située entre la peau intérieure du sac & le poil extérieur; c'est à raison de la position du sac qu'on ne la voit que dans la partie inférieure.

La *Figure 6*, fait voir la manière dont la pommade, lorsqu'on presse le sac, sort des trous de ce même sac représentés dans les *Figures* précédentes.

La *Figure 7*, montre les poils noirs situés à côté de chaque trou du sac.

La *Figure 8*, montre les poils blonds en manière de fuscaux.

La *Figure 9*, fait voir des poils blonds comme les précédents, mais cylindriques.

## PLANCHE III.

La *Figure 1, C*. La glande gauche du parfum renversée sur le côté droit, couverte de son muscle, & cachant la glande droite du parfum.

*AAAAA*. Naissance du muscle qui est tendineux, & qui part des muscles du bas-ventre au-dessous de l'ombilic, de

l'espace qui est entre la crête de l'os des iles du côté gauche, & la crête de l'os des iles du côté droit.

*B.* Réunion des filets tendineux de ce muscle à la hauteur de la partie supérieure des os pubis où il forme un corps considérable.

*D.* Division de ces muscles en deux portions.

*E.* Portion gauche qui enveloppe la glande gauche.

*C.* Détachement des fibres du muscle gauche qui vont sous le vagin.

*FF.* Route du vagin, ponctuée jusqu'à son ouverture extérieure, indiquée par le stilet *G* qu'on y a introduit, & qui est caché sous la peau renversée.

*H.* Corps du clitoris.

*I.* Corps caverneux gauche du clitoris.

*L.* Muscle érecteur du clitoris.

*M.* Muscle accélérateur du clitoris.

*N.* Ligament du clitoris.

*O.* L'anus.

*PP.* Les ouvertures des deux poches qui sont couchées extérieurement sur les deux côtés du rectum.

*QQ.* Trousséau des fibres charnuës circulaires, formant le sphincter de l'anus.

*K.* Direction des fibres longitudinales qui coupent les circulaires à angles droits.

La *Figure 2.* représente le muscle dans sa face antérieure.  
*AAAAA.* Naissance du muscle.

*B.* Corps du muscle.

*D.* Division du muscle.

*EE.* Les deux portions du muscle divisé, dont l'une embrasse la glande droite, & l'autre embrasse la glande gauche.

*F.* Ouverture extérieure & antérieure du vagin.

*GG.* Détachement des fibres charnuës qui se croisent sous le vagin dans sa face antérieure, celles du côté droit vont se perdre dans le côté gauche, & celles du côté gauche vont se perdre dans le côté droit.

*HH.* Les deux levres de la fente du sac du parfum couvertes d'un peu de peau & de poil.

462 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

*I.* L'ouverture du fondement.

La *Figure 3*, représente le muscle de la *Figure précédente*, vû dans sa face postérieure.

*AAAAA.* Naissance du muscle.

*B.* Corps du muscle.

*D.* Division du muscle.

*EE.* Les deux portions du muscle qui couvrent la face postérieure des glandes.

*F.* Ouverture du vagin qui a été coupé transversalement à la partie postérieure des glandes.

*GG.* Détachement des fibres de la partie postérieure du muscle embrassant postérieurement le vagin, ainsi qu'il est embrassé en devant par le détachement des fibres antérieures.

*X.* Le corps du clitoris coupé en travers, & vû par derrière.

P L A N C H E I V.

*Figure 1.* Les parties de l'animal dans cette *Figure* sont renversées sur le côté droit, ainsi que dans la *Planche III.* *Figure première.*

*AAAAA.* Naissance ou tête du muscle.

*B.* Corps du muscle.

*D.* Division du muscle.

*E.* Muscle qui couvroit la glande gauche, qui en a été détaché & jetté sur le côté droit.

*FF.* Le vagin.

*G.* Le corps du clitoris.

*H.* Ligament du clitoris.

*I.* Corps caverneux gauche couvert du muscle érecteur gauche du clitoris.

*L.* Fibres circulaires de l'anüs formant le sphincter.

*M.* Glande gauche dépouillée de son muscle, vûë par sa partie postérieure & couverte de sa membrane propre.

*aaaa.* Fond d'une partie des sacs dont la glande est composée.

*NNNN.* Plusieurs petites vésicules de la couleur & de

la nature de celles dont le corps de la glande est composé, mais plus plates & plus petites, & situées dans la circonférence de la glande.

*Figure 2.* A. Corps de la glande gauche détachée du sujet.

B. Membrane propre de la glande renversée.

eeeeee. Divers follicules dont le corps de la glande est composé.

La *Figure 3*, représente l'un des follicules dont la glande est composée, détaché de la glande.

D. Fond du follicule.

E. Ouverture du follicule.

*Figure 4.* fffffff Divers follicules.

GGGGGG. Les ouvertures des follicules dans le sac du parfum.

La *Figure 5*, représente un follicule ouvert, dans lequel on découvre plusieurs cellules irrégulières de différente grandeur.

*Figure 6.* Le même follicule ouvert, & vû grossi par une loupe.



## PROBLEME ASTRONOMIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

M. MAYER, placé dans un des Pays du Monde les plus propres à observer l'Aurore Boréale, a donné sur cette matière, une belle Dissertation qu'on trouve dans les Mémoires de l'Académie Impériale de Russie pour l'année 1726, il établit sur des raisons tirées de l'Optique, que les Aurores Boréales sont formées d'une matière lumineuse, disposée autour de la Terre, selon quelque cercle parallèle à l'Equateur. Cela posé, M. Mayer donne une règle, sans figure ni démonstration, pour connoître par une seule observation la distance de l'Aurore Boréale; & se réserve à donner la démonstration dans un autre temps.

Comme dans les Memoires de 1727, qui sont les derniers qui soient parvenus en France, l'on ne trouve point encore la démonstration de la règle, l'utilité dont elle peut être m'a fait la chercher, & me fait la donner ici.

## P R O B L E M E.

*Trouver par une seule observation, la distance de l'Aurore Boréale, en supposant qu'elle est produite par une matière lumineuse qui forme un cercle parallèle à l'Equateur.*

*Solut.* Soit  $CPc$  le globe de la Terre,  $P$  le Pole,  $EDed$  le cercle de matière lumineuse,  $C$  le lieu de l'Observateur,  $CDKd$  le plan de l'horison,  $VD$  la droite tirée du centre de la Terre au point de l'horison où se perd l'arc  $ED$ .

Soit  $VC = a$ ;  $BD = c$ ; le sinus de  $CKE$ , élévation de l'Equateur sur l'horison,  $= q$ ; le sinus de  $KCE$ , élévation du sommet de l'arc lumineux,  $= m$ ; le sinus de l'angle  $CDK$ , complément de la moitié de l'angle compris entre les deux arcs de l'Aurore dans l'horison,  $= g$ ; le sinus de  $KEG$ ,  
somme

*Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 24. pag. 464.*



*Pl. Simonneau del. et Sculp.*

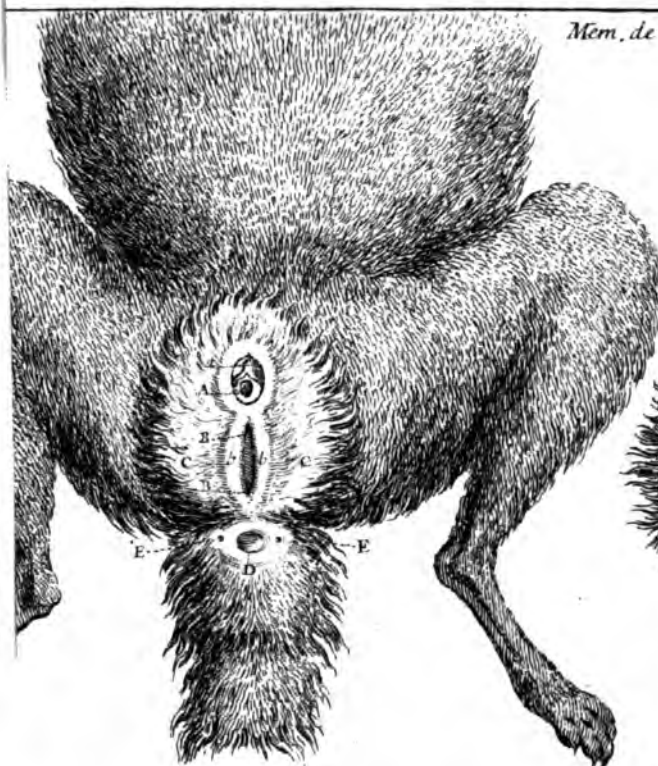


Fig. 3.

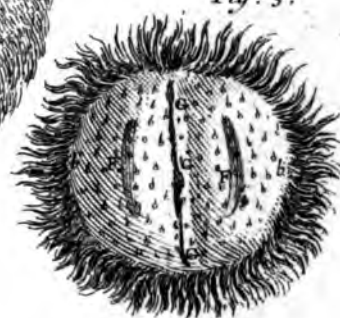


Fig. 4.



Fig. 5.

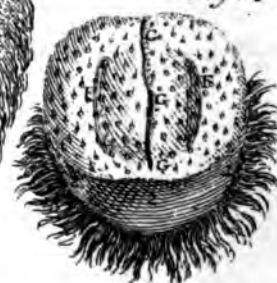


Fig. 6.

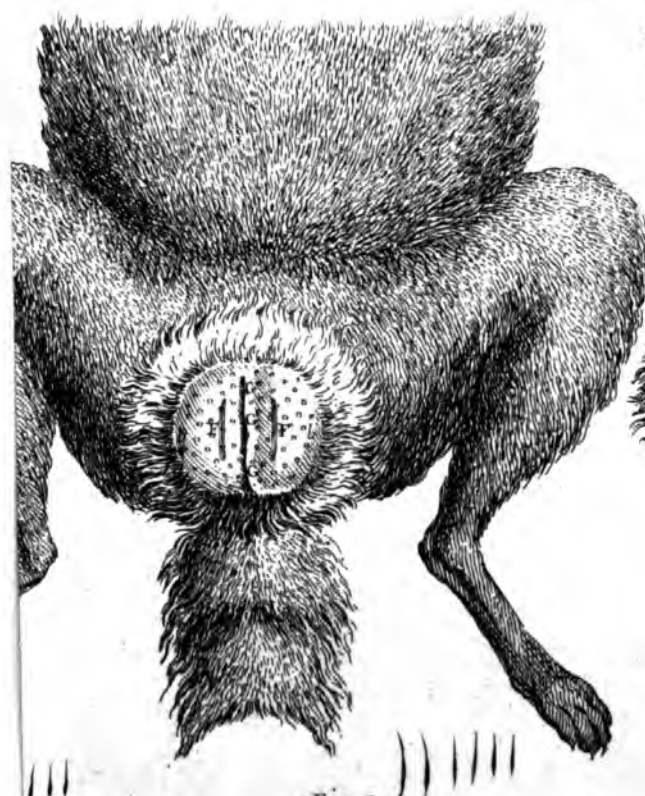


Fig. 8.

Fig. 9.





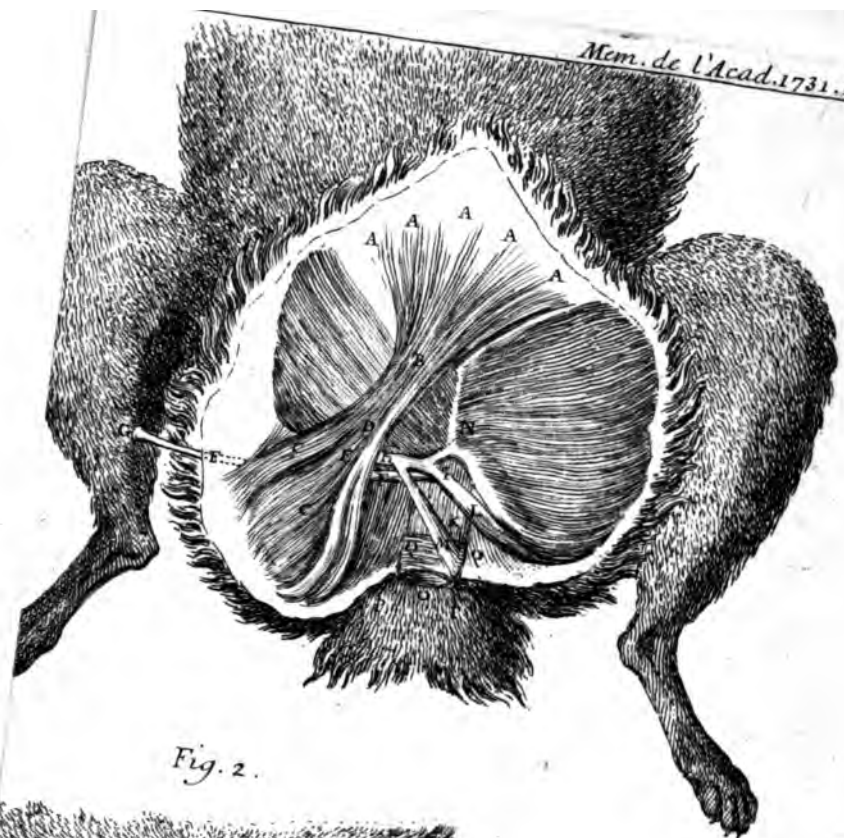


Fig. 2.

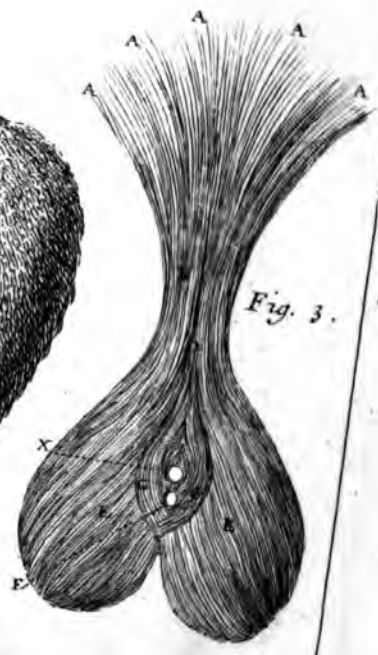
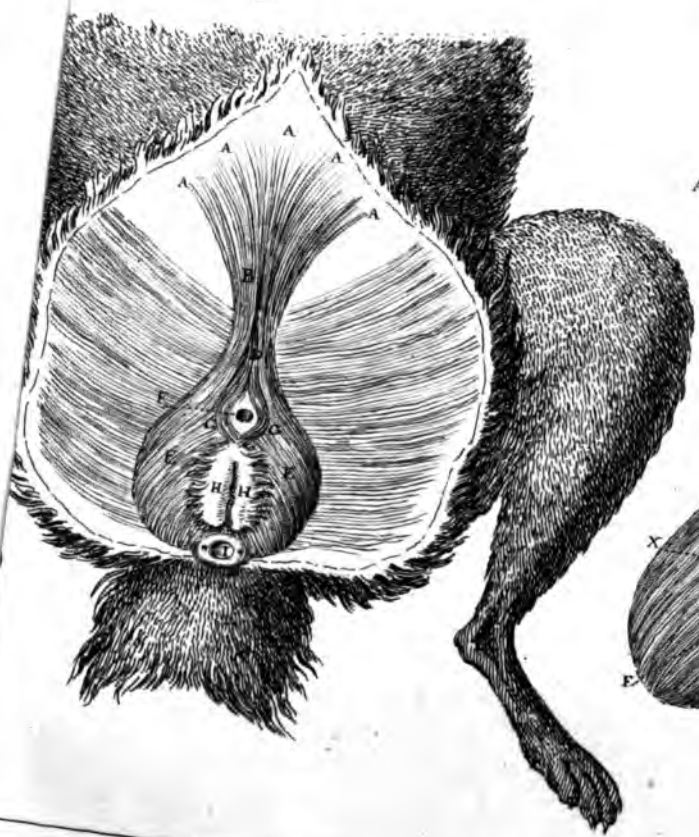


Fig. 3.



Fig. 1.

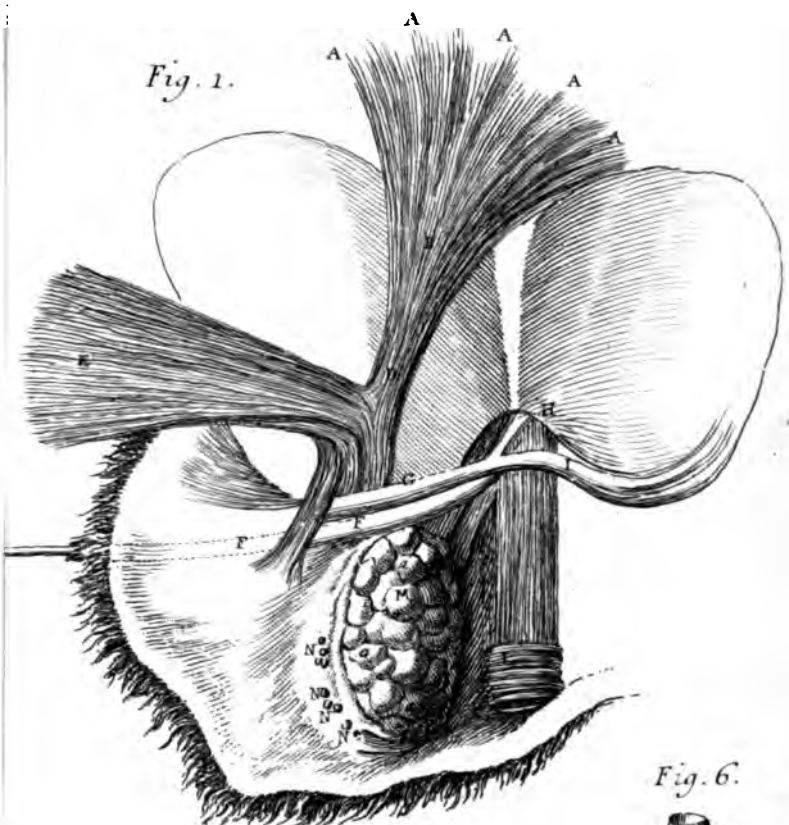


Fig. 6.



Fig. 4.



Fig. 2.

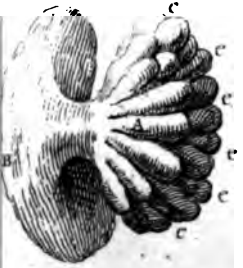


Fig. 5.



Fig. 3.





Somme des angles de l'élevation de l'Equateur, & de l'élevation du sommet de l'arc,  $= b$ . Tout cela pour le rayon  $r$ .

Soit  $CE = z$ ,

l'on a  $CD =$

$\sqrt{(2ac + cc)}$ ,  $CK$

$= \frac{e}{r} \sqrt{(2ac + cc)}$

$CF = \frac{mz}{r} \cdot CK$

$\cdot CE$ , ou  $\frac{e}{r}$

$\sqrt{(2ac + cc)} \cdot z :: b$

$\cdot q$ , ou  $2ac + cc$

$= \frac{rrbbzz}{ssqq}$ . Et  $VE^2$

$= VC^2 + CE^2$

$+ 2CV \cdot CF$ ; ou

$aa + 2ac + cc$

$= aa + zz +$

$\frac{2maez}{r}$ , ou  $2ac + cc = \frac{zzz + 2maez}{r}$ .

Donc  $\frac{zzz + 2maez}{r} = \frac{rrbbzz}{ssqq}$ ; d'où l'on tire  $z$ , ou

$CE = \frac{2maessqq}{r(rrbb - ssqq)}$ .

C'est la règle de M. Mayer, à une faute d'impression près qui se trouve dans les dénominations, il dit  $q = \sin. \text{elevat. Poli}$ , au lieu de dire  $q = \cosin. \text{elevat. Poli}$ .

Il faut faire attention aussi, que s'il entend par *dimidia amplitudo crurum*, la moitié de la largeur de l'Aurore, ou l'angle compris entre le rayon  $CK$ , intersection du plan du Méridien du lieu & de l'horison, & le rayon  $CD$ , (ce qui paroît plus naturel que de prendre *dimidia amplitudo crurum* pour la distance du point  $D$  à l'Est) il faut lire *cosinus* pour *sinus* dans ses dénominations.



SUR UNE NOUVELLE ESPECE  
DE  
VEGETATION METALLIQUE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

**F**EU M. Homberg donna en 1710 une Théorie générale des Végétations Chimiques, qu'il distribua en trois classes : *J'ai mis dans la première, dit le sçavant Chimiste, toutes celles qui consistent dans un métal pur & massif, sans le mélange d'aucune autre chose. J'ai mis dans la seconde classe, toutes celles dont la composition consiste en un métal dissous, le dissolvant restant mêlé avec le métal, & faisant partie de l'arbrisseau qui en est produit ; la troisième classe est de celles qui ne contiennent rien de métallique, mais simplement des matières salines, terrestres & huileuses.*

*Mem. de l'Ac. 1722. pp. 95. & 331.* M. Petit de Namur, en 1722, fit de nouvelles recherches sur cette matière, & examina en particulier, dans deux différents Mémoires, un grand nombre de Végétations salines, où il n'entre rien de métallique, & qui appartiennent à la troisième classe de M. Homberg.

La nouvelle espece de Végétation qu'on se propose d'examiner dans ce Mémoire, paroît tenir à la seconde classe, étant produite par des métaux dissous ; mais comme cette sorte de Végétation a un caractère particulier qui la distingue, non-seulement des autres de la seconde classe, mais aussi de toutes les Végétations connues, dont elle diffère par ce qui leur est commun à toutes, peut-être seroit-il plus à propos d'en faire une classe à part. En effet, quelque différents que soient les trois ordres distingués par M. Homberg, les Végétations qui les composent conviennent toutes en un point, qui est, qu'elles ont toutes quelque épaisseur & quelque solidité ; les arbrisseaux qui les composent sont isolés pour l'ordinaire, ou du moins ont beaucoup de relief, & leurs

branches sont étendues en tous sens, suivant les trois dimensions; tels sont l'arbre de Diane de M. Homberg, & l'arbre de Mars de M. Lémery : au lieu que la nouvelle espece dont il est ici question, est, pour ainsi dire, la projection des premières; cette sorte de Végétation s'étendant à plat sur une surface, sans aucun relief ni aucune épaisseur sensible. Si on en fait une quatrième classe, on pourroit la distinguer sous le nom de *Végétations planes*.

J'emploie le terme de Végétation dans le même sens que tous les Chimistes, qui se sont accordés à donner ce nom à différentes productions de l'Art, seulement à cause de leur ressemblance extérieure avec les Arbres & les Plantes; quoiqu'il n'y ait aucun rapport entre la façon dont les premières se forment, & celle dont les Plantes végètent.

On pourroit m'objecter que les anciennes Végétations Chimiques méritent mieux ce nom, en ce qu'elles s'élèvent perpendiculairement à l'horison, comme les Végétaux ordinaires; mais comme les Plantes rampantes sont également comprises sous le nom de Végétaux, & que nos Végétations planes prennent leur accroissement en s'étendant horizontalement comme elles; dans la nécessité de leur donner un nom, j'ai crû qu'il étoit plus à propos de me servir d'un terme déjà reçu en ce sens que d'en chercher un nouveau. D'ailleurs on verra dans la suite de ce Mémoire, que cette espece de Végétation n'est pas toujours horizontale, & qu'elle peut même devenir tout-à-fait perpendiculaire à l'horison.

Si l'on verse sur une Agathe polie ou sur un morceau de glace ou de verre plat, quelques gouttes de dissolution d'Argent, qu'on les étende sur la surface du verre, & qu'après l'avoir posé horizontalement, on place au milieu de la liqueur épanchée un petit morceau de Fer, par exemple, un clou posé sur sa tête; à l'instant il se fera une petite fermentation très-sensible autour du clou, d'où partiront en tous sens; comme les rayons d'un cercle, de petits filets argentés très-déliés qui croîtront à vûe d'œil, & quelque temps après on verra plusieurs figures d'arbrisseaux avec des branchages très-

distincts, dont les tiges partant toutes de la tête du clou; comme d'un centre commun, s'étendront de tous côtés sur la surface du verre, à plusieurs pouces de distance, en se subdivisant en plus petits rameaux dans tout l'espace occupé par la dissolution. Ces rameaux auront la couleur & le brillant de l'Argent dans toute leur étendue, si ce n'est aux environs du centre, où la couleur sera rougeâtre & ternie par un amas de rouille qui se fera autour de la tête du clou. Cette rouille occupera plus ou moins d'espace; selon que l'on aura mis plus ou moins de dissolution, & qu'on laissera séjourner le clou plus ou moins long-temps. La couleur de rouille se communiqueroit même de proche en proche à toutes les branches, si on laissoit le clou plusieurs jours, & qu'il y eût assez de dissolution pour ne pas se sécher en peu de temps.

Les figures de branchages sont d'ordinaire aussi parfaites que si elles avoient été dessinées avec soin; avec cette différence, que les ramifications les plus déliées échappent à la meilleure vûë, & que si on les examine avec une loupe, on en découvrira un grand nombre de plus petites au de-là de celles que l'on pouvoit à peine distinguer à la vûë simple.

J'ai réitéré l'expérience plusieurs fois, non-seulement avec le clou de Fer, mais avec d'autres matières. Par différents essais, je me suis assuré qu'elle réussissoit toujours quand la matière posée sur la goutte étendue étoit telle, que le dissolvant de l'Argent y pût mordre avec plus de facilité que sur l'Argent même; & comme le même procédé se peut observer à l'égard des différents métaux & minéraux, j'ai pensé que je pouvois en attendre à peu-près le même succès dans de pareilles circonstances. Cette réflexion m'a déterminé à tenter la même expérience sur les dissolutions d'Or, de Cuivre, d'Etain, de Plomb, de Fer, &c. avec les matières les plus convenables. J'ai commencé par rendre compte de l'effet de la dissolution d'Argent employée avec le Fer, non-seulement parce que ç'a été ma première expérience, & celle qui a donné lieu aux autres, mais aussi parce que la Végétation produite par la dissolution d'Argent & le Fer, m'a paru l'une des plus étendues



& des plus distinctes que j'aye rencontré dans mes différentes tentatives; comme aussi l'une de celles qui réussissent le plus sûrement, le plus vite, & qui demandent le moins d'appareil.

Voici par ordre, en commençant par l'Or, le résultat de mes divers essais.

Les Figures gravées d'après les Végétations même, ne donneront qu'une idée imparfaite de la netteté & de la délicatesse des ramifications qui se forment naturellement, & que l'Art ne peut imiter. Dans les Figures, les titres de *Végétations d'Or* & *Végétations d'Argent*, annoncent le métal dont la dissolution a formé les rameaux des Végétations rangées sous chacun de ces titres. Le caractère marqué dans le centre de chaque Végétation en particulier, désigne le métal ou le minéral qui y a été employé en masse, & qu'on a posé sur la goutte de dissolution. Par exemple, le caractère  $\sigma$ , dans le centre de la 5.<sup>me</sup> Figure, sous le titre de *Végétations d'Argent*, signifie que c'est le Fer qui a été employé dans l'expérience avec la dissolution d'Argent. Cette 5.<sup>me</sup> Figure est celle de la Végétation produite par l'expérience qu'on vient de rapporter, de la dissolution d'Argent & du clou de Fer.

On s'est servi dans les Figures, des caractères ordinaires que les Chimistes employent pour exprimer les métaux, Or  $\ast$ , Argent  $\text{C}$ , Cuivre  $\text{q}$ , Etain  $\text{w}$ , Plomb  $\text{h}$ , Fer  $\sigma$ ; on y a désigné le Léton ou Cuivre jaune par ceux-ci  $\text{qJ}$ , le Régule d'Antimoine ordinaire par  $\text{RA}$ , le Régule d'Antimoine martial par  $\text{R}\sigma$ , le Bismuth par  $\text{B}$ , & le Zinck par  $\text{Z}$ .

### *Végétations d'Or.*

La dissolution d'Or étendue sur une glace végétera comme celle d'Argent, si l'on met au milieu de cette dissolution un petit morceau de Cuivre, de Léton, d'Etain, de Plomb, de Zinck ou de Bismuth; avec cette différence, que les Végétations d'Or en général, seront beaucoup moins étendues que celles d'Argent, quoiqu'on ait mis une égale quantité de dissolution; les Végétations d'Or ne s'étendent d'ordinaire guères plus loin que trois à quatre lignes à la ronde.

N n n üj

#### 470 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Il se forme aussi quelquefois une Végétation autour du Régule d'Antimoine martial, & autour du Régule ordinaire, posés sur une goutte de dissolution d'Or; mais ces Végétations sont, de toutes, les moins étendues & les moins distinctes.

Celles qui se forment autour du Cuivre, & autour du Létou commencent plus vite, & s'étendent d'ordinaire plus loin que toutes les autres, mais il reste à l'entour une humidité abondante, qui ternit quelquefois la Végétation, & rend les rameaux, déjà formés, adhérents aux bords du petit morceau de Cuivre; en sorte que, quand on veut l'ôter, pour empêcher le Verd-de-gris qui se forme de s'étendre, on ne peut quelquefois enlever le Cuivre sans emporter une partie de la Végétation d'Or. On remédie à cet inconvénient en laissant une ouverture au milieu du petit morceau de Cuivre ou de Létou, & en y plaçant un peu de coton humecté, qui s'imbibe de la liqueur qui s'y amasse; par ce moyen la Végétation reste sèche, & n'est nullement ternie.

L'Étain, le Plomb, le Zinck & le Bismuth se collent à la surface du verre, & déposent, sur-tout les deux derniers, une espèce de cendre sans aucune humidité.

Le Fer avec la dissolution d'Or, commence aussi une espèce de Végétation, du moins on voit quelques particules d'Or se rassembler autour du clou, mais cet assemblage est confus, & ne forme qu'un amas irrégulier qui n'a presque aucune apparence de ramification.

La dissolution d'Or ne fait autour de l'Argent de coupelle, qu'un amas de poussière noire en forme de réseau. Elle ne m'a pas réussi non plus avec le Mercure.

#### *Végétations d'Argent.*

La dissolution d'Argent végète non-seulement avec le Fer, comme nous l'avons déjà remarqué, mais avec le Cuivre, le Létou, l'Étain, le Plomb, les Régules d'Antimoine, le Zinck & le Bismuth.

De toutes ces Végétations, celles qui se font par le moyen de l'Étain & des Régules d'Antimoine, sur-tout du Régule

martial, sont les moins étenduës, & les moins fournies. Les autres sont toutes fort belles, sur-tout celles qui se forment autour du Zinck, & autour du Bismuth. Elles ne cèdent en rien à celle que le Fer produit, dont nous avons parlé d'abord.

La dissolution d'Argent ne végète point avec l'Or. Avec le Mercure, j'ai remarqué une fois un ou deux petits rameaux sans avoir pû depuis y parvenir. La mobilité du Mercure & la rondeur de ses gouttes rendent cette expérience délicate, & mettent peut-être obstacle à une parfaite Végétation.

La dissolution d'Argent n'a eu aucun effet non plus avec l'Antimoine. Je ne prétends pas que les expériences qui ne m'ont pas réussi ne puissent se faire, quoique je les aye tentées plus d'une fois. On sçait qu'en fait d'expériences, la plus légère circonstance, & même du nombre de celles qui paroissent indifférentes, peut quelquefois décider de leur succès en bien ou en mal.

En général, les Végétations d'Argent sont presque toutes belles, & distinctes. Elles sont beaucoup plus étenduës que les Végétations d'Or, & la plupart se forment plus promptement.

*Végétations de Cuivre, de Léton, de Plomb, &c.*

La dissolution de Cuivre employée comme celles d'Or & d'Argent, m'a donné aussi quelques Végétations, mais en plus petit nombre.

J'ai continué les mêmes essais sur les autres dissolutions de métaux & de matières métalliques, plusieurs m'ont réussi. Chaque espece de Végétation semble avoir un caractère particulier, & des différences remarquables, soit dans la configuration de ses rameaux, soit dans le temps qu'elle met à se former, ou dans d'autres circonstances qui accompagnent sa formation. Peut-être ne seroit-il pas impossible d'en tirer quelques conjectures sur la diversité des parties primordiales des métaux; mais ce détail nous meneroit trop loin, & pourra faire le sujet d'un second Mémoire.

On n'a connu jusqu'à présent, du moins je n'en ai vu nulle part qu'il soit fait mention d'autres Végétations métalliques

# 472 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

que de celles d'Argent, de Mercure amalgamé & de Fer; en effet ce sont les seules auxquelles on puisse réussir par les procédés ordinaires.

*Mem. de l'Ac. 1710. p. 328.* M. Lémery dit positivement, qu'après un grand nombre d'expériences réitérées sur le Cuivre, il n'a pu réussir à en faire

*Mem. de l'Ac. 1722. p. 101. & 102.* de Végétations. Dans un des Mémoires de M. Petit, on lit ces paroles : *Les dissolutions d'Argent, de Cuivre, d'Etain, de Bismuth, de Zinck, de Mercure, &c. n'ont formé qu'une croute sur le bord de la tasse; & cette croute, ainsi qu'il l'observe dans le même Mémoire, n'avoit aucune apparence de ramification. Cependant, en s'y prenant de la manière que nous avons exposée, on parviendra à faire avec la plupart des métaux différentes Végétations très-belles & très-distinctes.*

Quant à l'arrangement en forme de branches & de rameaux qu'affectent, dans tous les cas précédents, les parties des métaux dissous, cette figure est devenue familière aux Chimistes à qui elle se présente souvent & en différentes rencontres. Mais quoique la plupart des Végétations Chimiques paroissent sous la forme de ramification, il s'en faut bien que la cause qui les produit soit toujours la même; souvent celles de la même classe ont des causes tout-à-fait différentes. On peut voir ce qu'en ont dit M.<sup>rs</sup> Homberg, Lémery & Petit, dans les Mémoires de l'Académie déjà cités.

Dans la première classe où il n'entre que de purs métaux, tantôt c'est la compression de l'air qui agit sur la surface d'un métal en fusion, & qui fait sortir, par différents endroits de la croute qui s'y forme, des especes de jets du métal encore liquide sous cette croute, lesquels se durcissent à l'air, & ont la figure de branches de Corail : tantôt dans un mélange de métaux tenu en digestion, c'est le Mercure ou quelquefois l'air même, qui en se dégageant des pores du métal fondu, souleve & entraîne à sa suite quelques parties du métal dans lesquelles il étoit embarrassé, ce qui fait que les filets ou branches de métal qui s'élèvent de la masse, sont quelquefois surmontées de bulles d'air. Une cause à peu-près semblable donnoit aussi naissance à la Végétation singulière de M. Homberg,

où

où il n'entroit rien de métallique, qui pendant tout un Été renaissoit toutes les après-midi dans la chaleur du jour, & disparoissoit tous les soirs.

Les Végétations de métaux dissous qui composent la seconde classe, ont pour cause principale le dépôt des parties métalliques, qui cessant de flotter dans le dissolvant, se rassemblent au fond de la liqueur; & quelquefois, comme dans l'arbre de Mars de M. Lémery, qui s'élève au dessus de la liqueur, de nouvelles causes plus circonstanciées se joignent à la précédente.

Enfin dans les Végétations de la troisième classe où il n'entre rien de métallique, c'est sur-tout dans les figures élémentaires & primordiales des Sels, ainsi que le remarque M. Petit, qu'il faut chercher la cause des différentes figures qu'affectent les diverses especes de Végétations salines; quelquefois aussi dans la nature des dissolvants, dans la forme des vases que l'on employe, & dans l'assemblage de diverses circonstances qui toutes opèrent des variétés dans les mêmes expériences.

De toutes ces explications on peut conclurre que les causes des diverses Végétations sont souvent encore plus différentes que leurs effets.

Je viens à nôtre nouvelle espece, & je vais essayer de rendre raison de toutes les circonstances qui l'accompagnent.

Il est bon de se rappeler ici l'explication ordinaire de la précipitation des métaux, communément reçûe par les Chimistes. Un métal tenu en dissolution ne manque pas de se précipiter, dès que l'on plonge dans son dissolvant un autre corps, sur lequel ce même dissolvant a plus de prise que sur le métal dissous. Dans ce cas, il paroît qu'on peut supposer avec vrai-semblance, que les corpuscules acides de la liqueur qui rencontrent le nouveau corps exposé à leur action, trouvant une grande facilité à s'insinuer dans ses pores & à diviser ses parties, le pénètrent de toutes parts, & qu'en s'engageant de plus en plus dans ses pores, ils ne peuvent manquer d'abandonner les parties du métal auxquelles ils étoient d'abord unis; on conçoit aussi qu'alors les parties métalliques n'étant plus soutenues par les acides de la liqueur s'affaîsseront par

leur propre poids, & se déposeront au fond du vase.

C'est ainsi que l'Argent dissous dans l'Esprit de Nitre tombe sensiblement en Poudre ou en Chaux au fond du vaisseau, à mesure que l'Esprit de Nitre agit sur le Cuivre qu'on y a plongé; c'est ainsi que le Cuivre qui vient de prendre la place de l'Argent, se précipite à son tour, par le moyen du Fer, qui lui-même pourra être précipité par la Pierre calaminaire encore plus aisée à dissoudre que le Fer.

Dans tous ces cas, le métal précipité tombe par son propre poids en petites parties au fond de la liqueur, & s'y amoncelle : la profondeur du vaisseau, & l'amas de liqueur qui surnage, ne permettent pas ordinairement aux parties métalliques de prendre un autre arrangement en se précipitant.

Il n'en est pas de même, lorsqu'il n'y a qu'une goutte de dissolution, & qu'au lieu d'un vaisseau creux, cette goutte est étendue horizontalement sur une surface plate & unie.

Il est clair qu'alors, si quelque cause que ce soit, oblige le métal à se précipiter, les parties métalliques répandues à peu-près également dans la petite couche de liqueur, ne s'amasseront point en un monceau; il faudroit pour cela qu'elles s'élevassent les unes sur les autres, & il n'y a aucune raison qui les y contraigne. Si donc, étant dispersées dans tout l'espace occupé par la dissolution qui n'a presque aucune épaisseur sensible, elles viennent à être abandonnées par leur dissolvant, il est évident qu'elles doivent se précipiter chacune à part, chacune à plomb au dessous de l'endroit où elle flottoit quand le dissolvant l'a quittée.

Tout ce qui peut arriver de plus aux particules de métal, c'est d'être emportées par le courant de la liqueur, supposé qu'elle-même soit entraînée vers quelque endroit du plan, ou par sa pente, ou par quelque autre cause que ce puisse être.

En ce cas, il est tout naturel que les parties métalliques que le courant entraîne, & que le dissolvant cesse de soutenir, s'amassent en plus grand nombre vers le terme où le torrent les conduit; & que celles qui n'y sont point encore arrivées, quand l'évaporation de la liqueur les empêche de couler plus

loint, demeurent semées sur la route qu'elles ont suivie. Nous n'avons rien supposé qui ne doive arriver nécessairement. Faisons l'application de cette mécanique à nôtre expérience:

Quand on a mis un petit morceau de Fer, une tête de clou, par exemple, au milieu d'une goutte de dissolution d'Argent étendue sur une glace, se forme-t-il des courants dans la liqueur, qui tendent au clou comme à leur centre? Supposé que ces courants se forment, pourquoi les parties du métal précipité qui doivent marquer la trace de ces courants, sont-elles disposées en forme de rameaux? il faut éclaircir l'un & l'autre de ces deux points.

Les parties de la liqueur, par quelque cause que ce puisse être, qui ne fait point ici mon objet, ont une adhésion mutuelle les unes aux autres. Le fait est certain, vérifié par quantité d'expériences, & n'est contesté de personne. Il suit de cette adhésion mutuelle que si quelques parties de la liqueur sont puissamment poussées ou attirées vers quelque endroit, elles entraîneront nécessairement à leur suite les parties voisines qui les touchent, & celles-ci les suivantes, avec plus ou moins de vivacité, selon que l'action sera plus ou moins forte; comme on ne peut tirer le bout d'une chaîne que l'impression ne passe successivement du premier chaînon à tous ceux qui la composent, qui suivront tous avec la même vitesse qui aura été imprimée au premier.

Ceci posé : aussi-tôt qu'on a placé le clou de manière qu'il touche la dissolution d'argent étendue sur la glace, les parties acides de la liqueur qui touchent le Fer, & qui pénètrent dans ses pores avec une grande facilité, en y entrant, quitteront les particules d'Argent qu'elles tenoient divisées & suspendues; celles-ci se trouveront donc rassemblées en grande quantité autour du clou, où les acides absorbés les ont abandonnées. Les parties du dissolvant les plus voisines de celles qui ont touché le Fer les premières, leur succéderont, & les remplaceront à mesure que les premières s'engageront plus avant dans les pores du Fer; celles qui suivent prendront la place des secondes, & attireront les suivantes; & ainsi de l'une à

détaillées pour y remarquer les petits ruisseaux, fontaines & torrents, dont le concours forme les grandes Rivières; celles-ci paroîtront comme le tronc d'un arbre dont les premiers figureront les branches & les rameaux. Les parties du métal demeurées après l'évaporation de la liqueur doivent donc former autour du clou des figures d'arbrisseaux : ces figures n'étant autre chose, que la trace des divers courants qui y ont afflué de toutes parts; laquelle trace est parsemée des particules du métal précipité.

Le cours de ces divers ruisseaux, tant des premiers formés que de ceux qui les grossissent en s'y joignant, ne suivra pas toujours la ligne droite : les divers petits obstacles causés par l'inégalité du plan, ou par les parties métalliques chariées par le dissolvant, suffissent pour les en détourner.

Les rameaux subalternes les plus éloignés du centre doivent ordinairement être les plus déliés; parce que les courants y sont plus nombreux, & moins forts que vers le centre où ils ont été grossis par leur réunion mutuelle. Tout près du centre, il n'y a point de rameaux; parce que la fermentation étant auprès du clou dans sa plus grande force, les courants n'y tombent point les uns dans les autres, mais tendent directement au centre où ils viennent s'absorber. De-là vient encore que les tiges des arbrisseaux proche du centre, sont si serrées les unes contre les autres.

Les parties de la liqueur les plus voisines des bords & les plus éloignées du centre, ainsi que toutes celles qui auront échappé à la rapidité des courants, se cristalliseront à l'ordinaire, n'ayant point eû de part à la précipitation qui s'est faite dans le reste de la liqueur; &, par-tout où il y aura des cristaux, on ne verra aucune trace de rameaux ni de particules de métal.

J'ai remarqué quelquefois, dans la Végétation d'Argent par le Fer, que les rameaux les plus éloignés du centre étoient interrompus par des filets argentés, disposés en lignes droites, selon différentes directions. Ces filets avoient la forme d'aiguilles longues, croisées ou traversées par d'autres



## 478 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

petites aiguilles; mais j'ai toujours observé que cela n'arrivoit que quand il y avoit fort peu de dissolution, qu'elle étoit fort étendue, & par conséquent qu'elle s'étoit séchée très-vite, ou lorsque quelque cause étrangère, comme la chaleur, avoit hâté l'évaporation de la liqueur. Il y a beaucoup d'apparence que dans ces cas, tandis que les parties métalliques les plus proches du centre, entraînées par les courants qui se sont formés, ont pris la forme de ramification, les bords de la liqueur ont commencé à se sécher, & par conséquent à se cristalliser. La forme ordinaire de longues aiguilles que l'on sçait que prennent ces cristaux en se formant, aura gêné les courants, & interrompu leurs sinuosités; & les particules d'Argent qui seront venues s'appuyer le long des côtés de ces aiguilles, auront pris le même arrangement. Suivant cette explication, on conçoit que la forme ordinaire de rameaux a dû cesser où les petits courants ont commencé à ne plus couler librement, ce qui a dû arriver précisément à la distance du centre où les cristaux ont commencé à se former.

Si on étend la goutte de dissolution sur le côté inférieur de la glace, & qu'en cet état on fasse porter la glace sur une ou plusieurs pointes de fer qui touchent la goutte, l'effet sera le même que si la dissolution étoit étendue sur la surface supérieure, & l'on verra, à travers la glace, les arbrisseaux se former autour de tous les endroits où les pointes de fer toucheront la dissolution. L'explication précédente convient également à ce cas. Mais, dira-t-on peut-être, dans cette nouvelle situation de la glace, la précipitation se fait-elle de bas en haut? Et les particules métalliques abandonnées par le dissolvant, au lieu de monter pour s'attacher à la glace, ne doivent-elles pas tomber par leur propre poids, n'étant plus retenues par la surface de la glace, comme dans la première manière de faire l'expérience? Voici la réponse à cette objection. Premièrement, la précipitation se fait à l'ordinaire, c'est-à-dire, dans la portion inférieure de la goutte; mais les parties du métal dissous ont été si divisées, & si atténuées par le dissolvant,

& ont par conséquent tant de surface à raison de leur masse, qu'il ne leur reste pas assés de poids pour surmonter l'adhésion qui les unit aux parties du liquide. Elles ne quitteront donc point la goutte, comme la goutte de son côté, retenuë par une adhésion semblable, ne se détachera point de la glace. J'ai déjà dit que je n'entrois point ici dans l'examen de la cause physique des adhésions. En second lieu, à mesure que les courants, dont on a parlé, en s'absorbant dans les pores du Fer, se déroberont aux particules métalliques précipitées qu'ils entraînoient, ces particules doivent s'approcher de plus en plus de la surface inférieure de la glace, jusqu'à ce que la liqueur, en se séchant entièrement, les y rende légèrement adhérentes, dans un arrangement à peu-près semblable à celui qu'elles auroient pris sur la surface supérieure.

Le Microscope ne fait rien découvrir qui ne favorise & ne confirme les conjectures précédentes, on apperçoit seulement par son moyen que les rameaux se forment avec une prodigieuse vitesse, & se divisent en un bien plus grand nombre de branches que celles que les yeux peuvent distinguer, ce qui est l'effet de l'augmentation de volume que le Microscope donne aux objets. Pour bien faire cette observation, il faut avec le bout d'une plume prendre une très-petite partie de goutte de dissolution d'Argent, l'étendre à plat sur une glace sans laisser à la goutte la convexité qu'elle prendroit, si elle étoit plus ramassée, & poser la glace horizontalement; ensuite ayant dirigé sur cet objet un Microscope qui ouvre un assés grand champ pour appercevoir une étendue suffisante de la goutte, on laissera tomber sur l'endroit de la goutte, apperçû avec le Microscope, un petit grain de limaille de Fer, le plus petit & le plus rond sera le plus convenable; & l'on verra à l'instant de sa chute sur la liqueur une petite ébullition autour de ce grain, d'où naîtront, dans le moment même, une infinité de petites tiges fort serrées les unes contre les autres qui s'étendront de proche en proche en tous sens, en se divisant & se ramifiant de plus en plus, à mesure qu'elles s'éloigneront du centre.

Il ne m'a pas été possible de distinguer rien de plus précis à la naissance de la tige de ces arbrisseaux; on les voit seulement, comme nous venons de l'observer, naître de la petite fermentation qui se fait d'abord dans le voisinage du clou & qui s'étend à la ronde, ce qui s'accorde avec l'explication que nous avons donnée.

J'ai employé dans cette explication le terme de courant, comme celui qui m'a paru le plus propre à exprimer le mouvement d'un liquide qui tend à un terme, quelle que puisse être la cause de sa direction. Il y a cette différence entre les courants pris dans le sens ordinaire, & ce que nous avons appelé ici de ce nom; que les premiers suivent uniquement les loix de la pesanteur, & n'ont d'autre cause que le poids du liquide & la pente du terrain, au lieu que ceux-ci sont absolument indépendants de ces loix, puisque sur une surface plane, leur cours est dirigé de toutes parts vers le même point. Bien plus, quoique la surface de la glace soit inclinée, le poids de la liqueur n'empêchera pas qu'il ne se forme des rameaux en tous sens, & par conséquent des courants, même contre la pente; l'adhésion mutuelle des parties de la liqueur qui se tiennent & se tirent les unes les autres comme des chaînons, étant plus efficace, dans ce cas, que la pesanteur même, qui ne peut donner qu'une seule tendance aux parties de la liqueur.

Il est vrai que lorsque la glace est inclinée, la pesanteur produit quelque changement dans la ramification, en ce que le plus grand nombre des rameaux se forme au-dessus du clou, & qu'il y en a beaucoup moins au-dessous. Cette différence vient de ce que la pente favorise les courants qui descendent, au lieu que ceux qui remontent vers le clou ont à vaincre la pesanteur, & cette difficulté est d'autant plus grande, que la pente est plus rapide; d'où il arrive que les ramifications inférieures au clou sont d'autant moins nombreuses que la glace est plus inclinée, ce qui n'empêche pas néanmoins qu'il n'y en ait encore quelques-unes de bas en haut, même dans le cas où la glace seroit perpendiculaire à l'horison.

l'horison. Mais cela n'arrive bien sûrement & bien distinctement dans cette situation de la glace, que lorsque le dissolvant du métal a beaucoup de prise sur la nouvelle matière qu'on expose à son action : aussi il m'a paru que l'expérience ne réussissoit jamais mieux qu'avec la dissolution d'Argent & avec le Fer pour précipitant. Il faut encore observer d'étendre beaucoup la dissolution afin que la goutte ait le moins d'épaisseur qu'il est possible, autrement il est clair que son poids l'entraînera bien-tôt, si la glace est posée verticalement, comme nous le supposons. La manière la plus simple & la plus aisée que j'aye trouvé de faire cette expérience, est d'étendre une très-petite goutte de dissolution d'Argent avec la pointe d'une plume sur un carreau de vitre, en le laissant à sa place & dans sa situation ordinaire, qui est verticale ; quand la goutte sera suffisamment étendue, avant que de lui donner le temps de se sécher, on mettra au milieu, avec le bout d'une plume, un grain de limaille assez petit, pour que l'humidité de la liqueur le puisse retenir suspendu à la vitre. Ici il n'est pas besoin de Microscope, & l'effet est sensible à la vûe simple ; aussi-tôt que le grain sera attaché sur la vitre au milieu de la goutte, on verra les rameaux d'Argent se former à l'entour à l'ordinaire, mais il y en aura beaucoup moins au-dessous du grain qu'au-dessus, par la raison alléguée.

En parlant de la précipitation ordinaire des métaux, nous avons observé que sur une surface horizontale, les parties d'Argent précipitées ne pouvoient s'entasser comme au fond d'un vase, qu'en montant les unes sur les autres. On pourroit objecter ici que quand la glace est verticale, cette raison ne subsiste plus, & que par conséquent la précipitation doit se faire sans ordre, du moins dans la partie inférieure de la goutte, ce qui n'arrive pourtant pas, puisqu'il s'y fait des rameaux en tous sens. Mais nous avons prévenu l'objection, en remarquant qu'il ne falloit mettre que très-peu de dissolution & l'étendre beaucoup sur la vitre. Alors l'adhérence de la liqueur au verre résiste assez à l'action de la pesanteur pour la rendre inférieure à la cause que nous avons indiquée, ce

482 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

qui fait que les courants se dirigent en tous sens vers le Fer, même de bas en haut. Tout l'effet de la pesanteur se réduira alors, comme nous l'avons déjà remarqué, à rendre le nombre des rameaux supérieurs au grain de limaille, plus grand que celui des rameaux inférieurs.

*Mem. de l'Ac.  
1724-p. 101.*

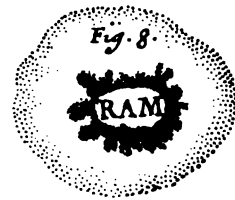
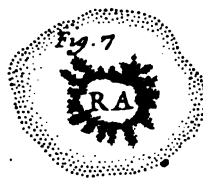
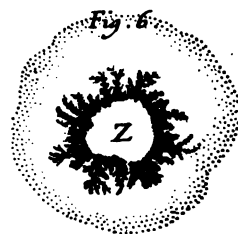
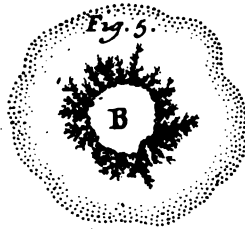
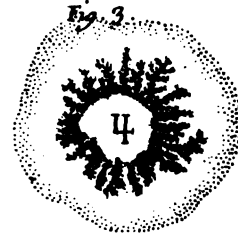
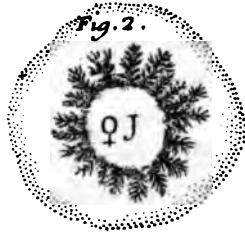
Quant à la force de cette adhésion de la liqueur au verre, ce n'est pas gratuitement que nous la supposons, puisqu'il paroît par les expériences de M. Petit, que l'adhésion de l'eau au verre est plus grande que celle des parties de l'eau entre elles.

Dans toutes les expériences précédentes, les effets seront plus ou moins sensibles, suivant la nature & la proportion mutuelle, tant des métaux que des dissolvants employés.

Toutes ces Végétations se peuvent également faire sur des verres & des glaces de toutes couleurs. Après avoir choisi les Végétations dont les accidents sont les plus heureux, si on couvre la glace colorée, sur laquelle est la Végétation, d'une glace transparente; en les mettant au feu avec quelques précautions que la pratique apprendra bien-tôt, les deux glaces s'uniront immédiatement, sans que la Végétation en soit altérée. On peut faire tailler ensuite & polir ces cristaux qui ressembleront à des pierres de couleurs dans lesquelles la Végétation seroit incorporée, & qui paroîtront d'une seule piece, si la glace transparente est usée suffisamment & taillée en biseau ou en goutte de suif. Il y a aussi différents moyens de faire des doublets de pierres dures, sur lesquelles on auroit fait de semblables Végétations. Les Végétations d'Or résistent beaucoup mieux au feu que celles d'Argent. Les couleurs brunes comme le bleu-foncé & le vert, sont les plus avantageuses pour servir de fond aux Végétations d'Or. Au lieu d'arbrisseaux d'Or, on en peut faire de couleur verte, par le moyen des Végétations de Cuivre, qui prennent cette couleur au bout de quelques jours.



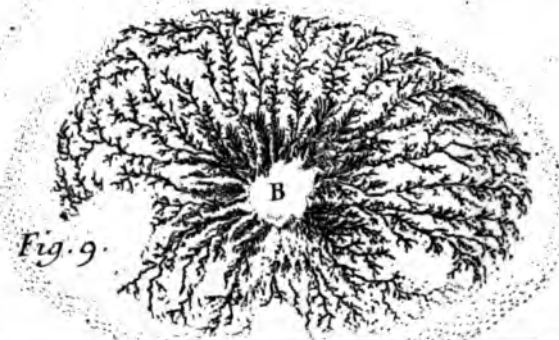
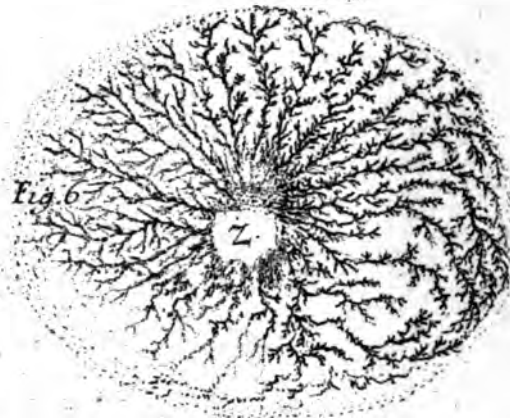
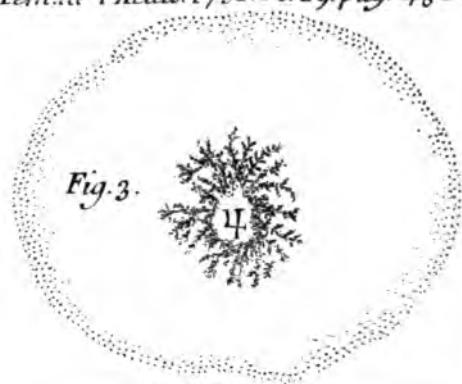
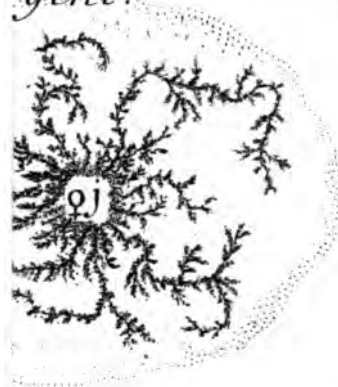
*Vegetations d'or.*





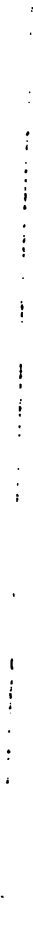
gent.

Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 29. pag. 482.



Ph. Simonneau del. et sculp.





## SUR LES COURBES

*Que l'on forme en coupant une surface courbe quelconque,  
par un plan donné de position.*

Par M. CLAIRAUT.

**J**E me propose dans ce Mémoire d'examiner les Courbes 12 Decemb.  
1731. que l'on a en coupant la surface d'un corps courbe quelconque, de tous les sens imaginables par des plans; pour cela je traite les surfaces comme je l'ai déjà fait dans les recherches sur les Courbes à double courbure, en les considérant par leurs équations à trois variables, & ensuite par le moyen de quelques formules assez simples, je trouve les équations des Courbes formées par les sections, aussi-bien que différentes propriétés qui conviennent à ces sortes de Courbes en général.

## PROBLEME GENERAL.

*Une surface courbe quelconque étant donnée avec ses trois axes AP, AQ, AR, & son équation, il faut trouver la nature de la Courbe KN, formée par la section de cette surface, par un plan VLN, donné de position.* Figure 1.

I. Soit  $BV$  la section du plan de la base  $APM$  par le plan coupant  $VLN$ ,  $B$  la rencontre de cette ligne avec l'axe  $AP$ ,  $N$  un point quelconque de la Courbe cherchée  $KN$ , qui appartient en même-temps à la surface courbe.

On abaissera de ce point  $N$  les perpendiculaires  $NL$ ; sur la ligne  $BV$  &  $NM$ , ( $z$ ) sur le plan de la base; on menera  $LM$ , &  $PM$  ( $y$ ) perpendiculaire à  $AP$  ( $x$ );  $MV$ , &  $LD$  parallèles à l'axe  $AP$ ,  $BT$ ,  $CL$  parallèles à l'axe  $AQ$ , & on nommera  $BL$ ,  $LN$  qui sont les coordonnées de la Courbe cherchée  $KN$ ,  $u$  &  $s$ . Cela fait, il est clair que l'inclinaison de la ligne  $BV$  sur  $BT$ , ou sur l'axe  $AP$ , & celle

484 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de la ligne  $LN$  sur  $LM$  avec la position du point  $B$ , détermineront la position du plan  $LVN$  quelle qu'elle soit. Ainsi l'ouverture des angles  $VB T$ ,  $NLM$ , & la distance  $AB$  doivent être données.

J'exprime le rapport de  $BT$  à  $VT$ , c'est-à-dire l'ouverture de l'angle  $VB T$  par le rapport de  $m$  à  $n$ , l'ouverture de l'angle  $NLM$  par le rapport de  $p$  à  $q$ , & je nomme la distance  $AB$ ,  $g$ . L'on aura ainsi pour le rapport de  $MN$  à  $LN$  celui de  $q$  à  $\sqrt{pp+qq}$ , ce qui donnera  $LN (s) : MN (z) :: \sqrt{pp+qq} : q$ . D'où l'on tire l'équation  $A \cdot z = \frac{q^2}{\sqrt{p^2+q^2}}$ .

L'on aura aussi  $LN (s) : LM :: \sqrt{p^2+q^2} : p$ , qui donne  $LM = \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$ , & à cause du rapport  $\frac{m}{n}$  de  $BT$  à  $VT$ ,  $BL (u) : BE :: \sqrt{mm+nn} : m$ , &  $BL (u) : LE :: \sqrt{mm+nn} : n$ . D'où l'on a  $BE = \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$ ,  $LE = \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}}$ ; & par conséquent  $LC = ET = y - \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$ , &  $CM = LD = AP + AB + LE = x + g + \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}}$ .

L'angle  $VLN$  étant droit, l'angle  $VL M$  l'est aussi; d'où l'on voit que les triangles  $VCL$ ,  $CLM$  sont semblables, ainsi l'on aura  $VC : VL :: CL : LM$ , ou  $n : \sqrt{m^2+n^2} :: y - \frac{mu}{\sqrt{m^2+n^2}} : \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$ , qui donne cette équation  $y - \frac{mu}{\sqrt{m^2+n^2}} = \frac{np s}{\sqrt{p^2+q^2} \sqrt{m^2+n^2}}$ , ou  $B \cdot y = \frac{np s}{\sqrt{pp+qq} \sqrt{mm+nn}} + \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$ .

On tire encore des triangles semblables  $VCL, CLM$ , cette proportion  $CM : LM :: CL : VL :: m : \sqrt{mm+nn}$  qui donne  $CM = \frac{m \times ML}{\sqrt{mm+nn}}$ , ou en termes algébriques

$$g + x + \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}} = \frac{mps}{\sqrt{pp+qq} \sqrt{nn+mm}}; \text{ d'où l'on}$$

$$\text{tire } C \cdot x = \frac{mps}{\sqrt{pp+qq} \sqrt{nn+mm}} - \frac{nu}{\sqrt{nn+mm}} - g.$$

Ainsi ayant l'équation de la surface courbe en  $x, y, z$ , il faudra y substituer à la place de  $x, y, z$ , leurs valeurs qu'on a trouvées dans les équations  $A, B, C$ , & il en viendra une équation qui ne renfermera que les coordonnées  $u$  &  $s$ , qui sera par conséquent celle de la Courbe cherchée  $KN$ .

II. Si l'on remarque dans les valeurs de  $z$ , de  $y$ , & de  $x$ , que les variables  $u$  &  $s$  ne montent chacune qu'au premier degré, on verra qu'en les substituant dans l'équation de la surface courbe, elles ne pourront pas faire monter l'équation de la Courbe de section, à un degré plus haut que celui de l'équation de la surface courbe; ainsi c'est une propriété générale des surfaces courbes, que les Courbes formées par leurs sections ne sont jamais d'un plus haut degré qu'elles.

III. On tire de-là aussi une propriété des surfaces courbes que j'ai déjà remarquée dans le Livre des *Recherches sur les Courbes à double courbure*, qui est, que celles dont les équations n'ont point de parametres, c'est-à-dire, de constantes qui doivent exprimer nécessairement une ligne, sont toutes à des surfaces coniques, dont le pole est l'origine des  $x, y, z$ , car les équations  $A, B, C$ , n'ayant aucun parametre que  $g$ , si on les veut faire devenir les formules des sections de la surface par des plans qui passent par le point  $A$ , elles n'en auront plus, & par conséquent en les substituant dans l'équation de la surface courbe, on aura des équations à deux variables qui n'auront point de parametre, & qui seront par conséquent à des lignes droites passant par le point  $A$ , ce qui

montre alors que la surface courbe n'est composée que de lignes droites qui partent d'un seul point, c'est-à-dire, qu'elle est une surface conique.

*Autre manière d'avoir les équations des Courbes de section des surfaces courbes par des plans donnés de position, en supposant que les coordonnées de la surface courbe font ensemble des angles quelconques.*

Figure 2. IV. Soient les trois axes de la surface courbe  $AQ$ ,  $AR$ ,  $AP$ , &  $AP$ ,  $PM$ ,  $MN$  les coordonnées qui leur sont toujours parallèles, supposant que les points  $B$ ,  $R$ ,  $Q$ , soient ceux où le plan donné de position rencontre les trois axes; ces points doivent être donnés, c'est-à-dire les lignes  $AR$ ,  $AQ$ ,  $AB$ : On nommera ces lignes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , & on trouvera par conséquent pour l'équation du plan  $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} + z = a$ .

Ainsi en substituant cette équation dans celle de la surface, on aura, selon celle des trois variables qu'on aura fait évanouir, l'équation de la Courbe de projection de la Courbe de section sur un des trois plans  $ARQ$ ,  $ARB$ ,  $ABQ$ , & comme ces Courbes de projection sont de la même espèce que la Courbe de section, on aura par-là une équation qui exprimera l'espèce de la Courbe demandée. On regarde ici comme Courbes de la même espèce, deux Courbes qui ne diffèrent que parce que leurs coordonnées ne font pas le même angle, ou bien parce que les abscisses ou les coordonnées de l'une sont toujours une certaine partie constante de celles de l'autre, ainsi qu'il en est d'une Ellipse à l'égard d'une autre Ellipse dont les axes n'ont pas le même rapport entr'eux.

Si l'on veut avoir l'équation propre de la Courbe de section, on remarquera que le rapport de l'abscisse  $RE$  de cette Courbe de section à l'abscisse  $AP$  de la Courbe de projection sur le plan  $QAB$ , est le même que celui de  $RB$  à  $AB$ , d'où en

nommant  $RB$ ,  $d$ , on aura  $RE$ , que je nomme  $u = \frac{dx}{c}$  qui donne  $x = \frac{cu}{d}$ . De même comme le rapport de  $EN$  à  $PM$  est celui de  $EF$  à  $PF$  ou de  $RQ$  à  $AQ$ , en nommant  $RQ$ ,  $e$ , & la coordonnée  $EN$ ,  $s$ , on aura  $s = \frac{ey}{b}$  ou  $y = \frac{bs}{e}$ . Ensuite ayant l'équation de la Courbe de projection sur le plan  $QAB$ , on mettra à la place de  $x$  &  $y$  les valeurs  $\frac{cu}{d}$  &  $y = \frac{bs}{e}$  que l'on vient de trouver, & l'on aura l'équation de la Courbe formée par la section de la surface courbe.

V. Il suit de-là que deux surfaces courbes qui ne diffèrent que parce que leurs coordonnées feront ensemble des angles différents, auront toujours des Courbes de section qui seront de la même espèce.

VI. Si l'on fait attention à ce qu'on a dit dans l'Article III. que les équations à trois variables sans parametre exprimoient toutes des surfaces coniques; on verra qu'une de ces sortes d'équations sera celle d'un Cone donné, si en supposant dans cette équation  $x$ ,  $y$ , ou  $z$  constante, on a l'équation de la Courbe qui sert de base à ce Cone, par exemple, l'équation  $yy + xx = \frac{aa}{bb}$  appartient au Cone dont la base est le cercle  $yy + xx = aa$  & la distance du pôle au centre  $b$ .

VII. Il suit de-là que deux Cones qui ont une même Courbe pour base, mais dont la position du Pole à l'égard de la base sera différente, pourront toujours, pourvu que la distance du Pole à l'origine des coordonnées de la Courbe de base soit la même, être exprimés par la même équation, mais dont les coordonnées feront ensemble des angles différents.

VIII. On voit par-là que deux surfaces coniques qui auront la même Courbe pour base, à quelque endroit que soit placé le Pole, pourront toujours donner les mêmes espèces de Courbes de sections: car, les équations de ces deux surfaces ne pouvant différer que par la constante qui exprime

la distance du Pole à l'origine des coordonnées de la Courbe de base; cette constante étant, par exemple  $f$ , dans l'une de ces deux surfaces, &  $m$  dans l'autre, si l'on veut trouver un certain sens de couper la première qui donne la même espèce de Courbe que celle qu'on a en coupant la seconde par un plan exprimé par l'équation  $\frac{a}{b}x' + \frac{a}{c}y + z = a$ , on n'aura qu'à la couper par un plan, dont l'équation soit  $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + \frac{m}{f}z = a$ .

IX. Les Courbes que l'on a par l'ombre d'une Courbe donnée sur un plan éclairé par un point fixe, n'étant autre chose que les Courbes formées par la section d'un Cone dont le pole est le point lumineux, & la base la Courbe éclairée; on pourra avoir, par ce que l'on vient de dire, aisément une équation générale de toutes les surfaces que forment tous les rayons de lumière qui partent du point lumineux, & qui passent par tous les points de la Courbe de base, & par conséquent en même temps de toutes les Courbes de section de ces surfaces, c'est-à-dire, des Courbes formées par les ombres de la Courbe qui sert de base.

X. Comme toutes les Courbes qui donnent les différentes sections d'un Cone lui peuvent servir également de Courbe de base, ce sera la même chose, lorsque l'on voudra sçavoir si une certaine Courbe peut être formée par l'ombre d'une autre, ou de substituer dans l'équation des surfaces coniques de cette Courbe, l'équation générale du plan  $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$ , & d'y chercher la Courbe qu'on veut qui jette l'ombre, ou bien de commencer par faire l'équation du Cone dont la base est la Courbe qui jette l'ombre, & y ayant substitué l'équation générale du plan, d'y chercher ensuite la Courbe que l'on veut qui se trouve par l'ombre.

XI. Lorsque l'on se propose de trouver une certaine Courbe

Courbe *A*, par le moyen de l'ombre d'une autre Courbe *P*, si on peut trouver cette même Courbe *A*, par le moyen d'une autre Courbe *B*, & que l'on puisse trouver cette seconde *B*, par le moyen d'une troisième *C*, & *C* par *D*, en sorte qu'à la fin l'on parvienne à trouver la courbe *P*; il est clair, par ce qui précède, qu'il eût été possible de trouver immédiatement la première Courbe *A*, par l'ombre de la Courbe *P*, comme on se l'étoit proposé.

XII. Pour avoir toutes les différentes especes des Courbes qui peuvent être formées par la section d'une surface courbe donnée, on n'aura qu'à substituer dans l'équation de cette surface courbe, l'équation générale d'un plan comme  $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$ , ou  $x + my + nz = q$ , & chercher ensuite combien de différentes Courbes peuvent être exprimées par cette même équation. Si la surface courbe se trouvoit être du troisième degré, on pourroit trouver toutes ces Courbes, en se servant des façons de connoître les différentes figures des Courbes du 3.<sup>me</sup> degré qu'a données M. Newton : Voici à peu-près comme on pourroit faire alors.

XIII. Ayant l'équation générale des Courbes de sections de la surface courbe, si cette équation a les deux termes  $x^3$  &  $y^3$ , on la transformera en une autre qui n'ait que d'un de ces deux termes, ce qui se peut faire aisément, en mettant dans cette équation à la place de  $x$ ,  $x + py$ , ce qui ne change point l'espece de cette Courbe & en égalant à zero le terme où il y aura  $y^3$ , ce qui se pourra toujours faire avec le secours de l'indéterminée  $p$  qui sera au 3.<sup>e</sup> degré; on mettra ensuite la nouvelle équation de la Courbe de section, par des transpositions d'axe, sous la forme de l'une, ou d'autant qu'on le pourra des quatre équations générales de M. Newton qui sont  $xyy + ey = ax^3 + bxx + cx + dy = yax^3 + bxx + cx + d$ ,  $xy = ax^3 + xx + cx + d$ ,  $y = ax^3 + bxx + cx + d$  (il paroît d'abord qu'elle ne pourroit

Q q q

*Mem. 1731.*



se trouver que sous la forme de l'une de ces quatre équations; mais pour peu qu'on y réfléchisse, on verra que les différentes valeurs des indéterminées  $m, n, q$  de l'équation du plan peuvent la faire convenir à plusieurs), & l'on verra ensuite, par le moyen des indéterminées  $m, n, q$  de l'équation du plan, qui entrent dans les coefficients  $a, b, c, d, e$ , à combien de différentes Courbes de l'énumération des Courbes du 3.<sup>me</sup> degré de M. Newton, on peut faire convenir les équations que l'on aura eues.

*Pour faire voir une application de tout ce qui précède, je vais par le moyen des formules de l'Art. I. trouver l'équation générale des sections coniques, & ensuite en ne me servant que de quelques-unes des remarques précédentes, je démontrerai l'Art. V. de l'énumération des lignes du 3.<sup>me</sup> ordre de M. Newton.*

XIV. Soient les deux Cones opposés à la pointe, & égaux  $Z, z$ , dont l'axe est  $AP$ , les cercles de circonvolution  $Gg$ , & soit le plan coupant  $BVN$  placé en sorte, 1.<sup>o</sup> Que la ligne  $BV$ , section de ce plan avec la base, soit parallèle aux ordonnées  $PM$  perpendiculaires à  $AP$ . 2.<sup>o</sup> Que le point  $B$  soit sur la partie de l'axe qui appartient au Cone négatif  $z$ , & 3.<sup>o</sup> Que l'angle  $NVM$  s'étende à l'infini du côté des  $AP$ , ( $x$ ) positives: l'angle  $KAP$  qui sortit le Cone étant donné, on demande l'équation générale de toutes les sections coniques.

En supposant que le rapport de  $AP$  à  $AK$  qui détermine l'angle  $KAP$  soit exprimé par celui de  $f$  à  $i$ ; on aura, en nommant toujours  $AP, (x)$ ;  $PM, (y)$ ;  $MN, (z)$ ,  $AP, (x)$ ,  $PK(\sqrt{yy + zz}) :: f : i$ . D'où l'on tire  $\frac{z}{y} + \frac{z}{i} = \frac{f}{x}$  qui est l'équation des deux surfaces coniques opposées  $Z, z$ .

Ensuite l'on se servira des équations générales  $A, B, C$ , de l'Art. I. qui deviendront dans les suppositions précédentes

$$z = \frac{f^2}{x^2 + y^2}, y = u, x = \frac{f^2}{x^2 + y^2} - g, \text{ à cause que}$$

\* = 0. On n'a point mis la position du plan coupant d'une façon plus générale que celle qu'on vient de dire, parce qu'il est clair que toute autre position de ce plan se rapportera à celle-là, en changeant le plan de la base.

Substituant les équations précédentes dans l'équation du cone, on la changera en celle-ci

$$s + \frac{ff}{ii} \times \frac{pp+qq}{ii\,qq-pp} \times uu + \frac{2p\sqrt{pp+qq}}{ii\,qq-pp} s - \frac{2p \times pp+qq}{ii\,qq-pp} = 0,$$

qui est l'équation de toutes les sections coniques, selon les différentes valeurs de  $p$ , de  $q$ , de  $f$ , & de  $i$ .

Il est évident que cette équation appartiendra aux hyperboles opposées, lorsque  $\frac{ffqq}{ii}$  sera plus petit que  $pp$ . Mais si  $\frac{ffqq}{ii}$  est plus grand que  $pp$ , la section sera une Ellipse décrite dans le cone négatif  $z$ , & s'il arrive que  $\frac{ffqq}{ii}$ , &  $pp$  soient égaux, la section conique sera une parabole décrite dans le cone positif  $z$ .

XV. M. Newton dit, dans l'Article V. de l'énumération des lignes du troisième ordre, qu'ainsi que le cercle étant présenté à un point lumineux, donne par son ombre sur un plan toutes les sections coniques, c'est-à-dire, toutes les Courbes du second degré, de même les cinq paraboles divergentes donnent par leur ombre toutes les Courbes du troisième degré.

Pour le démontrer, ou ce qui revient au même, pour prouver que tous les Cones qui ont des Courbes du troisième degré pour base, peuvent toujours donner des paraboles divergentes, en les coupant d'un certain sens par des plans; on remarquera qu'un Cone fait sur une ligne qui a des points d'inflexions a des côtés d'inflexions, c'est-à-dire; des côtés qui séparent des parties convexes d'avec des parties concaves, & que la section faite par un plan aura autant de points d'inflexions que ce plan coupera de côtés d'inflexion; de façon que pour que cette section perde une ou plusieurs inflexions, il faut que le plan qui la donne soit parallèle à un

## 492 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

ou plusieurs côtés d'inflexions : d'où on tirera que dans tous les Cones du troisième degré, il ne peut y avoir plus de trois côtés d'inflexions, & que quelque Cone du troisième degré que l'on ait, on pourra toujours trouver un certain sens de le couper, qui donnera une de ces lignes du troisième ordre qui ont deux inflexions, ou qui n'en ont point.

Ainsi voilà déjà toutes les Courbes du troisième degré trouvées par l'ombre de celles qui n'ont que deux inflexions, ou qui n'en ont point; il ne reste donc plus (*Art. XI.*) pour prouver le Théoreme de M. Newton, qu'à trouver ces Courbes à deux ou sans inflexions par l'ombre des paraboles divergentes.

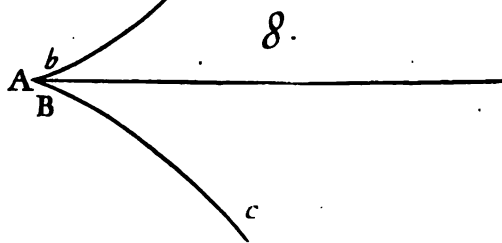
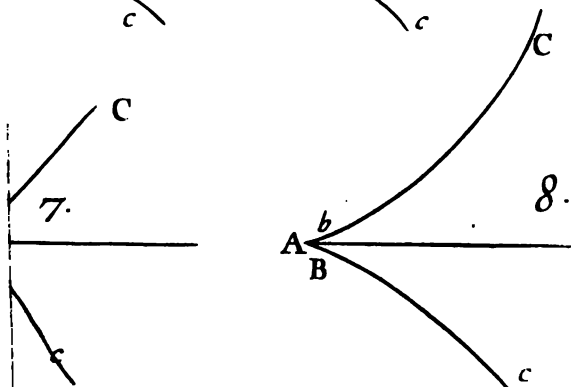
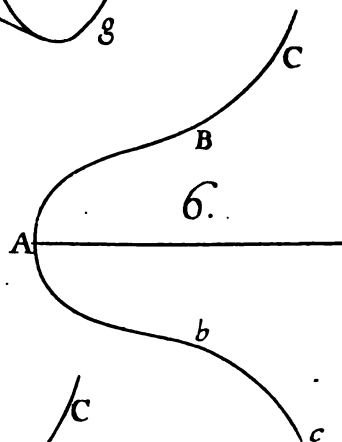
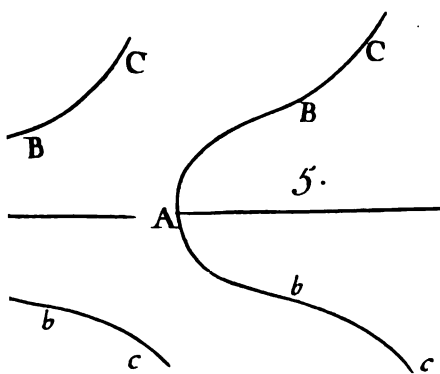
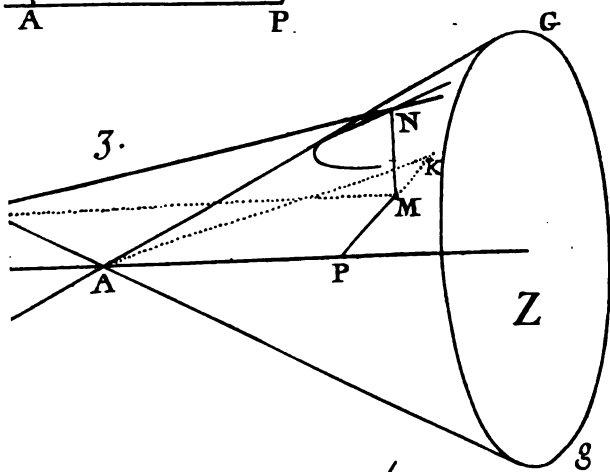
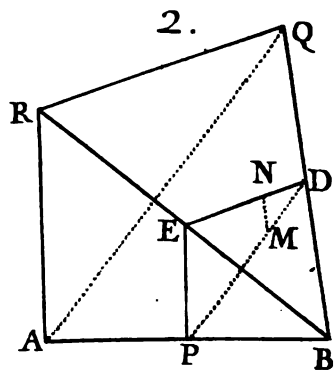
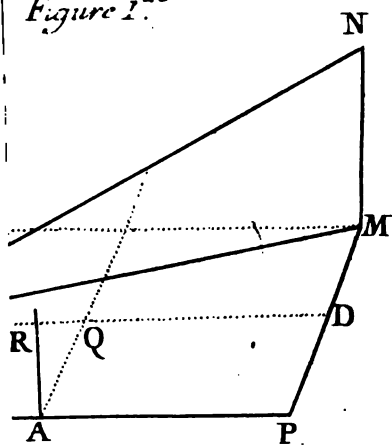
Or, toutes ces Courbes à deux ou sans inflexions, sont celles qui sont exprimées par l'équation  $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$ , excepté les seules paraboles divergentes; ainsi faisant de cette équation  $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$ , l'équation  $xyy = ax^3 + bxxz + exzz + dz^3$  qui exprimera (*Art. VI.*) tous les Cones qui ont ces Courbes pour base, & remarquant ensuite que si l'on y fait  $x$  constante, on a l'équation des paraboles divergentes, on verra que toutes les Courbes représentées par l'équation  $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$ , se trouvent par l'ombre des cinq paraboles divergentes, & que par conséquent toutes les Courbes du troisième degré se trouvent par l'ombre de ces cinq Courbes, comme l'avoit dit M. Newton.

On peut donner au Théoreme de M. Newton cet autre énoncé. De même que quelque Courbe du second degré que l'on prenne pour base, le Cone que l'on en forme est toujours de la même espece; de même quelque Courbe du troisième degré que l'on prenne pour base, on ne peut former que l'une des cinq especes de Cones, qui ont pour bases les cinq paraboles divergentes; en sorte qu'il n'y a dans le troisième degré que cinq especes de Cones.

Si l'on examine les Figures de ces cinq Cones faits sur les paraboles divergentes représentées par les Figures 4, 5, 6, 7 & 8. (la 5 & la 6 ne diffèrent l'une de l'autre que par un

Figure 1.<sup>re</sup>

Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 30. pag. 4





point conjugué) on verra, 1.<sup>o</sup> que les parties de Cones convexes faites sur les branches infinies  $BC$ ,  $bc$ , se joindront réciproquement avec leurs parties opposées à la pointe qui seront concaves, par un côté d'inflexion parallèle au plan  $A, B, C$ , de la parabole divergente. 2.<sup>o</sup> Qu'un plan parallèle au plan  $A, B, C$ , qui passeroit par ce côté d'inflexion, seroit tangent de la surface conique. 3.<sup>o</sup> Que chacun des trois premiers Cones qui ont outre ce côté d'inflexion, les deux que donnent les points d'inflexion  $B$ , &  $b$ , étant coupé par un plan parallèle au plan tangent de la surface conique, à l'un ou l'autre de ces deux côtés d'inflexion, donnera pour section une parabole divergente de la même espece que celle de la base  $A, B, C$ , ce qui se voit en considérant la figure de ces trois Cones qui sont composés de six parties semblables, & semblablement posées à l'égard de leurs trois côtés d'inflexions. Donc généralement dans les cinq Cones du troisième degré, les paraboles divergentes sont toujours dans des plans parallèles aux plans qui touchent la surface aux côtés d'inflexions.



## M A N I E R E

*D'engendrer dans un Corps solide toutes les lignes du troisième ordre.*

Par M. N I C O L E.

1 Decemb.  
1731.

**L**E célèbre M. Newton, à la fin de son énumération des Lignes du 3.<sup>me</sup> ordre, dit que toutes ces lignes peuvent se former par un point lumineux, qui répandant une infinité de rayons sur un plan où seroit tracé l'une des paraboles divergentes du 3.<sup>me</sup> ordre, l'ombre de ce plan reçu sur un autre plan quelconque formera toutes les lignes du 3.<sup>me</sup> ordre. Voilà tout ce que cet illustre Géomètre en dit. Personne, que je sçache, depuis ce temps n'en a donné de démonstration.

La méthode que j'ai suivie ici, est précisément la même que celle que je donnai, il y a quelque temps, dans un Mémoire, où je considérai la suite de l'infinité de Sections coniques, engendrées par la double révolution entière d'un plan sur un pivot attaché à un point de la superficie convexe du Cone.

Figure 1.

I. Soit la Courbe  $NMImn$  une des paraboles divergentes du 3.<sup>me</sup> ordre, composée des deux branches  $IMN$ ,  $Imn$ , & de l'anneau  $II$ ,  $III$ . La propriété de cette Courbe est, qu'en quelque point  $P$  de l'axe  $EOP$  qu'on mène l'ordonnée  $PM$  perpendiculaire à cet axe, le point  $O$  étant l'origine des abscisses  $OP$ , & la droite  $OE$  étant toujours la même; on ait dans tous les points  $OE \times PM^2 = PI \times PII \times PIII$ .

Figure 2.

Si maintenant on élève sur le point  $O$ , perpendiculairement au plan de cette Courbe, la droite  $OC$ , & que du point  $C$ , on mène à tous les points de cette Courbe, des droites, telles que  $CM$ ,  $cm$ ; on formera un corps solide; dont la base sera la parabole divergente  $IMN$ , & le sommet

fera en  $C$ . Et si l'on prolonge toutes les lignes  $MC$ ,  $mC$ ,  $IC$ ,  $IIIC$ ,  $IIIC$  par de-là le point  $C$  jusqu'à un autre plan parallèle au premier; il se formera un second solide, qui aura encore le point  $C$  pour sommet, & pour base, la Courbe  $mim$ , qui fera aussi une parabole divergente, semblable à la première.

## PROBLEME I.

*On demande toutes les Courbes qui peuvent être engendrées dans ce solide, & dans le solide opposé, par toutes les Sections dont ils sont susceptibles.*

## SOLUTION.

II. Soit mené la droite  $QBCV$ , passant par le sommet  $C$ , & parallèle à l'axe  $POE$ , & soit pris dans la perpendiculaire  $CO$ , le point fixe  $A$ , auquel soit attaché un plan  $MPmmpm$ , perpendiculaire au plan  $CPE$ , & qui coupe les droites  $POE$ ,  $CFI$ ,  $CKE$ ,  $CGII$ ,  $CHHI$ ,  $CBQ$ , &  $Lop$ , toutes données de position dans les points  $P$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $B$ ,  $p$ .

Il est évident que ce plan coupant les deux solides opposés, & le conoïde  $C$ ,  $II$ ,  $III$ , forme par cette Section, la Courbe composée des branches  $MF$ ,  $Fm$ ,  $m4$ ,  $m5$ , & de l'anneau  $GH$ .

L'équation de cette Courbe se trouve en faisant toutes les analogies que voici.

Soit  $AB=h$ ,  $BC=g$ ,  $AC=a$ ,  $AK=c$ ,  $AF=f$ ,  $AG=i$ ,  $AH=l$ , & les coordonnées  $AP=x$ ,  $PM=y$ .

Les triangles semblables  $ABC$ ,  $APO$ ;  $CAK$ ,  $COE$ ;  $FBC$ ,  $FPI$ ;  $GBC$ ,  $GPII$ ;  $HBC$ ,  $HPIII$  donneront

$$AB(h) \cdot BC(g) :: AP(x) \cdot PO = \frac{x^2}{h} \cdot AB(h) \cdot AC(a)$$

$$:: AP(x) \cdot AO = \frac{ax}{h} \cdot CA(a) \cdot AK(c) :: CO(a + \frac{ax}{h})$$

$$\cdot OE = \frac{cx + ax}{h} \cdot FB(h-f) \cdot BC(g) :: FP(x+f)$$

$$\cdot PI = \frac{fx + fg}{h-f} \cdot On \text{ aura aussi } PII = \frac{fx + if}{h-i}, \text{ \&}$$

$$PIII = \frac{fx + lf}{h-l}.$$



Mais l'ordonnée  $PM$  est commune à la Courbe  $MFm$ ; & à la Courbe  $MIm$ , dont l'équation est  $OE \times PM^2 = PI \times PII \times PIII$ . Si donc on substitue dans cette équation pour les lignes qui la composent, leurs valeurs algébriques que l'on vient de trouver, on aura l'équation  $\frac{ch+cs}{h} \times yy =$

$$\frac{g^3 \times s + f \times s + i \times s + l}{h - f \times h - i \times h - l}, \text{ ou } \frac{s + f \times s + i \times s + l}{s + h} = \frac{c \times h - f \times h - i \times h - l}{g^3 h} \times yy,$$

qui exprime la nature de la Courbe  $MFm$ .

La propriété essentielle de cette Courbe est donc que  $PF \times PG \times PH \cdot BP \times PM^2 :: AK \times BF \times BG \times BH \cdot AB \times CB^3$ .

## REMARQUE I.

III. Si dans cette équation on suppose  $x = -h$ , on trouve que les deux ordonnées dans ce point sont chacune infinies; ce qui fait voir qu'elles sont asymptotes aux branches de Courbe qui répondent au point  $B$ . Et c'est aussi ce qui doit arriver, car la parabole divergente  $m_1 m$ , qui sert de base au solide, s'étendant à l'infini dans le sens  $op$ , & dans le sens  $pm$ , il faut aussi que le solide soit infiniment long dans ces deux sens, & par conséquent que le plan qui engendre la Courbe que nous examinons, ne rencontre la partie de ce solide qui répond au point  $B$  qu'à l'infini, en sorte que  $B_8$ , &  $B_9$ , sont asymptotes; les branches  $m_4$  &  $m_5$  de cette Courbe, sont donc hyperboliques.

Figure 3. Si par l'équation de cette Courbe, on cherche la valeur de la sous-tangente, & que l'on retranche cette sous-tangente de l'abscisse dans le cas où cette abscisse est infinie; on trouvera que la différence de ces deux lignes est  $AD = \frac{-f-i-l+h}{2}$ . Et si dans cette supposition, on cherche la valeur de  $\frac{dy}{dx}$ ;

$$\text{on trouvera } AI \text{ ou } AL = \frac{g\sqrt{hgx+h-f-i-l}}{2\sqrt{cxh-fxh-ixh-l}}. \text{ Ce}$$

qui fait connoître qu'en menant par les points  $I$  &  $L$ , les deux lignes infinies  $12 D 13$  &  $14 D 15$ , elles seront encore

encore asymptotes aux branches  $m_{10}$ ,  $m_{11}$ ,  $M_{17}$  &  $m_{16}$ .

La Courbe engendrée dans le solide par le plan qui coupe Figure 2.  
du même côté les cinq lignes  $CI$ ,  $CE$ ,  $CII$ ,  $CIII$ ,  $CQ$   
sera donc toujours composée de trois hyperboles, l'une cir- Fig. 3.  
conscrite à ses asymptotes, & les deux autres inscrites; &  
d'un anneau  $GH$  renfermé dans le triangle des asymptotes.

## REMARQUE II.

IV. Comme dans l'équation de la Section  $MFm$ , on a Fig. 2.  
supposé  $CB(g)$  déterminé, ou ce qui est la même chose,  
le plan  $PABp$  dans une situation fixe; pour avoir les équations des autres Sections du même solide, il ne faut que faire faire au plan une révolution sur le point  $A$  comme pivot; depuis  $g = 0$  jusqu'à  $g$  égal à l'infini positivement & négativement.

## COROLLAIRE I.

V. Si l'on suppose  $CB(g) = 0$ , on aura  $h = f = i = l = a$ , & l'équation générale deviendra  $x + a = \frac{cyy}{a}$ , qui est une équation à la ligne droite, c'est-à-dire, que la Section est alors une ligne droite.

## COROLLAIRE II.

VI. Si l'on suppose  $CB(g)$  croître depuis 0 jusqu'à l'infini; l'infinité de Sections engendrées par ce quart de révolution seront toujours de l'espèce déjà examinée (Fig. 3.), elles ne différeront que par les lignes  $AI$ ,  $AD$ ,  $AF$ ,  $AG$ ,  $AH$ ,  $AB$ , qui seront plus grandes ou plus petites.

## COROLLAIRE III.

VII. Si l'on suppose  $CB(g)$  infini, on aura aussi  $h$  infini, & l'équation générale deviendra  $x + f \times x + i \times x + l = cyy$ , qui exprime une parabole divergente (Fig. 4.) semblable à celle qui sert de base au solide.

Mem. 1731.

Rrr

## COROLLAIRE I V.

Fig. 2. VIII. Si l'on suppose que le plan qui engendre la Section en continuant de tourner sur le pivot *A*, parvienne dans la situation *bpAfggh*, dans laquelle il coupe en *b*, de l'autre côté de *C*, la ligne *QBCbV*, & dans laquelle il coupe du même côté qu'auparavant, les lignes *CI*, *CII*, *CIII*, en *f*, *g*, *h*.

L'équation générale qui convient à ce cas, sera

$$\frac{x + f \cdot x + i \cdot x + l}{h - x} = \frac{x \cdot h + f \cdot x \cdot h + i \cdot x \cdot h + l}{g \cdot h} \times y y, \text{ par laquelle}$$

on voit que l'ordonnée *y* est toujours réelle depuis  $x=0$ ; jusqu'à  $x=h$ , où elle est infinie; qu'elle est encore réelle depuis  $x=0$ , jusqu'à  $-x=f$  où elle est zero; qu'ensuite depuis  $-x=f$  jusqu'à  $-x=i$ , cette ordonnée devient imaginaire, & qu'elle est zero, lorsque  $-x=i$ ; que depuis  $-x=i$  jusqu'à  $-x=l$ , cette ordonnée redevient réelle, & qu'elle est encore zero lorsque  $-x=l$ , & qu'ensuite  $-x$  continuant de croître, l'ordonnée est toujours imaginaire; en sorte que tous les points de la Courbe de ce cas sont renfermés entre les deux valeurs de  $x$  qui sont  $x=h$ , &  $-x=l$ .

La figure de la Section qui convient à ce cas est celle marquée (*Fig. 5.*) qui est une hyperbole conchoïdale, avec une ovale tournée vers sa convexité, l'infinité de Sections qui résultent de ce cas sont de la même espece.

## COROLLAIRE V.

IX. Si le plan qui engendre la Section, continuant de tourner sur le pivot *A* devient parallele à la ligne *CIII*; alors la ligne *Ah* (*l*) devient infinie, & l'équation devient

$$\frac{x + f \cdot x + i}{h - x} = \frac{x \cdot h + f \cdot x \cdot h + i}{g \cdot h} \times y y, \text{ par laquelle on voit}$$

que depuis  $x=0$  jusqu'à  $x=h$ , l'ordonnée *y* est toujours réelle, & qu'elle est infinie, lorsque  $x=h$ ; que depuis  $x=0$  jusqu'à  $-x=f$ , elle est encore réelle, & qu'elle est zero, lorsque  $-x=f$ ; que depuis  $-x=f$  jusqu'à  $-x=i$ ;

elle est imaginaire, & qu'elle est zero lorsque  $-x=i$ ; qu'ensuite  $-x$  continuant de croître, cette ordonnée redevient réelle depuis  $-x=i$  jusqu'à  $-x$  infinie. La figure de la Section qui convient à ce cas, est celle marquée (*Fig. 6.*) qui est une hyperbole conchoïdale, avec une Courbe à branches paraboliques tournée vers la convexité de la conchoïde.

## COROLLAIRE VI.

X. Si par le point *A*, on mene les lignes *A 1*; *A 2*; *A 3*, parallèles aux lignes *CI*, *CII*, *CIII*; & que le plan qui engendre les Sections en continuant de faire sa révolution sur le pivot *A*, tombe dans l'angle  $2 A 3$ , ce plan rencontrera alors les lignes *CI*, *CII*, au-dessous de *A*, & les lignes *CIII*, *CV*, au-dessus de *A*.

Fig. 2.

L'équation de la Section qui convient à ce cas, sera donc

$$\frac{x+f \times x+i \times l-x}{h-x}=\frac{c \times h+f \times h+i \times l-h}{g^3 h} \times y y, \text{ par laquelle}$$

on voit, que depuis  $x=0$ , jusqu'à  $x=h$ , la valeur de  $y$  est toujours réelle, & qu'elle est infinie, lorsque  $x=h$ ; qu'ensuite  $x$  continuant d'augmenter, l'ordonnée est imaginaire, jusqu'à ce que  $x=l$  auquel cas elle devient zero; ensuite  $x$  augmentant toujours jusqu'à l'infini, l'ordonnée est toujours réelle. On voit aussi que  $-x$  augmentant depuis le zero, jusqu'à ce qu'il soit égal à  $f$ , l'ordonnée est toujours réelle; qu'ensuite  $-x$  continuant d'augmenter, l'ordonnée devient imaginaire, jusqu'à ce que  $-x=i$ , alors l'ordonnée est zero, &  $-x$  continuant d'augmenter jusqu'à l'infini, l'ordonnée est toujours réelle. La figure de l'infinité de Sections qui conviennent à ce cas, & qui sont toutes de la même espece, est celle marquée (*Fig. 7.*), qui est composée de deux Courbes opposées, qui ont toutes leurs branches hyperboliques, & d'une troisième hyperbole conchoïdale: les asymptotes de ces trois Courbes sont déterminées par

$$AD=\frac{-h-f-i+l}{2}, AI=AL=\frac{AD \times g \sqrt{g h}}{\sqrt{c \times h+f \times h+i \times l-h}},$$

$$\& Ab=h.$$

Rrr ij

COROLLAIRE VII.

XI. Si le plan se trouve parallele à la droite  $CI$ , alors la ligne  $Ag(i)$  devient infinie, & l'équation générale de ce cas devient  $\frac{x+f \times l-x}{h-x} = \frac{c \times h+f \times l-h}{g^2 h} \times yy$ , par laquelle on voit que depuis  $x=0$  jusqu'à  $x=h$ , l'ordonnée  $y$  est toujours réelle, & qu'elle est infinie, lorsque  $x=h$ ; qu'ensuite  $x$  continuant de croître depuis  $x=h$  jusqu'à  $x=l$ , l'ordonnée est toujours imaginaire, & qu'elle est zero, lorsque  $x=l$ ; qu'ensuite  $x$  continuant de croître depuis  $x=l$  jusqu'à  $x$  infini, elle est toujours réelle; & que depuis  $x=0$  jusqu'à  $-x=f$ , cette ordonnée est toujours réelle, qu'elle est zero, lorsque  $-x=f$ ; qu'ensuite  $-x$  continuant de croître, elle est toujours imaginaire.

La figure de la Section qui convient à ce cas, est celle marquée (*Fig. 8.*) qui est encore une hyperbole conchoïdale, & une Courbe à deux branches paraboliques, l'asymptote de la conchoïde étant placée entre ces deux Courbes.

COROLLAIRE VIII.

XII. Si le plan qui engendre les Sections, tombe dans l'angle  $1A2$ , l'équation générale deviendra pour ce cas

$$\frac{x+f \times i-x \times l-x}{h-x} = \frac{c \times h+f \times i-h \times l-h}{g^2 h} \times yy.$$

La figure de l'infinité de Sections qui résultent de ce cas, est celle marquée (*Fig. 9.*) qui est composée d'une hyperbole conchoïdale, & d'une ovale, de l'autre côté de l'asymptote.

COROLLAIRE IX.

XIII. Si le plan se trouve parallele à la ligne  $CI$ , alors la ligne  $Af(f)$  devient infinie, & l'équation de ce cas est

$$\frac{i-x \times l-x}{h-x} = \frac{c \times i-h \times l-h}{g^2 h} \times yy.$$

La figure de la Section qui y convient, est celle marquée

(Fig. 10.) laquelle est composée de deux branches hyperboliques, de deux branches paraboliques, & d'une ovale placée par de-là l'asymptote. Car on voit par l'équation, que depuis  $x=0$  jusqu'à  $x=h$ , l'ordonnée est toujours réelle; qu'elle est infinie lorsque  $x=h$ , que  $x$  continuant de croître, l'ordonnée est imaginaire, devient zero, lorsque  $x=l$ , redevient ensuite réelle, jusqu'à  $x=i$ , & ensuite est toujours imaginaire; que depuis  $x=0$  jusqu'à  $-x$  infini, l'ordonnée est toujours réelle.

## COROLLAIRE X.

XIV. Si le plan qui engendre toutes ces Sections, continuant de tourner, passe dans l'angle  $OAr$ , ce plan coupera les quatre lignes  $CI$ ,  $CII$ ,  $CIII$ ,  $CV$  au dessus du point  $C$ ,

& l'équation de ce cas deviendra  $\frac{f-x \times i-x \times l-x}{h-x}$

$= \frac{c \times f-h \times i-h \times l-h}{g^2 h} \times yy$ . On voit, par cette équation,

que  $x$  augmentant depuis  $x=0$  jusqu'à  $x=h$ , l'ordonnée est toujours réelle, & qu'elle est infinie lorsque  $x=h$ ; que  $x$  continuant d'augmenter, l'ordonnée est imaginaire jusqu'à  $x=l$  où elle est zero. Qu'ensuite elle redevient réelle, jusqu'à  $x=i$  où elle est zero; qu'après l'ordonnée redevient encore imaginaire jusqu'à  $x=f$  où elle est encore zero; & qu'ensuite jusqu'à l'infini, elle est toujours réelle. On voit aussi que  $-x$  augmentant à l'infini depuis  $x=0$ , l'ordonnée est toujours réelle.

La figure de l'infinité de Sections, relative à ce cas, est donc (Fig. 11.) composée de trois Courbes, l'une inscrite dans l'angle  $D$  des deux asymptotes, & les deux autres ambigènes, c'est-à-dire, inscrite à l'asymptote  $bd$ , & circonscrite à l'asymptote  $Dd$ ; la position des asymptotes

$Dd$ , &  $Dd$  est déterminée par  $AD = \frac{f+i+l-h}{2}$ , &  $AL = \frac{f+i+l-h}{2} \times \frac{g \sqrt{gh}}{\sqrt{c \times f-h \times i-h \times l-h}}$ .

## REMARQUE.

XV. Si l'on fait attention à la suite de l'infinité de Courbes qui se sont engendrées dans le solide, par la révolution du plan attaché au pivot  $A$ , on verra la relation de toutes ces Courbes entr'elles.

On verra, 1.<sup>o</sup> Que lorsque le plan tombe dans l'angle  $CAK$ , il s'engendrera une infinité de Sections qui seront toutes de la même espece, dont une est représentée (*Fig. 3.*) par laquelle on voit qu'à mesure que le plan tourne, la distance  $AB$  ( $h$ ) du point fixe  $A$  à l'asymptote  $8B9$  augmente, aussi-bien que le rapport de  $DA$  à  $AI$ , qui fixe la position des asymptotes  $12, 13$ , &  $14, 15$ ; de telle sorte que lorsque  $AB$  ( $h$ ) est infini, les deux asymptotes  $12D13$ , &  $14D15$  se rencontrent à l'infini, & la troisième asymptote  $8B9$  se perd dans l'infini, aussi-bien que les Courbes hyperboliques  $4m10$  &  $5m11$ ; il ne reste donc alors que la *Fig. 4.* composée d'une ovale, & d'une Courbe à branche parabolique.

2.<sup>o</sup> Que lorsque le plan tombe dans l'angle  $KA3$ , il s'engendre encore une infinité de Sections qui seront toutes entr'elles de même espece, dont une est représentée (*Fig. 5.*) laquelle est composée d'une ovale & d'une conchoïde; on voit aussi qu'à mesure que le plan tourne, la ligne  $Ah$  augmente toujours, en sorte que lorsque le plan est en  $A3$ , parallèle à  $CIII$ , l'ovale devient la Courbe parabolique de la *Fig. 6.*

3.<sup>o</sup> Que lorsque le plan tombe dans l'angle  $3A2$ , il s'engendre une infinité de Sections de même espece, dont une représentée (*Fig. 7.*) est composée de deux Courbes hyperboliques opposées, & d'une conchoïde. On voit aussi, qu'à mesure que le plan tourne, la ligne  $Ag$  (dont le point  $g$  est toujours le sommet de la Courbe  $5g6$ ) devient plus grande, aussi-bien que le rapport  $\frac{AD}{AI}$  qui détermine la position des asymptotes  $dD4$  &  $dD3$ ; en sorte que quand

le plan sera en  $A_2$ , parallèle à  $CII$ , la Courbe  $sg6$  se perdra dans l'infini, & les deux asymptotes  $dD$ ,  $dD$  ne se rencontreront qu'à l'infini, ce qui fait voir qu'il ne restera alors que la Courbe  $1h2$  qui sera parabolique, & une conchoïde, marquée (*Fig. 8.*).

4.<sup>o</sup> Que lorsque le plan tombe dans l'angle  $1A2$ , il se produit encore une infinité de nouvelles Sections de même espèce entr'elles, dont une représentée (*Fig. 9.*) est composée d'une ovale, & d'une Courbe composée d'une demi-ovale, & de deux branches hyperboliques. On voit aussi qu'à mesure que le plan tourne, la ligne  $Af$  devient plus grande; d'où il suit que quand le plan sera en  $A_1$ , parallèle à  $CI$ , la demi-ovale deviendra les deux branches paraboliques de la *Fig. 10.*

5.<sup>o</sup> Enfin, que lorsque le plan tombe dans l'angle  $1AO$ , il se forme encore une nouvelle infinité de Sections qui ne composent qu'une espèce, dont une représentée (*Fig. 11.*) est composée d'une ovale, & de trois Courbes hyperboliques, l'une inscrite, & les deux autres ambigènes; on voit encore qu'à mesure que le plan tourne, les lignes  $Af$ ,  $Ag$ ,  $Ah$  &  $Ab$ , tendent à devenir égales; & que quand le plan sera en  $CAO$ , l'ovale se réduira dans le seul point  $b$  (*Fig. 12.*) & toutes les branches de Courbes aux droites  $Mb_3$  &  $Mb_4$ .

#### COROLLAIRE XI.

XVI. Il est donc évident que l'infinité de Sections que *Fig. 12.* nous venons d'examiner, ne composent que neuf espèces des lignes du 3.<sup>me</sup> ordre, la dixième espèce étant les triangles  $Mbm$ ;  $4b3$ .

#### PROBLEME II.

Si l'on suppose le plan  $NMfnmh$  perpendiculaire sur *Fig. 13.* l'axe  $BFP$  de la première Courbe trouvée  $MFm$ , & qu'on fasse faire une révolution au plan de cette Courbe  $MFm$  sur son axe  $BFAP$ ; il est évident que par cette nouvelle révolution, il s'engendrera dans le solide une infinité de nouvelles Sections, telles que  $NSFn$ , toutes terminées au plan  $NMfnmh$ .



504 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
perpendiculaire sur BAP. Toutes ces Courbes auront la même  
abscisse AP, & pour ordonnées les lignes PN, Pn. On demande  
l'équation de cette nouvelle Courbe NSF<sub>n</sub>, quel que soit l'angle  
de révolution MPN.

# S O L U T I O N.

XVII. Soit mené, par le point *N*, le plan *NRh1e23*,  
parallèle à la base du solide, ce plan engendrera dans le solide  
une Courbe semblable à celle qui lui sert de base. L'équation  
de cette Courbe sera donc  $oe \times RN^2 = R_1 \times R_2 \times R_3$ .  
Cela posé, & les mêmes choses que l'on a supposées dans le  
Problème premier. Soit de plus abaissé *Rr* perpendiculaire  
sur *IOP*, & nommé *z*, l'ordonnée *PN* de la Courbe qu'on  
cherche, *n* le sinus de l'angle *MPN* ou *PNR*, *m* le sinus  
de son complément, & *t* le sinus total.

On aura  $t.n :: z.PR = \frac{nz}{t}$ , &  $t.m :: z.RN = \frac{mz}{t}$ .  
Les triangles semblables *ABC*, *PRr*, donneront aussi *AB* (*h*)  
. *AC* (*a*) :: *PR* ( $\frac{nz}{t}$ ). *Pr*  $= \frac{anz}{th}$ , & *Rr*  $= \frac{g^nz}{th}$ . Donc  
*Ro*  $= OP + Pr = \frac{gx}{h} + \frac{anz}{th}$ , & *Co*  $= CO - Rr$   
 $= a + \frac{ax}{h} - \frac{g^nz}{th}$ . On a aussi *OI*  $= PI - PO$   
 $= \frac{fg \times x + h}{h \times h - f}$ , *OII*  $= \frac{ig \times x + h}{h \times h - i}$ , *OIII*  $= \frac{lg \times x + h}{h \times h - l}$ ; Et  
à cause des triangles semblables *COI*, *CoI*. *COII*, *CoII*.  
*COIII*, *CoIII*. *COE*, *Coe*, on aura  $o1 = \frac{ath + atx - g^nz}{ath \times h - f} \times fg$ ,  
 $o2 = \frac{ath + atx - g^nz}{ath \times h - i} \times ig$ ,  $o3 = \frac{ath + atx - g^nz}{ath \times h - l} \times lg$ ,  
& *oe*  $= \frac{ath + atx - g^nz}{ath} \times c$ . Donc *R1*  $= \frac{ath + atx - g^nz}{ath \times h - f} \times fg$   
 $+ \frac{g^tx + anz}{th} = \frac{agtx + afgt + z \times aan - fhx}{ath \times h - f}$  ( en mettant  
pour *gg* la valeur *hh - aa*). On aura donc aussi *R2*  
 $=$

$$= \frac{agt + aigt + z \times aan - ihn}{at \times h - i}, \& R_3 = \frac{agt + aigt + z \times aan - lhn}{at \times h - l}.$$

Si donc dans l'équation de la Courbe  $N_1 h$  qui est  $oe \times RN^2 = R_1 \times R_2 \times R_3$ , on met pour ces lignes, les valeurs algébriques que l'on vient de trouver, cette

$$\text{équation deviendra } \frac{ath + atx - g^2z}{ath} \times c \times \frac{mmz}{tt} \\ = \frac{(agt + aigt + z \times aan - fhn) \times (agt + aigt + z \times aan - ihn) \times (agt + aigt + z \times aan - lhn)}{a^3 t^3 \times h - f \times h - i \times h - l}.$$

qui exprime la relation des coordonnées  $AP(x)$ , &  $PN(z)$ . Une des propriétés de cette Courbe est donc que  $oe \times PN^2 \cdot R_1 \times R_2 \times R_3 :: tt \cdot mm$ .

Cette équation se réduit à  $\frac{cmmg^2z}{ah} \times (\frac{ath + atx}{g^2} - z)$

$$= \frac{A}{(z + \frac{agt \times x + f}{n \times aa - fh}) \times (z + \frac{agt \times x + i}{n \times aa - ih}) \times (z + \frac{agt \times x + l}{n \times aa - lh})} \\ \times \frac{n^3}{a^3} \times \frac{aa - fh \times aa - ih \times aa - lh}{h - f \times h - i \times h - l}, \text{ qui donne cette pro-}$$

portion  $(z + \frac{agt \times x + f}{n \times aa - fh}) \times (z + \frac{agt \times x + i}{n \times aa - ih}) \times (z + \frac{agt \times x + l}{n \times aa - lh})$

$$\cdot z \times (\frac{at}{g^2} \times h + x - z) :: \frac{aacg}{h}, \frac{nn}{mm} \times (\frac{aa - fh}{h - f}) \\ \times (\frac{aa - ih}{h - i}) \times (\frac{aa - lh}{h - l}) \text{ qui fournit cette construction.}$$

Soit mené  $LC_9$  perpendiculaire sur  $AB$ , & sa parallèle  $B8 = AB$ , & des points  $F, G, H$ , les lignes  $F8, G8, H8$ , qui coupent la ligne  $L_9$  en 9, 10, 11.

Soit de plus prolongée la ligne  $RP$ , de part & d'autre du point  $R$ , elle coupera les droites  $BCV, CFI, CGII, CHIII$ , données de position en  $D, f, g, h$ . Si l'on prolonge de part & d'autre du point  $P$ , l'ordonnée  $NPn$ , & que des points  $D, f, g, h$ , on élève les perpendiculaires  $D7, f4, g5, h6$  sur  $DRP$ ; elles rencontreront l'ordonnée prolongée en 7, 4, 5, 6. Cela fait, je dis que pour trouver le point  $N$  qui soit à la Courbe  $NSFn$  qu'on cherche, & qui répond

Mem. 1731,

Sif

$\times (z + b \times x + i) \times (z + c \times x + l) \cdot z z \times (d \times x + h - z)$   
 $:: p \cdot q$ , qui donne l'équation

$$\begin{aligned} & z^3 + z z \times (ax + af + bx + bi + cx + cl) + z \times (ax + af \\ & \times bx + bi + ax + af \times cx + cl + bx + bi \times cx + cl) \\ & + ax + af \times bx + bi \times cx + cl = \frac{p z z}{q} \times dx + dh \\ & - \frac{p z^3}{q}, \text{ ou } z^3 \times \frac{p+q}{q} + z z x \times (a + b + c - \frac{p d}{q}) + z z \\ & \times (af + bi + cl - \frac{p d h}{q}) + z x x \times ab + ac + bc + z x \\ & \times (abi + afb + acl + afc + bcl + bic) + z \\ & \times afbi + afcl + bicl + x^3 \times abc + x x \times \\ & \times abcl + acbi + bcaf + x \times abicl + abcfl + abcfi \\ & + abcfli \stackrel{B}{=} 0. \end{aligned}$$

Cette équation est rangée selon l'ordre des puissances des coordonnées, qui ont chacune trois dimensions.

#### REMARQUE II.

XIX. Mais comme l'on sçait que l'équation d'une ligne du 3<sup>me</sup> ordre peut être telle qu'une de ces coordonnées n'a que deux dimensions, pendant que l'autre en a trois (ce qui se fait par un changement d'axe) il faut donc trouver le nouvel axe, par le moyen duquel l'équation *B* se transforme en une autre équation où cela arrive.

#### PROBLEME III.

Soit la Courbe NCn, dont l'axe est BAP, & l'ordonnée PN perpendiculaire à cet axe, celle exprimée par l'équation *B*, dans laquelle AP est *x*, & PN, *z*. On demande quel doit être la position d'un autre axe CQAE, dont l'ordonnée perpendiculaire est QN, pour que l'équation qui exprime la relation des nouvelles coordonnées AQ, QN, soit telle, que QN n'ait que deux dimensions, pendant que AQ en a trois.

Fig. 14.

Sff ij

$$\begin{aligned}
& + bcl + bci) + \left( \frac{ry + sz}{i} \right) \times (abfi + acfl + bcil) \\
& + (s^3 y^3 - 3ssruyy + 3srruuy - r^3 u^3) \times \frac{abc}{i^3} \\
& + \left( \frac{ssyy - 2rsuy + rru^2}{i^2} \right) \times (abcl + abci + abcf) \\
& + \left( \frac{sy - rz}{i} \right) \times (abcil + abcfl + abcfi) + abcfil \stackrel{C}{=} 0.
\end{aligned}$$

Maintenant si l'on rassemble tous les termes de cette dernière équation où  $y$  a trois dimensions, & qu'on les fasse égaux à zero, on aura

$$\begin{aligned}
& \frac{r^3 y^3 \times p + q}{q i^3} + \frac{rrsy^3}{i^3} \times (a + b + c - \frac{pd}{q}) + \frac{rssy^3}{i^3} \\
& \times (ab + ac + bc) + \frac{s^3 y^3}{i^3} \times abc = 0, \text{ qui se réduit à} \\
& \frac{r^3}{s^3} \times p + q + \frac{rr}{ss} \times (aq + bq + cq - pd) + \frac{r}{s} \\
& \times (abq + acq + bcq) + abcq \stackrel{D}{=} 0, \text{ dont la résolu-} \\
& \text{tion donnera le rapport de } r \text{ à } s \text{ requis, pour que l'axe } CQE \\
& \text{soit l'axe demandé.}
\end{aligned}$$

L'on voit par cette dernière équation  $D$ , que lorsque les trois racines sont réelles; l'axe  $CAR$  peut avoir trois situations, par rapport à l'axe  $FAP$ , dans laquelle l'ordonnée  $QN$  n'aura que deux dimensions dans l'équation qui exprime la nature de la Courbe  $NCFn$ ; & que lorsqu'il n'y en aura qu'une réelle, l'axe  $CAR$  ne peut avoir qu'une seule situation.

Si donc après avoir effacé de l'équation  $C$  tous les termes où  $y$  a trois dimensions, on arrange les termes restants selon l'ordre des puissances des coordonnées  $y$  &  $u$ , cette équation deviendra

$$\begin{aligned}
& \frac{uyy \times \frac{1}{q i^3} \times (3rrs \times p + q + 2rss - r^3 \times aq + bq + cq - pd + s^3 - 2rrs}{\times abq + acq + bcq - 3rss \times abcq).} \\
& + yy \times \frac{1}{q i^2} \times (rr \times aq + biq + cliq - pdh + qrs \times abi + abf + acf + acf + bcl + bci \\
& + qss \times abcl + abci + abcf).
\end{aligned}$$

Sff iij

# 510 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

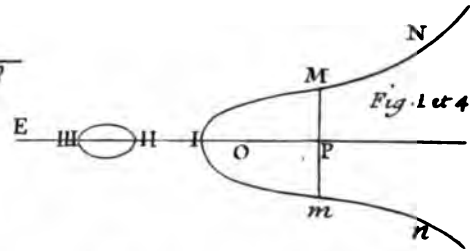
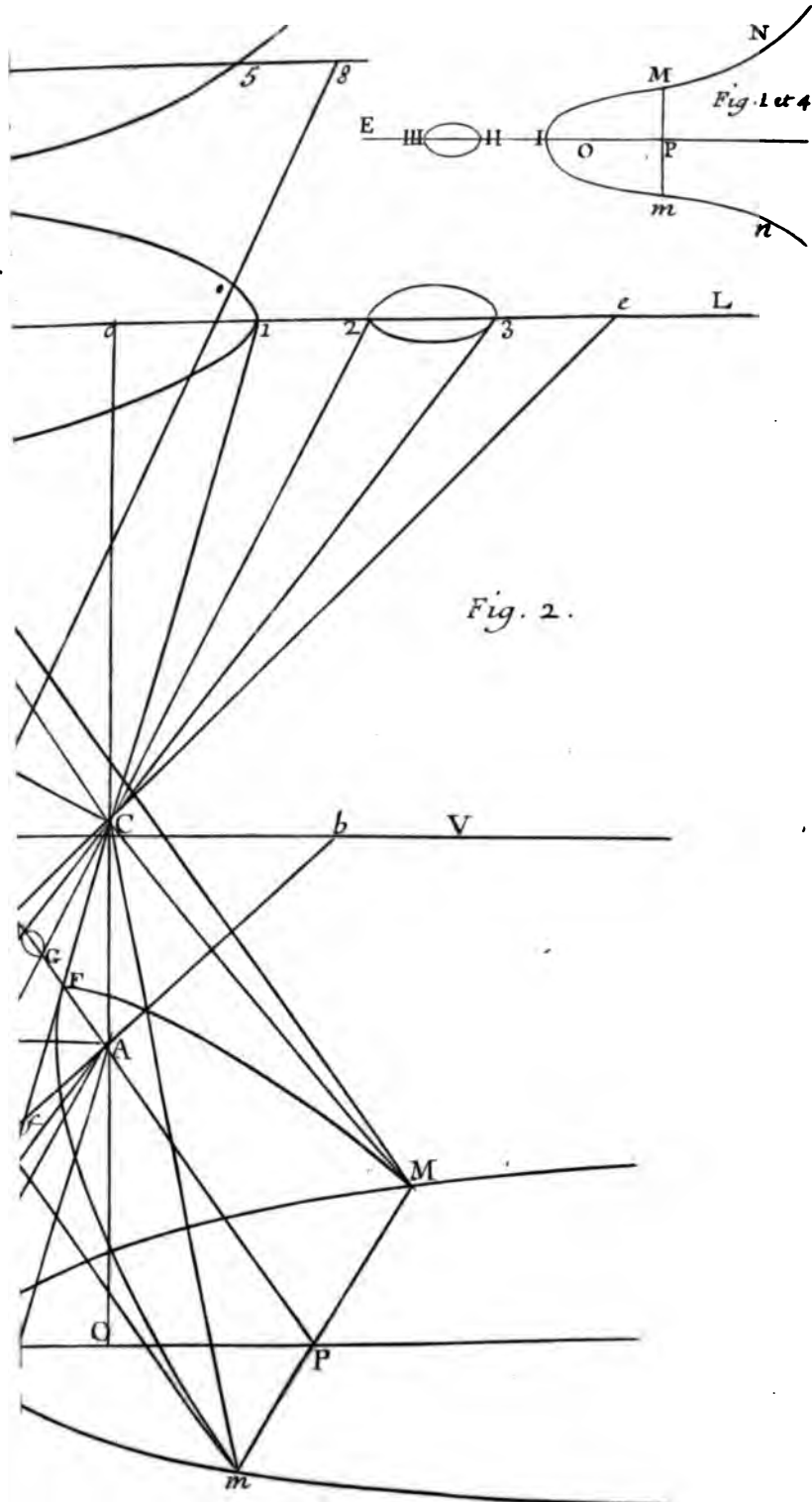
$$\begin{aligned}
 & +uy \times \frac{1}{q^3} \times (3rs \times p + q + s^3 - 2rs \times aq + bc + cd - pd + r^3 - aq^2 \\
 & \times abq + acq + bcq + 3rs \times abcq). \\
 & +uy \times \frac{1}{q^3} \times (2rs \times afq + biq + clq - pdh + q \times ss - rr \\
 & \times abi + abf + acl + acf + bcl + bci - 2rsq \times abcl + abci + abcf). \\
 & +y \times \frac{1}{q} \times (abfir + acflr + bcilr + abcils + abcfls + abcfis): \\
 & +u^3 \times \frac{1}{q^3} \times (s^3 \times p + q - rrs \times aq + bq + cq - pd + rrs \times abq + acq + bcq \\
 & - r^3 \times abcq). \\
 & +uu \times \frac{1}{q^3} \times (us \times afq + biq + clq - pdh - qrs \times abi + abf + acl + acf + bcl + bci \\
 & + qrr \times abcl + abci + abcf). \\
 & +u \times \frac{1}{q} \times (abfis + acfls + bcils - abcilr - abcflr - abcfir), \\
 & + \overset{E}{abcfil} = 0.
 \end{aligned}$$

Dans laquelle on substitüera pour  $r, s$  &  $t$ , les valeurs qui résultent de la résolution de l'équation  $D$ . Cela fait, si l'on met pour les coefficients constants, les grandeurs  $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ , on aura  $Auyy + Byy + Cuuy + Duy + Ey + Fu^3 + Guu + Hu + I = 0$ , qui est l'équation générale des Lignes du 3<sup>me</sup> ordre, dans laquelle l'ordonnée  $y$  n'a que deux dimensions.

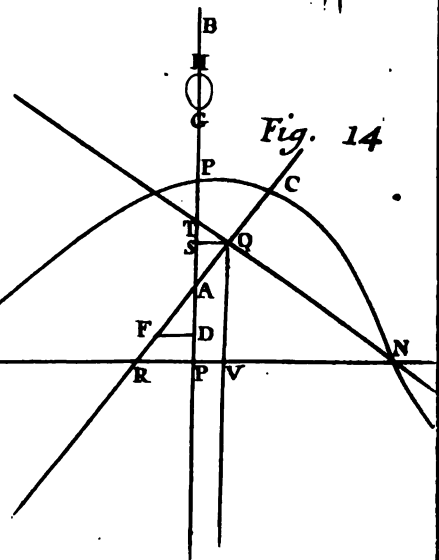
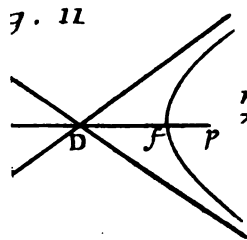
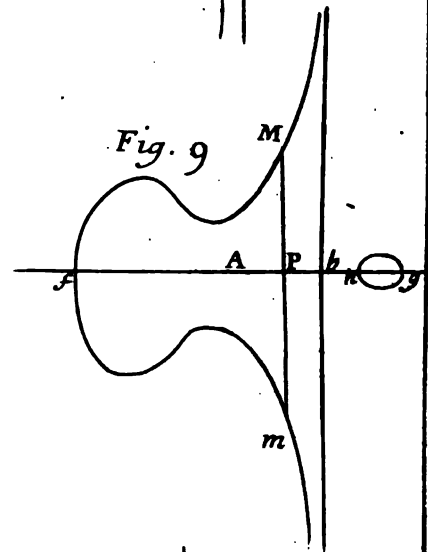
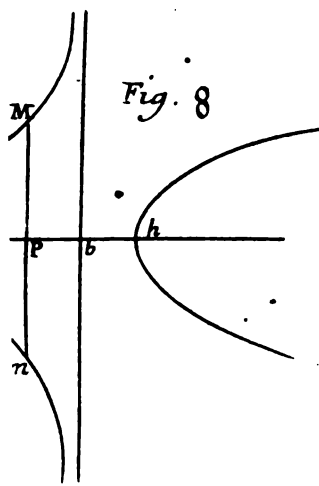
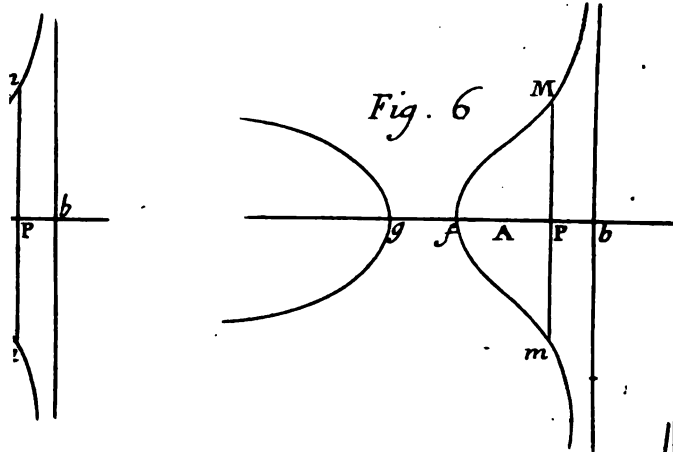
Nous remettons à un autre Mémoire à tirer de cette dernière équation un détail semblable à celui que nous avons tiré de l'article premier, & qui est renfermé dans les articles suivans jusqu'à l'article 16.

Nous donnerons aussi dans ce Mémoire les Sections qui peuvent s'engendrer dans les autres solides, formés par les quatre autres paraboles divergentes du 3<sup>me</sup> ordre, ou par quelque autre courbe du même ordre que ce soit.



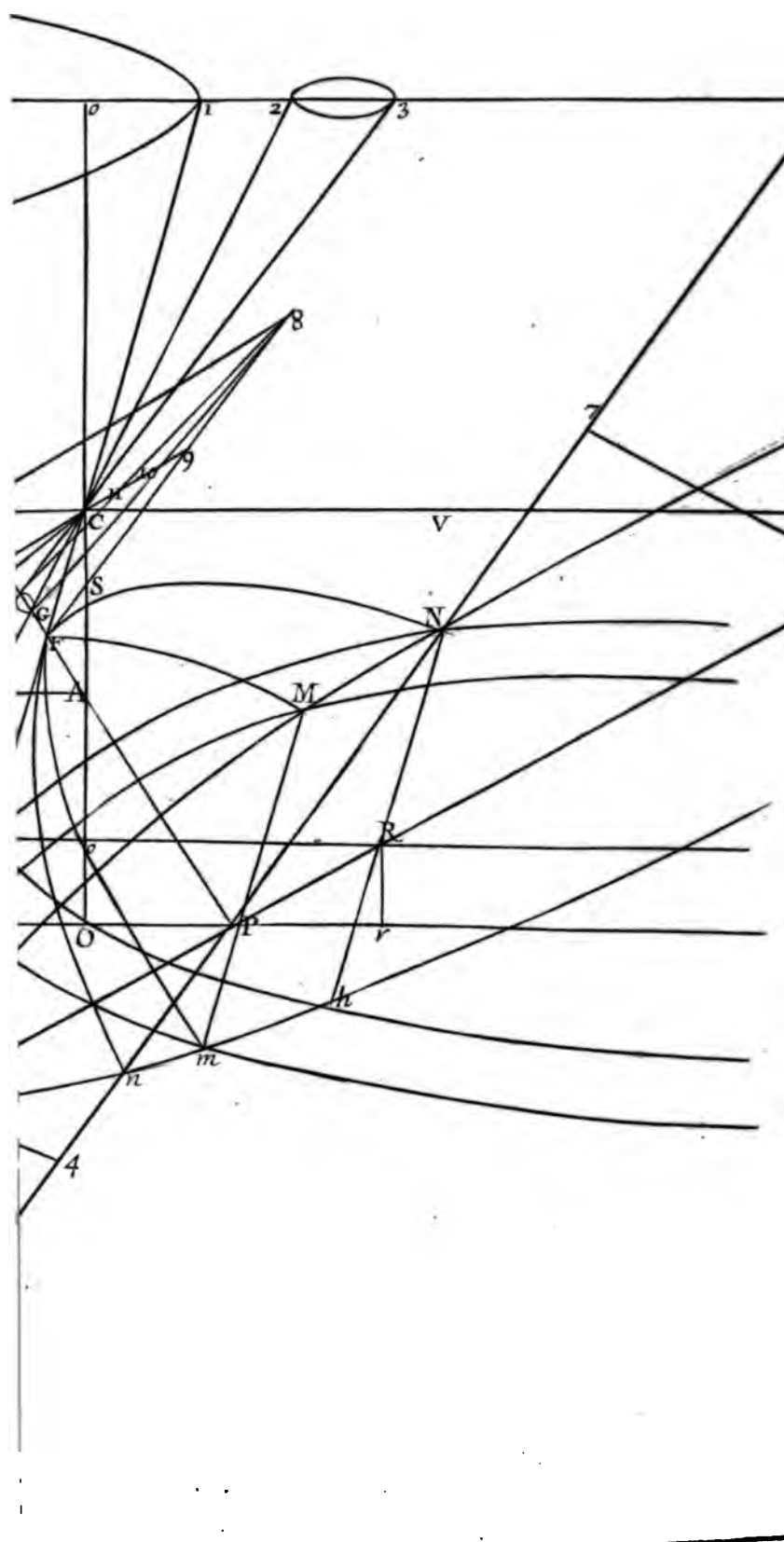














**OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES**  
**FAITES**  
**PENDANT L'ANNEE M. DCCXXXI.**

Par M. MARALDI.

ON a vû plusieurs fois l'Aurore Boréale, dans le Printemps & dans l'Automne de l'année 1731. Nous avons principalement remarqué celles du 3 & du 7 Octobre, dont la première étoit en forme d'un Arc lumineux, qui s'étendoit depuis le Nord-Est jusqu'à l'Oüest, dans l'espace d'environ 135 degrés. La largeur de cet Arc étoit d'environ 4 ou 5 degrés, & on voyoit au travers les quatre Etoiles du quarré de la grande Ourse. Cet Arc qui se terminoit de deux côtés à l'horison, étoit élevé à la hauteur d'environ 10 degrés; il fut observé jusqu'à 10<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  qu'il paroissoit plus foible.

9 Janvier  
1732.

La seconde a été plus considérable, & on y a vû à 6<sup>h</sup>  $\frac{3}{4}$ , avant la fin du Crépuscule, & à la présence de la Lune, des rayons de lumière qui montoient avec une grande vitesse jusqu'au Zénith. Je croyois que la clarté de la Lune auroit empêché de voir la lumière dans la partie méridionale du Ciel, lorsque j'en vis sortir de l'horison, à 7<sup>h</sup> 2', au dessous des Etoiles d'*Aries*, un demi-cercle de lumière rouge-pâle, de la grandeur de l'Arc-en-Ciel, qui passoit par les Etoiles des Poissons, par le Verseau, & finissoit où se couchoit le Sagittaire, il comprenoit à l'horison 120 degrés ou environ, il dura en cet état 8 ou 10 min. Il se forma ensuite de sa lumière de petits nuages, qui se dispersoient par la partie méridionale du Ciel; pendant tout ce temps, on voyoit au Nord-Oüest des grands rayons de lumière qui sortoient d'un grand amas de nuages rougeâtres, qui étoit au dessous d'*Arcturus*.

A 7<sup>h</sup> 30', l'Arc méridional paroissoit de nouveau, mais irrégulièrement, & il avoit un mouvement qui l'approchoit de l'horison. A 7<sup>h</sup> 35', son extrémité orientale étant disparue,

# 512 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

il paroïſſoit ſortir de la partie occidentale du Ciel. A 7<sup>h</sup> 40' l'Arc étoit diſparu, & il ſ'étoit formé de ſa lumière pluſieurs petits nuages de la même couleur. On voyoit en même temps vers le Zénith quelque petit nuage de lumière.

A 7<sup>h</sup> 45', la partie méridionale du Ciel étoit entièrement ſeraine, & il ne reſtoit qu'une petite apparence de lumière au Nord-Oüeſt au deſſous d'Arcturus.

A 7<sup>h</sup> 50', la lumière paroïſſoit augmenter, & elle ſ'é-  
tendoit depuis la Chevre juſqu'à Arcturus, & elle jettoit des rayons de lumière qui ne montoient qu'à la petite Ourſe; elle a été dans cet état juſqu'à 8<sup>h</sup> 10', qu'on a vû paroître au Nord deux Arcs de lumière concentriques, qui prenoient leur origine au deſſous de la Chevre, & alloient finir à Arcturus, & leur partie ſupérieure paſſoit par la petite Ourſe.

A 8<sup>h</sup> 25', il eſt ſorti de l'horizon, au deſſous de la Chevre, un grand amas de lumière, qui après avoir parcouru la partie ſeptentrionale du Ciel, eſt diſparu au deſſous de la Couronne ſeptentrionale.

A 8<sup>h</sup> 50', le Ciel étoit entièrement couvert : à 9<sup>h</sup> 24', le Ciel ſ'étoit découvert, & on ne voyoit que de petits nuages qui alloient de côté & d'autre.

A 9<sup>h</sup> 35', on voyoit beaucoup de rayons de lumière qui ſortoient de tout l'horizon, & montoient juſqu'au Zénith, où ils ſe croiſoient & paſſoient du côté oppoſé. Cette apparence a duré juſques vers les 10<sup>h</sup> que le Ciel ſ'eſt couvert.

## *Observations ſur la quantité de Pluye.*

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier .....	1	1 $\frac{5}{6}$	En Juillet .....	0	8 $\frac{3}{8}$
Février .....	0	5 $\frac{3}{6}$	Août .....	1	6 $\frac{4}{8}$
Mars .....	0	0 $\frac{1}{6}$	Septembre ...	2	0 $\frac{1}{6}$
Avril .....	0	2 $\frac{3}{6}$	Octobre .....	0	2
Mai .....	0	10	Novembre ...	1	3 $\frac{4}{8}$
Juin .....	0	8 $\frac{4}{6}$	Décembre ...	1	1 $\frac{1}{6}$
	3	4 $\frac{3}{6}$		6	10 $\frac{4}{6}$
				Somme	

Somme totale de la Pluie tombée en 1731, 10 pouces 3 lignes &  $\frac{1}{6}$ , ce qui marque une année sèche, par rapport à 17 pouces  $\frac{1}{2}$ , qu'on a établi dernièrement pour une année commune.

La Pluie tombée dans les six premiers mois de l'année n'est que de 3 pouces 4 lignes  $\frac{1}{2}$ , qui n'est pas la moitié de la Pluie tombée dans les six derniers, qui est de 6 pouces 10 lignes  $\frac{2}{3}$ . Celle des mois de Mars, Avril & Mai, qui contribué beaucoup à la fécondité de la Terre, n'a été que d'un pouce &  $\frac{2}{3}$  de ligne : En effet, la récolte des menus grains a été fort médiocre, & celle des fourrages encore davantage.

On a fait la même remarque, l'année 1719, qui a été une année des moins pluvieuses, & dont la hauteur de la Pluie n'a été que de 9 pouc. 4 lign. Comme aussi l'année 1723, qui est la plus sèche qu'on ait observée depuis 40 ans, la hauteur de la Pluie n'ayant été que de 7 pouces 8 lignes. Dans la première de ces années, il n'a plu pendant ces trois mois qu'un pouce, & dans l'autre 1 pouce 1 ligne, ce qui approche de cette année où il n'est tombé qu'un pouce  $\frac{2}{3}$  de ligne.

#### *Observations sur le Thermometre.*

L'Hiver n'a pas été fort rude, mais le froid a duré longtemps. La liqueur du Thermometre qui est toujours le même, dont on s'est servi depuis 60 ans, n'est descenduë qu'à 21<sup>d</sup> le 25 de Janvier; elle a été à 22<sup>d</sup> le 5 & le 6 de Février, par un vent de Nord-Est.

L'Été a été fort long, & la chaleur fort grande, elle a fait monter la liqueur du même Thermometre à 71<sup>d</sup> le 6 Juillet au lever du Soleil, mais à 3<sup>h</sup> après midi, elle n'étoit montée qu'à 74<sup>d</sup>, au lieu que les 10 & 11 Août, où l'on avoit observé le matin la liqueur à 71<sup>d</sup>, elle monta à 82<sup>d</sup> à 3<sup>h</sup> après midi, qui est une marque des plus grandes chaleurs qu'il fasse dans ce Climat. Ce même jour, la liqueur du nouveau Thermometre de M. de Reaumur, qui, aux Caves

*Mem. 1731.*

T t t

514 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de l'Observatoire, se soutient à  $10^d \frac{1}{4}$  au dessous de la congé-  
lation de l'eau, & que nous continuons d'observer tous les  
jours, depuis le 12 Février, étoit à  $22^d$  le matin, & à  
 $29^d \frac{1}{2}$ , à 3<sup>h</sup> après midi.

*Sur le Barometre.*

Le Barometre a marqué la moindre élévation du Mercure,  
à 27 pouc. 1 ligne le 9 Février, il a été à 27 pouc. 3 lign.  
le 7, le 8, & le 10 du même mois, par un temps couvert,  
& par un vent de Nord-Oüest. La plus grande élévation  
du Mercure a été à 28 pouc. 4 lign. les 10, 11, 12 & 13  
de Juin, par un temps serein, & un vent de Nord-Est, &  
généralement il s'est soutenu à une grande hauteur pendant  
tout l'Été.

On a jouï pendant la plus grande partie de cette année  
d'un Ciel fort serein, dont il n'y a point d'exemple depuis  
un grand nombre d'années.

La Riviere de Seine a été extrêmement basse, & n'a  
commencé à augmenter que vers le commencement de  
Novembre.

*Sur la Déclinaison de l'Aiman.*

Le 5 Décembre 1731, nous avons observé avec une  
Aiguille de 4 pouc. la déclinaison de l'Aiman de  $14^{\circ} 45'$   
au Nord-Oüest.





## MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles ; comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Février 1706.*

## OBSERVATION

*D'un Abscès intérieur de la Poitrine, accompagné des symptômes de la Phthisie, & d'un déplacement notable de l'Épine du Dos & des Épaules ; le tout terminé heureusement par l'évacuation naturelle de l'Abscès par le Fondement.*

Par M. CHICOYNEAU le Pere\*.

MADemoiselle DE SÉRIGNAN, fille de M. le Marquis de Sérignan, de Béziers, âgée d'environ neuf ans, d'une constitution sèche, maigre & fort vive, d'un caractère d'esprit doux & jovial, parut il y a près de quatre mois avoir les épaules, & surtout la gauche, plus relevées qu'à l'ordinaire, & le tronc du corps un peu plus panché que de coutume sur le côté droit, ce qui donna lieu à Madame de Serre sa grand-mère de me faire appeler pour l'examiner, & voir s'il ne seroit pas possible de prévenir le progrès du déplacement des parties mentionnées. M'étant donc rendu

\* A présent premier Médecin du Roy.



chés elle, & ayant fait dépouïller cette jeune Demoiselle, je remarquai d'abord, outre une maigreur générale, que le bord des omoplates du côté de l'épine étoit si relevé, qu'il laissoit entr'elles & les côtes un espace vuide de deux à trois travers de doigt, & j'apperçûs en même temps que l'épine du dos, au lieu de former une ligne droite & perpendiculaire, s'étoit recourbée & écartée de sa situation naturelle depuis la quatrième vertebre du dos jusqu'à celles des lombes, de façon qu'elle décrivait comme une espee d'arc dont la convexité répondoit au côté gauche, & se manifestoit si sensiblement, un peu au dessous de l'angle inférieur de l'omoplate, qu'elle paroïssoit éloignée de la perpendiculaire de plus de deux travers de doigt. Ce dérangement me donna lieu de faire de tristes réflexions sur les suites fâcheuses qu'il pourroit avoir, ne croyant pas qu'il fût possible d'éviter que cette jeune Demoiselle tombât dans le cas d'une difformité considérable, à laquelle l'Art ou la Nature ne pourroient pas remédier; de plus le danger de la pression des principaux organes de la respiration, qui est assés souvent occasionnée par ces sortes de déplacements, étoit encore fort à craindre.

Cependant je ne laissai pas de rassûrer autant qu'il dépendoit de moi, Madame de Serre & la petite malade, qui bien que dans l'âge d'innocence & de simplicité, a néanmoins beaucoup de pénétration, & raisonne presque avec la même justesse, que si elle avoit atteint celui de maturité: ces considérations m'engagerent à dissimuler ce que je pensois sur l'état de la Demoiselle, & je leur fis au contraire espérer, qu'à mesure qu'elle croîtroit, & se fortifieroit, la Nature rétablirait les parties dans une situation convenable, de même que nous le voyons arriver assés fréquemment aux enfants atteints du Rachitis, ou qui (pour me servir des termes communément usités) sont noüés, & que nous voyons pourtant se dénoïer à mesure qu'ils avancent vers l'âge de puberté.

Ayant donc fini l'examen dont je viens de parler, & promis à Madame de Serre de prescrire quelques remèdes propres à prévenir le progrès du dérangement marqué; je me

retirai, en pensant uniquement à mettre en usage, dès que la saison le permettroit, quelques legers apéritifs entremêlés d'adouçifans, & par intervalles quelque minoratif, s'agissant non seulement de résoudre les obstructions des Tuyaux capillaires, mais encore de remédier à la grande maigreur & sécheresse de nôtre jeune Demoiselle.

Mais à peine quinze jours s'étoient écoulés depuis cette première visite, que je fus rappelé par rapport à une attaque de fièvre très-vive qui avoit déjà commencé par des frissons; qui furent suivis d'une chaleur âcre, sèche & ardente, avec des redoublements sur le soir, qui se souvenoient pendant la nuit, & finissoient vers le matin par de petites moiteurs ou sueurs, en sorte qu'il n'y avoit aucun lieu de douter que ce ne fût une fièvre aiguë, continuë, du genre de celles que nous appellons *putrides*, le dégoût, la mauvaise bouche, la croûte blancheâtre de la langue, les maux d'estomac, & la tension, avec le gonflement du bas-ventre étant de la partie. Mais outre tous ces symptômes familiers à cette espece de fièvre, nôtre jeune malade étoit aussi affligée d'une douleur tensive entre les deux épaules, d'une toux sèche assés fréquente, & d'une petite difficulté de respirer, qui me firent comprendre que les poulmons ou la pleure étoient déjà menacés ou atteints d'une fluxion inflammatoire. Ces accidents m'obligerent, malgré la délicatesse de la constitution & la débilité générale de la malade, de lui faire ouvrir la veine du bras, pour en tirer cinq à six onces de sang; je pris ensuite le temps de la rémission ou diminution fébrile pour évacuer la pourriture par le moyen de quelque minoratif, & je lui fis prendre pour la même fin, pendant quatre ou cinq matins consécutifs, une once & demie chaque fois de Sirop de Ci-corée composé avec vingt à trente grains de Rhubarbe, sans oublier les injections émollientes pour entretenir la liberté du ventre, & je lui donnai tous les soirs une petite potion somnifere, pour calmer la toux, les grandes agitations ou inquiétudes, & les insomnies qui tourmentoient la malade. Par tous ces secours, de même que par l'usage d'une legere

teinture de Quinquina, & par un régime exact, je vis diminuer au bout d'une vingtaine de jours la force du mouvement fébrile, & la vivacité des redoublements, de même que tous les autres accidents qui marquoient la pourriture que j'avois soupçonnée ; mais la fréquence du poux & les exacerbations ou accès précédés & entremêlés de petits frissons ne laissant pas de subsister avec une chaleur âcre, sèche & ardente, les quintes de toux qui étoient encore plus fréquentes, la difficulté de respirer, & la douleur tenfve de la poitrine me firent juger alors que la fièvre aiguë s'étoit changée en fièvre lente, que l'inflammation intérieure de la pleure ou des poulmons s'étoit terminée par la suppuration, & qu'en conséquence le danger d'une funeste phtisie étoit absolument inévitable. En effet le moyen de se flatter que la nature, d'ailleurs très-affoiblie par la violence de la fièvre aiguë qui avoit précédé, pût trouver aucune ressource pour déterger ou nettoyer une suppuration, qui non seulement avoit été occasionnée par la cause ordinaire, je veux dire par une inflammation précédente, mais encore qui paroissoit être fomentée par un déplacement des parties solides auquel il n'étoit pas possible de remédier ; je crûs donc qu'il n'y avoit point d'autre parti à prendre que celui de la cure palliative, c'est-à-dire, de donner à la malade du Lait pour toute nourriture, & sur le soir le Baume tranquille, pour tempérer l'acreté du pus, & de toute la masse des humeurs, & pour appaiser les douleurs, les anxiétés, la toux & les insomnies.

Il se passa environ huit à dix jours sans que je visse aucun effet de ce régime, ou que cette méthode procurât le moindre adoucissement, si ce n'est que les gouttes anodines données au nombre de dix à douze avec trois drachmes de Sirop de Pavot blanc, & une cuillerée d'Eau de fleur d'Orange sur le soir, dans le temps que le redoublement & les grandes inquiétudes commençoient à se faire sentir, donnoient du calme, & faisoient passer la nuit tranquillement ; mais pendant le cours de la journée, la fièvre, la chaleur, l'ardeur, la toux & la sécheresse se souvenoient, & paroissoient augmenter plutôt

que diminuer : ce qui jetta enfin cette jeune enfant, déjà épuisée par la violence du mal précédent, dans une si grande débilité, que le pouls étant devenu très-petit, & fort inégal, j'appréhendai, & je crûs même que la dernière fin n'étoit pas éloignée, en sorte que pour n'avoir rien à me reprocher, & ne laisser aux parents aucun regret, je demandai une consultation. M.<sup>rs</sup> Verny & Lazerne, célèbres praticiens de cette Ville, furent incontinent appelés, & après l'examen de la malade, & après avoir ouï le rapport de tout ce qui avoit précédé, ils crurent, comme moi, non seulement qu'il n'y avoit plus rien à espérer, mais même qu'à peine pouvoit-on répondre de deux à trois jours de vie ; les pulsations étoient si déprimées, si irrégulières, & l'abattement si universel, que les consultants frappés de cette triste situation, prononcèrent en termes formels, qu'il étoit bien moins question de prescrire des remèdes que de consoler les parents de notre jeune malade. Dans ce triste état, la consultation se réduisit uniquement à conseiller quelques petits cordiaux, quelque cuillerée de jus ou de coulis de Perdrix, & à la place du lait, pour toute nourriture, un lait coupé & écrémé, ou du petit lait chalybé ; mais les premières cuillerées du coulis ayant provoqué une toux des plus violentes, & excité une chaleur encore plus ardente, & la petite Demoiselle ayant marqué un rebut invincible pour le petit lait, il fallut la remettre à son genre de nourriture ordinaire, & abandonner les cordiaux ; de façon que nous ne nous attendions plus qu'à voir dans peu les déplorables suites de notre funeste présage, mais les ressources de la Nature n'étoient pas encore épuisées, les gardes ordinaires de la malade s'aperçurent & nous rapportèrent que dans l'espace de temps qui s'étoit écoulé depuis la visite du soir jusqu'à celle du matin, c'est-à-dire, de quatorze à quinze heures, la malade avoit rendu plusieurs fois, & avec assez d'abondance par le fondement, une matière blancheâtre liquide, & pourtant gluante, semblable à du pus, & que cette évacuation avoit été précédée, & étoit accompagnée de grandes épreintes, ou vives irritations à l'anus, & à la partie

inférieure du bas-ventre, ces douleurs étant par fois si cruelles, qu'elles faisoient pousser à cette enfant les hauts cris. Nous examinâmes nous-mêmes les linges sur lesquels la matière étoit répandue, nous reconnûmes sensiblement que c'étoit du véritable pus, & que les taches qu'elle laissoit sur ces linges étoient en certains endroits un peu rougeâtres, & comme sanguinolentes.

Cette évacuation se soutint avec la même fréquence & la même abondance pendant plusieurs jours consécutifs ; & comme nous observions que du premier jour qu'elle avoit paru, & encore plus, à mesure qu'elle avançoit, la force & la véhémence de tous les symptômes diminuoient, mais surtout que la fièvre & l'abattement n'étoient plus si considérables, nous commençâmes dès-lors à regarder cette évacuation comme critique, & à espérer que nôtre jeune Demoiselle pourroit se garantir par cette voye du danger qui la menaçoit.

Cependant cette matière blancheâtre & purulente ayant continué de s'écouler copieusement durant l'espace de dix à douze jours, tous les accidents diminuèrent au point de faire comprendre que l'abcès intérieur de la pleure qui en étoit sans doute la source s'étoit vuïdé par cette voye : quoique ce fait ait été regardé jusqu'ici comme problématique, & même par le plus grand nombre des Physiciens comme impossible ; sçavoir, que le pus des abcès formés, & renfermés dans la poitrine puisse s'insinuer dans les routes de la circulation, & s'échapper ensuite par les selles, ou par les urines ; la vérité de cet événement est pourtant si sensible dans le cas présent, que je ne crois pas qu'il soit permis d'en douter, puisqu'il est évident que la fièvre lente, les redoublements, la toux, la difficulté de respirer, l'ardeur, la maigreur, la sécheresse, & la débilité générale étoient causés & fomentés par un abcès intérieur de la poitrine, & qu'à mesure que le pus de cet abcès s'est évacué par le fondement, tous ces accidents ont disparu, de façon que nous avons enfin eu la satisfaction de voir revenir la jeune malade dans son état naturel ;

naturel, bien que ç'ait été, pour ainsi dire, à pas de tortuë, la fréquence du pouls, & certain degré de chaleur, & de sécheresse s'étant soutenus quelque temps après l'évacuation de l'abcès, avec un peu de toux (qui néanmoins, à la différence de celle qui avoit précédé, étoit un peu humide) la durée de ces symptômes ne laissa pas de nous tenir en suspens, appréhendant que le pus de l'abcès, pendant son séjour, n'eût donné lieu à quelque impression ulcéreuse, dont le progrès n'étoit modéré que par l'efficacité de la diète blanche, & du Narcotique, jusqu'à ce que nous vîmes que la petite malade se tira du lit, dans lequel elle croupissoit depuis plus de cinquante jours, & qu'elle reprenoit de jour en jour de nouvelles forces, ce qui nous fit connoître que la crainte de l'ulcère étoit mal fondée, & qu'il ne s'agissoit plus que de quelque reliquat d'acreté & de sécheresse, que la persévérance dans l'usage du lait pour toute nourriture, ne pouvoit manquer de corriger & de détruire.

Dès-lors, il ne nous resta plus que le regret du déplacement des parties solides, & la juste appréhension que ce déplacement venant à augmenter, ne causât bien-tôt une notable difformité, & peut-être aussi dans les suites, quelque funeste dépôt dans les parties intérieures essentielles à la vie, le changement de situation porté jusqu'à certain degré, pouvant causer une pression suffisante à reproduire ce mauvais effet. Occupé de ces tristes idées, je crus devoir examiner de nouveau, l'état des parties qui s'étoient écartées de leur place naturelle, pour reconnoître si la force & la malignité des accidents que la malade avoit essuyés, ne l'auroient pas rendu encore plus vicieux, en pervertissant la nature, le mouvement, & la distribution des liquides, & en desséchant, ou en ébranlant fortement les solides, la vivacité, l'ardeur, & la continuité de la fièvre devant nécessairement altérer les digestions, la circulation, & les dépurations de la masse des humeurs, dissiper leurs particules spiritueuses & balsamiques, & affoiblir enfin la vertu des ressorts destinés à l'exercice de toutes les fonctions, & à conserver sur-tout l'arrangement

naturel des parties. Convaincu, dis-je, par toutes ces réflexions, que le déplacement déjà observé devoit avoir augmenté, & voulant m'en assurer aussi par l'inspection, surtout du point de dépravation où il pouvoit être parvenu, j'aurois assés de peine à vous exprimer, Messieurs, quelle fut ma surprise, & celle des personnes présentes à cet examen, qui étoient déjà instruites de l'état des choses, lorsque nous vîmes que les parties, bien loin de s'être encore plus dérangées, l'étoient au contraire beaucoup moins; les épaules, & surtout la gauche, dont l'élevation étoit auparavant si considérable, paroissoient presque entièrement applatties, & comme collées à la surface extérieure des côtes, ne laissant quasi plus de vuide, & quant à l'épine du dos que nous avions vû, peu de temps avant la naissance de la maladie aiguë, si éloignée de sa ligne de direction, formant comme une espece de S, elle s'étoit rapprochée de plus d'un travers de doigt de la place qu'elle doit naturellement occuper.

Un événement si inespéré m'obligea d'abord à réfléchir attentivement à ce qui en pouvoit être la cause; de sorte qu'après avoir examiné mûrement, & pesé toutes les circonstances qui l'avoient précédé, il me parut que le déplacement des parties avoit été occasionné par la même tumeur intérieure de la poitrine, dont l'inflammation, & ensuite la suppuration avoient excité les deux grandes maladies, qui avoient jetté nôtre jeune Demoiselle dans un si grand danger. Cette tumeur s'étant, sans doute, formée vers la partie postérieure de cette région, dans les vaisseaux & le tissu de la pleure, & portant, ou étant située sur les côtés de l'épine, avoit obligé par son accroissement, & en pressant assiduëment cette partie de se déranger, ou s'écarter de sa situation naturelle; & pour ce qui concerne l'élevation des omoplates, elle doit être vrai-semblablement attribuée à ce que ces parties étoient pressées par les côtes devenues plus convexes, & formant une espece d'angle aigu dans leur partie moyenne, en conséquence d'une humidité surabondante, dont elles étoient imbibées, & qui obligeoit les deux extrémités de ces

mêmes côtes à se raccourcir, & se replier, de façon qu'elles formoient dans leur milieu un angle saillant qui soulevoit les omoplates. Enfin la tumeur intérieure, dont nous avons parlé ci-dessus, s'étant résoute, & heureusement évanouïe, & conséquemment la pression des parties ne subsistant plus, ni la lymphe, & les humidités superflues ne s'arrêtant plus dans les côtes voisines, il ne falloit pas s'étonner qu'elles se fussent peu à peu remises, ou rétablies dans leur place ordinaire.

C'est, Messieurs, en peu de mots, l'explication, autant que j'en puis juger, la plus simple, & la plus vrai-semblable, d'un fait aussi singulier, & que j'ai crû devoir adopter avec d'autant plus de fondement, que par l'unique supposition de la tumeur, située à la partie intérieure & postérieure de la poitrine, qui a pressé, en croissant, les parties contiguës, & qui ayant aussi gêné le cours du sang dans les vaisseaux de la pleure, a donné lieu à une inflammation considérable, qui s'est changée en abcès, dont la matière purulente s'est enfin heureusement évacuée par le fondement; par cette unique, dis-je, & très-simple supposition, il est aisé de rendre raison de tous les faits, accidents & événements renfermés dans cette Observation, que j'ai jugé d'ailleurs pouvoir mériter l'attention de la Compagnie, par la singularité de deux principaux phénomènes; savoir, de l'évacuation critique du pus contenu dans un abcès intérieur de la poitrine, par l'anus, évacuation qui garantit du danger imminent d'une phthisie mortelle; & en second lieu, d'un notable déplacement de l'épine, des côtes & des omoplates, parfaitement corrigé, & réparé conséquemment à la même évacuation.

L'utilité que nous pouvons retirer dans l'exercice de la profession, de la considération de ces deux événements fortunés est très-sensible; le premier faisant voir que nous ne devons jamais désespérer, dans les cas des suppurations intérieures de la poitrine, quoique la voye de l'expectoration soit fermée, le pus pouvant être repompé par les vaisseaux capillaires, & s'insinuer dans les routes de la circulation,



524 MEM. DE L'ACAD. ROYALE DES SCIENCES.

d'où il peut être aisément porté par le moyen de la sérosité du sang aux glandes des intestins, s'y séparer & s'écouler enfin par la voye des selles, ou par celle des urines. Et le second fait démontre aussi, avec assés d'évidence, que le déplacement des os qui ne vient pas d'un vice héréditaire, & de leur mauvaise conformation naturelle, mais qui dépend uniquement d'une cause accidentelle ou extérieure, n'est pas incorrigible, & peut être réparé, quoiqu'il soit considérable, & que les os soient quasi parvenus à leur dernier degré de solidité, lorsqu'on est assés heureux pour que cette cause qui les a obligés à changer de situation puisse être détruite, soit par le secours de l'Art, soit par les forces de la Nature.







